

institut für **b**anken und **f**inanzplanung

Feldstrasse 41, 7205 Zizers

081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch

www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium

Max Lüscher-Marty

3., überarbeitete Auflage 2016

Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 1: **Zinsrechnen**

Zinsrechnen: Grundfragen

Die Grundfragen der Zinsrechnung lauten:

- a. Welches ist das **Endkapital (K_n)**, wenn ein bestimmtes Anfangskapital (**K_0**) zu einem bestimmten Zinssatz (**i**) während einer bestimmten Laufzeit (**n**) angelegt wird?
- b. Welches ist das **Anfangskapital (K_0)**, um mit einem bestimmten Zinssatz (**i**) während einer bestimmten Laufzeit (**n**) ein bestimmtes Endkapital (**K_n**) zu erreichen?
- c. Welches ist der **Zinssatz (i)**, damit ein bestimmtes Anfangskapital (**K_0**) nach einer bestimmten Laufzeit (**n**) auf ein bestimmtes Endkapital (**K_n**) anwächst?
- d. Welches ist die **Laufzeit (n)**, damit ein bestimmtes Anfangskapital (**K_0**), verzinst zu einem bestimmten Zinssatz (**i**), ein bestimmtes Endkapital (**K_n**) erreicht?

Zinssatz (i , p), Zinsfaktor (q), Zinsertrag

Für den **Zinssatz (i)** wird auch das Symbol « **p** » verwendet. Ist der Zinssatz bspw. 4%, steht « **i** » für **0.04** (= dezimale Schreibweise) und « **p** » für **4** (= nichtdezimale Schreibweise).

Der **Zinsfaktor (q)** steht für **$1 + i$** (z.B. 1.04 bei einem Zinssatz von 4%).

Der **Zinsertrag** entspricht der Differenz zwischen Endkapital (K_n) und Anfangskapital (K_0).

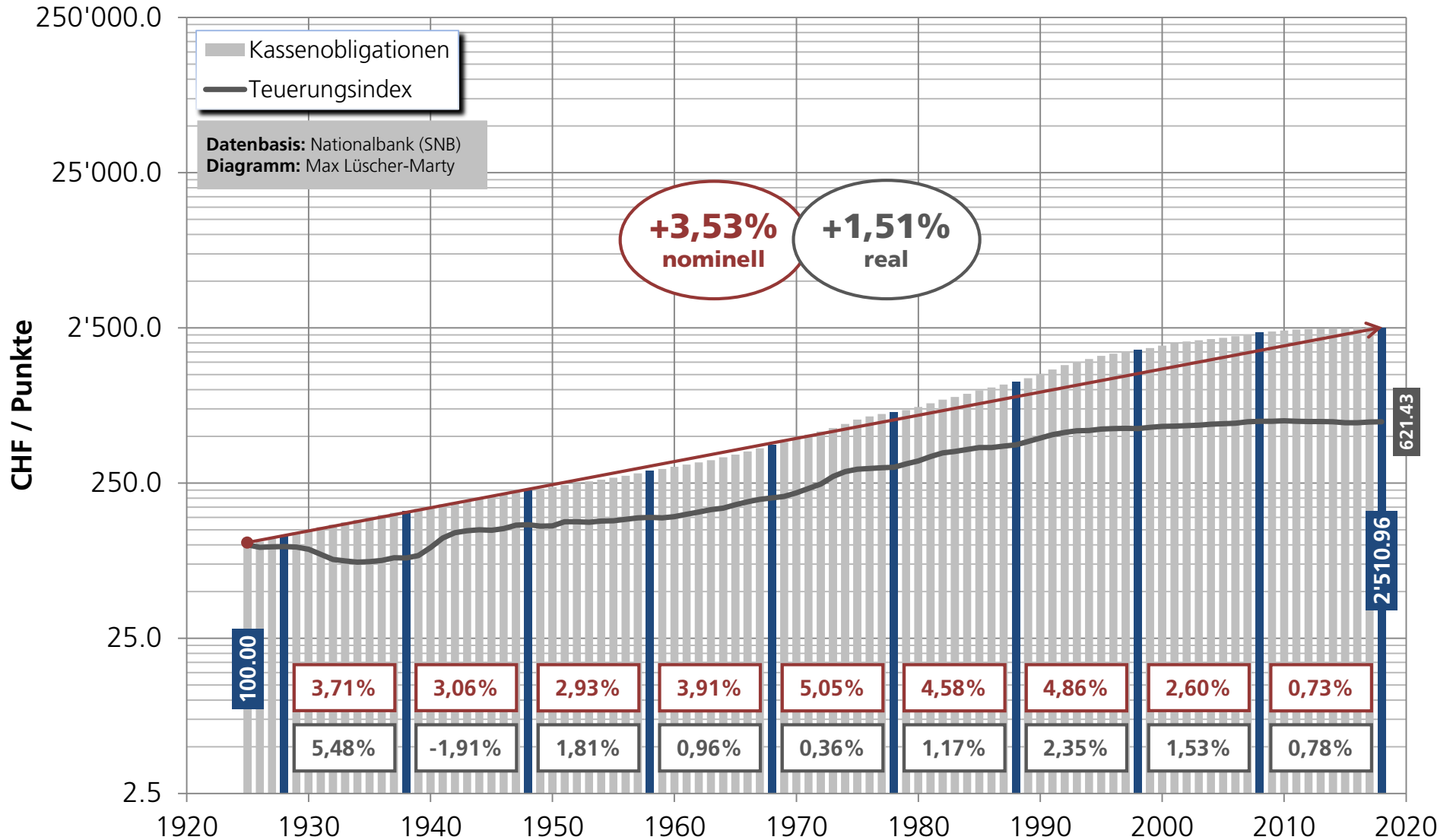
Zinsrechnen: Ausprägungen

Laufzeit	unterjährige Laufzeit	überjährige Laufzeit		
		zwei, drei, vier und mehr Jahre	zwei, drei, vier und mehr Jahre plus ein angebrochenes Jahr	
Zinsperioden	bestimmte Anzahl Zinsperioden diskrete Verzinsung			unendlich viele Zinsperioden stetige Verzinsung
	eine Zinsperiode unterjährlich/jährlich	mehrere Zinsperioden		
		jährlich	½-, ¼-jährlich, usw.	
Verzinsung	Lineare Verzinsung einfacher Zins	exponentielle Verzinsung Zinseszins	gemischte Verzinsung	
Zinsusanz	30/360 Deutsche Usanz/ Schweizer Usanz	actual/360 internationale/ französische Usanz (Eurozinsmethode)	actual/365 englische Usanz	actual/actual echt/echt-Methode (ISMA-Rule)

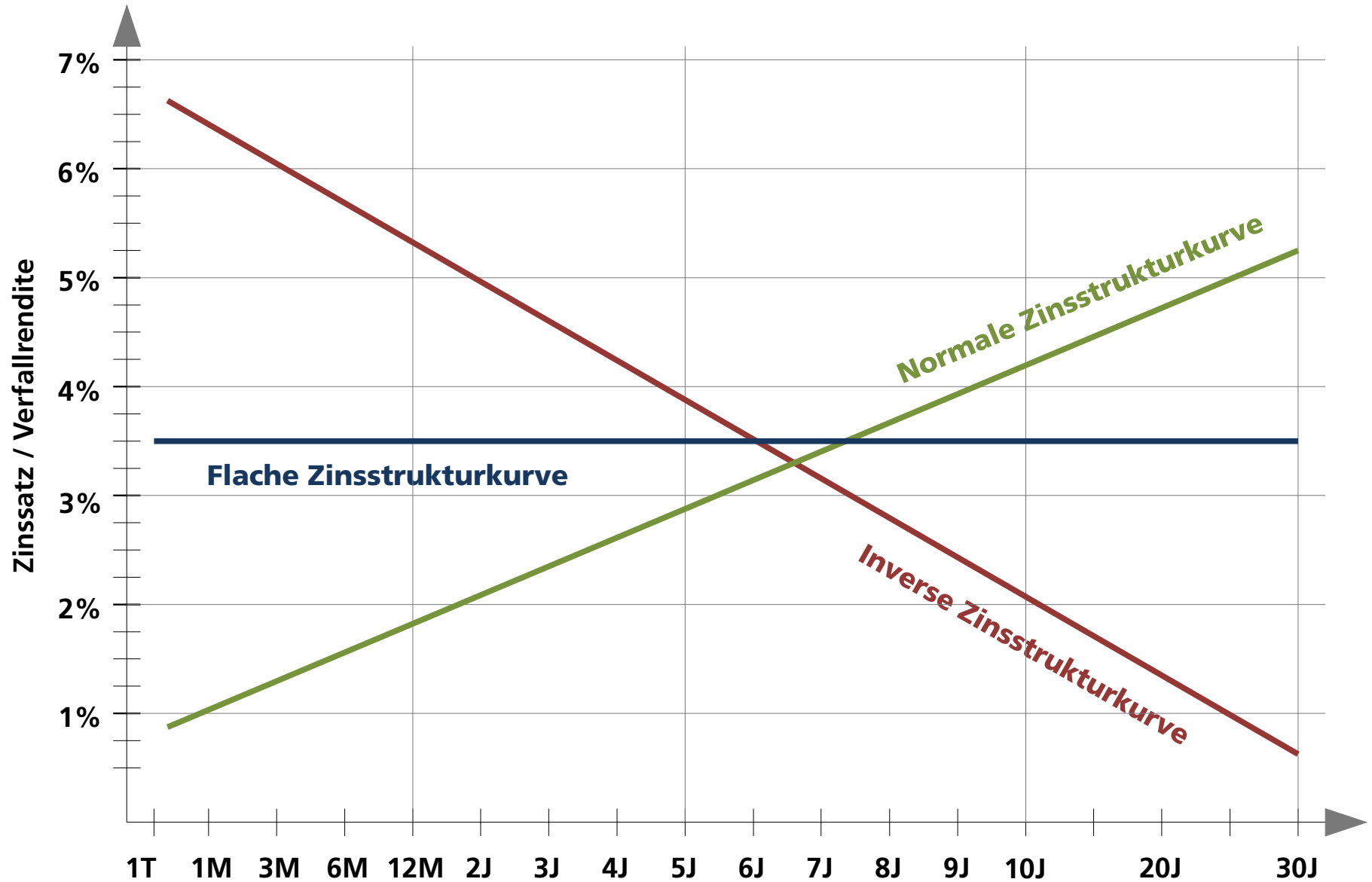
■ **Beispiel:** jährlich verzinstete Spareinlage von CHF 5'000.00 mit einer Laufzeit von 4 Jahren und 158 Tagen

Banksparen in der Schweiz: Kassenobligationen

Einmaleinlage von CHF 100.00: 31.12.1925-31.12.2018

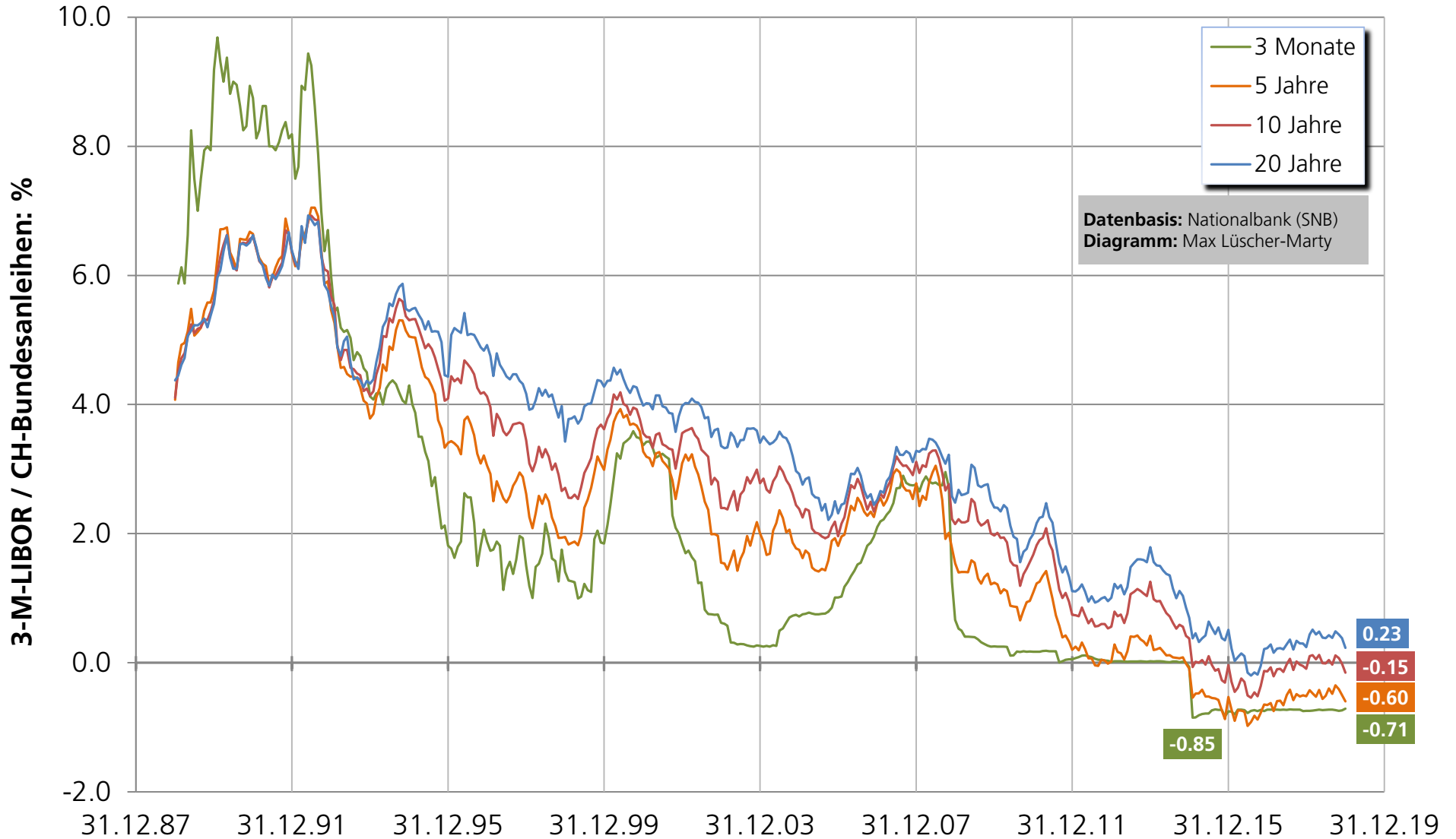


Zinsstrukturkurven



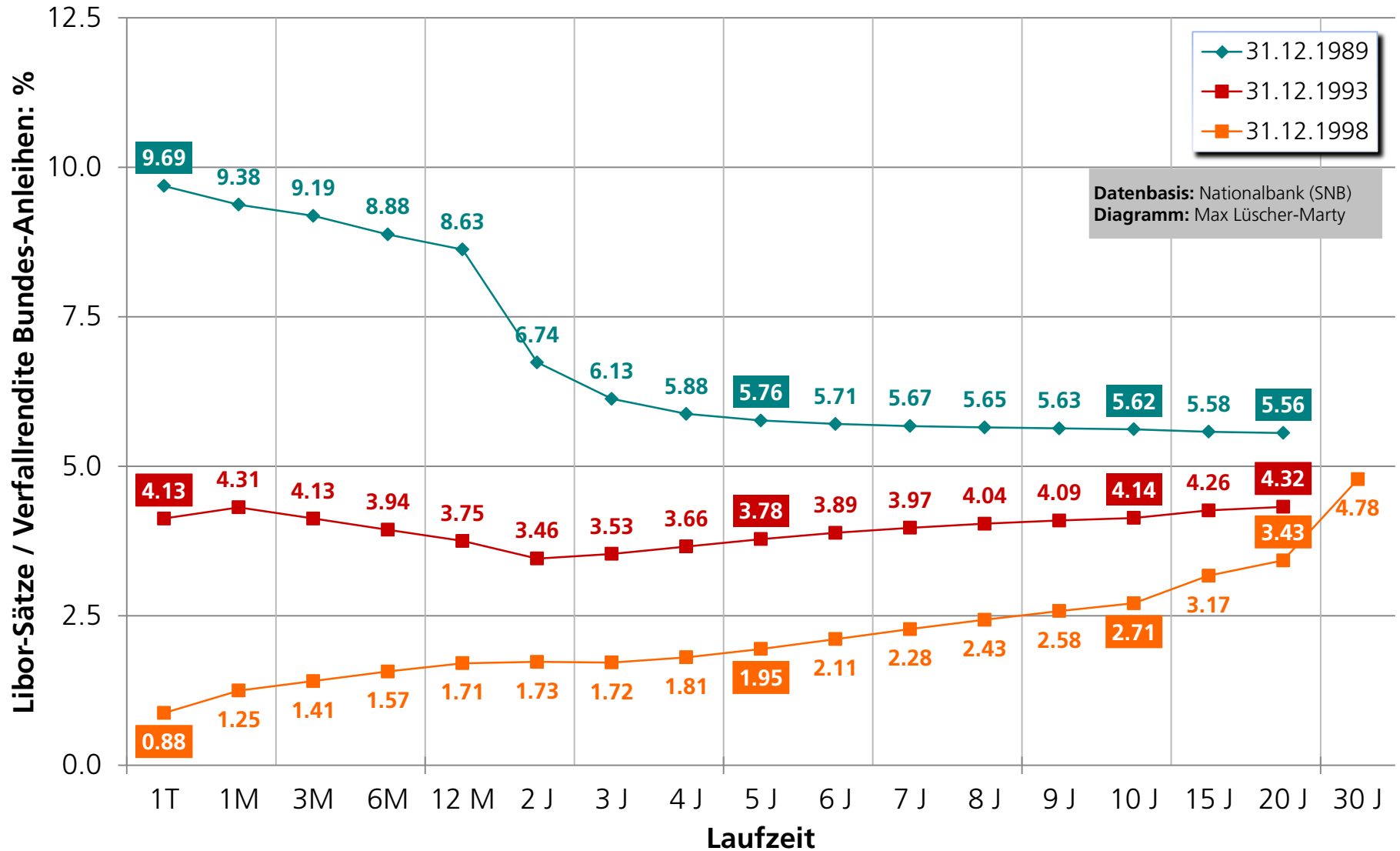
Geld- und Kapitalmarktsätze Schweiz

Monatsendwerte: 31.12.1988-31.12.2018



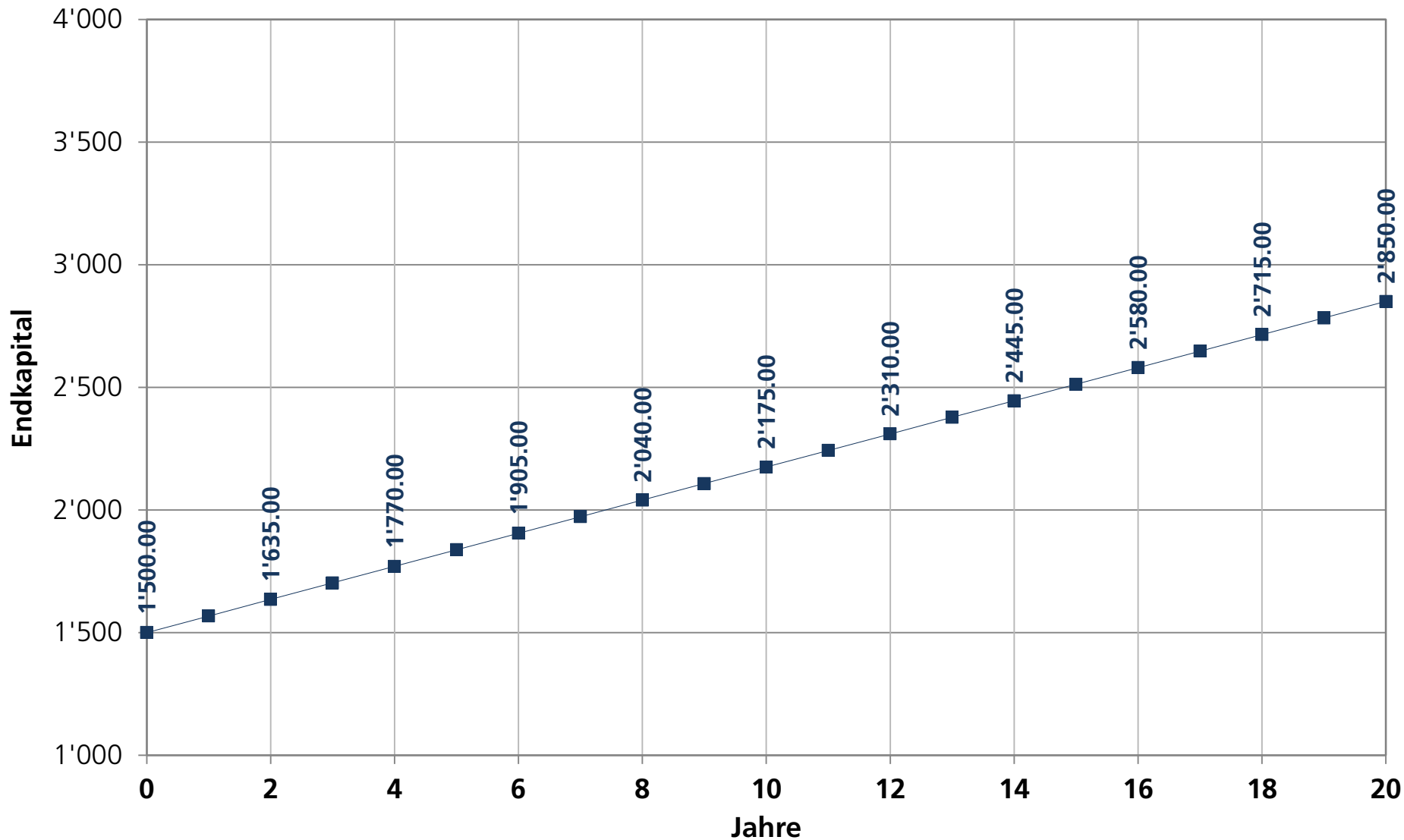
Zinsstrukturkurven Schweiz

Monatsendwerte: 31.12.1989, 31.12.1993, 31.12.1998



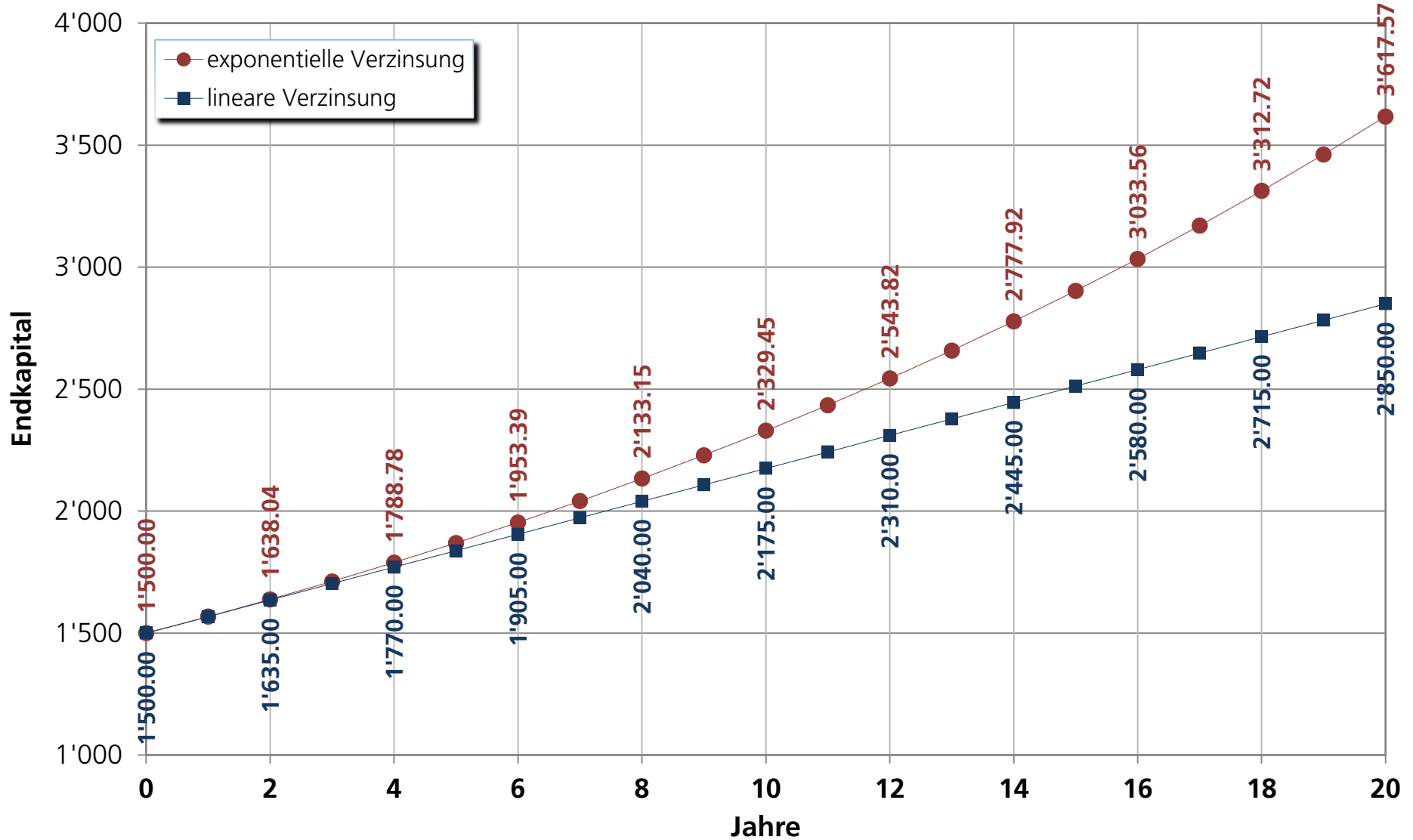
Kapitalentwicklung bei linearer (einfacher) Verzinsung

Anfangskapital: 1'500.00, Zinssatz: 4,50%



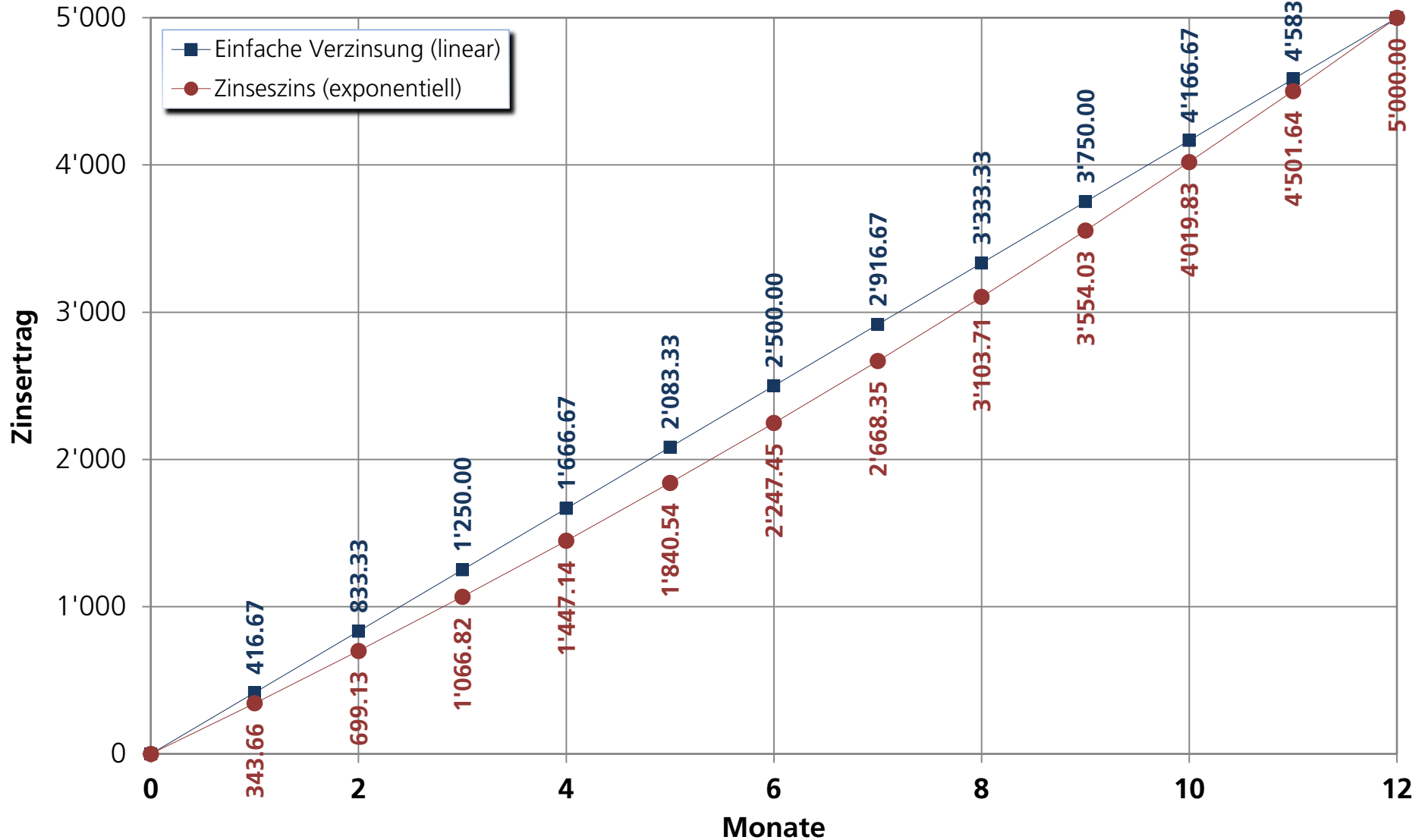
Kapitalentwicklung bei exponentieller und linearer Verzinsung

Anfangskapital: 1'500.00, Zinssatz: 4,50%



Lineare und exponentielle Verzinsung im Vergleich

Monatliche Entwicklung des Zinsertrags; Kapital: 10'000.00, Zinssatz: 50%



institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

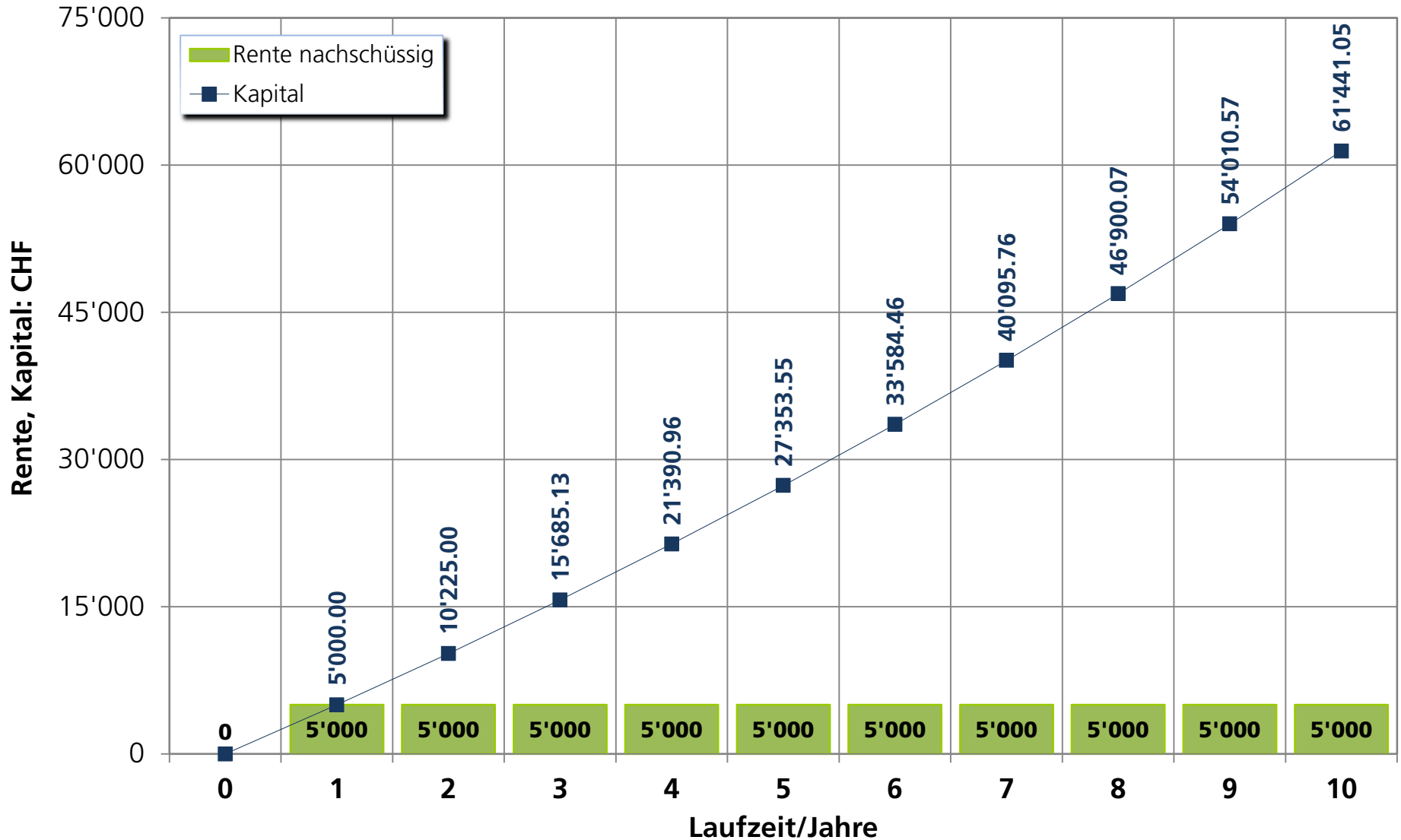
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
3., überarbeitete Auflage 2016
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 2: **Rentenrechnen**

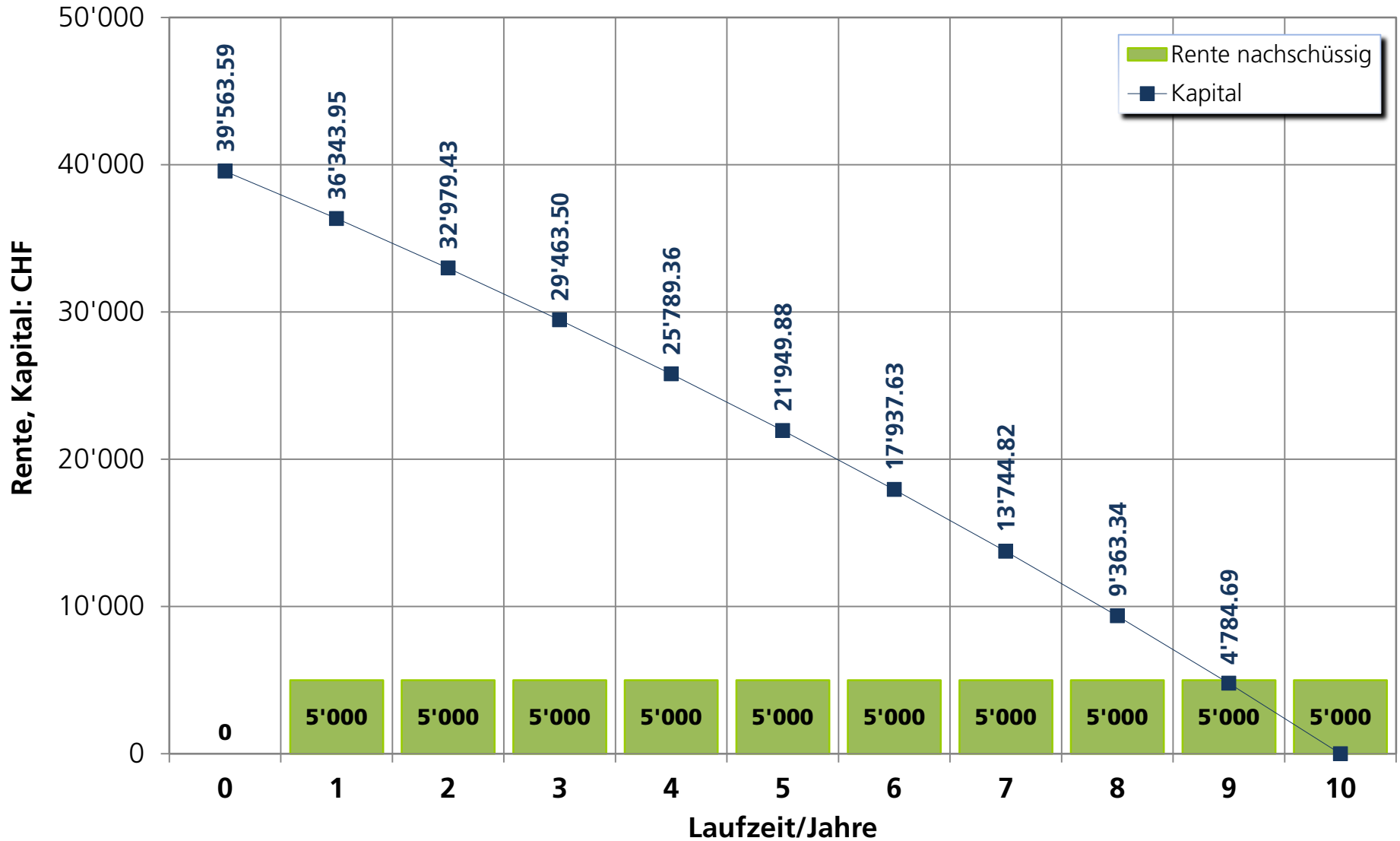
Rentenrechnen: Kapitalaufbau

Rente/nachschüssig: CHF 5'000.00, Zinssatz: 4,5%, Laufzeit: 10 Jahre



Rentenrechnen: Kapitalabbau

Rente/nachschüssig: CHF 5'000.00, Zinssatz: 4,5%, Laufzeit: 10 Jahre



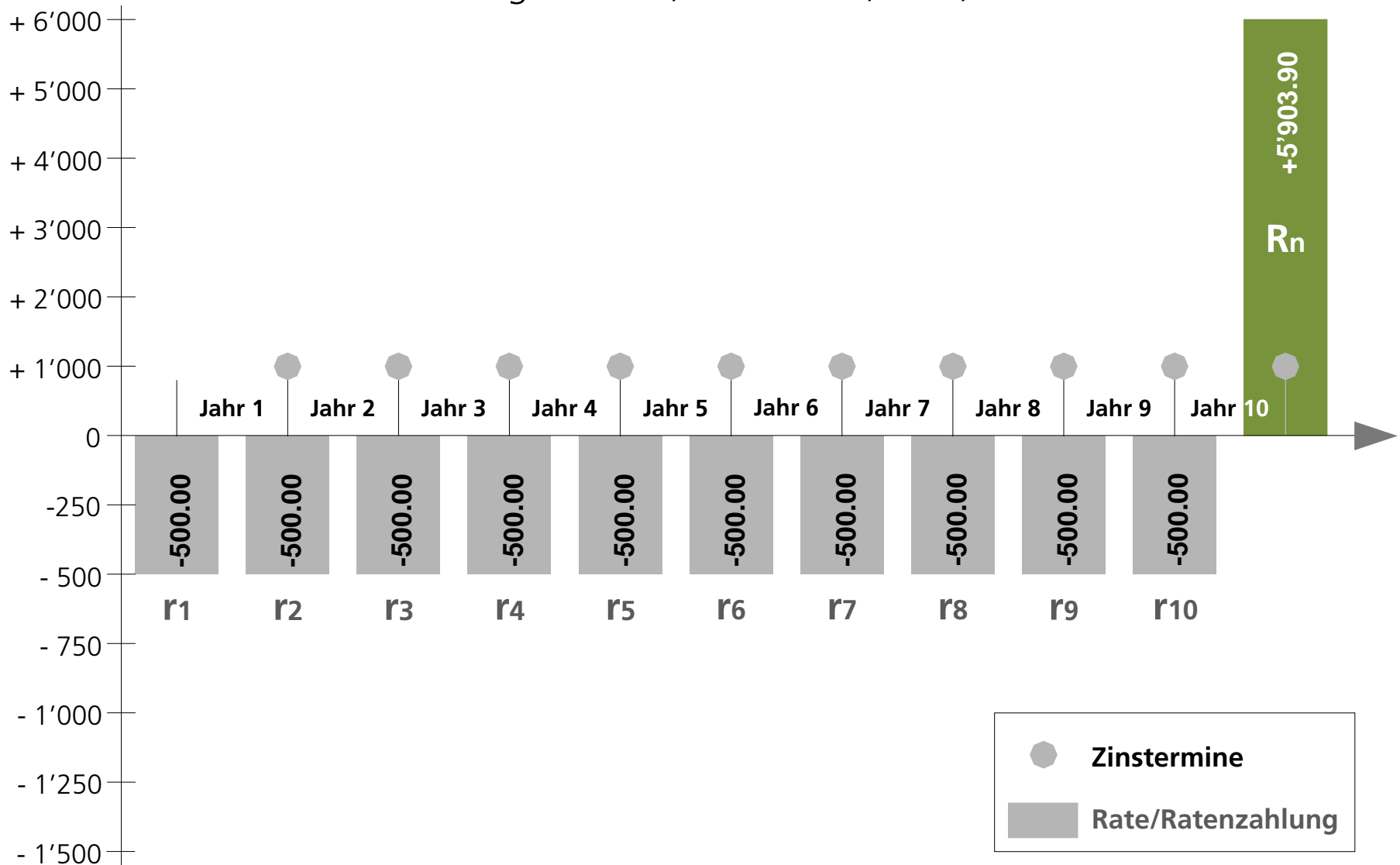
Rentenrechnen: Ausprägungen/Formen

Rentenhöhe	Konstante (fixe) Renten	veränderliche Renten			
		sich regelmässig ändernde Renten		sich regellos ändernde Renten	
Rentendauer	endliche Renten befristete Renten		unendliche Renten endlose Renten		
Rentenzahlung	vorschüssige Renten zu Beginn einer Rentenperiode		nachschüssige Renten am Ende einer Rentenperiode		
Rentenperioden	jährlich	unterjährlich			
		halb-jährlich	quartals-weise	monatlich	usw.
Zinsperioden	jährlich	unterjährlich			
		halb-jährlich	quartals-weise	monatlich	usw.

■ **Beispiel:** jährliche Einzahlung von CHF 6'500.00 auf ein 3a-Konto, jeweils am 31. Dezember

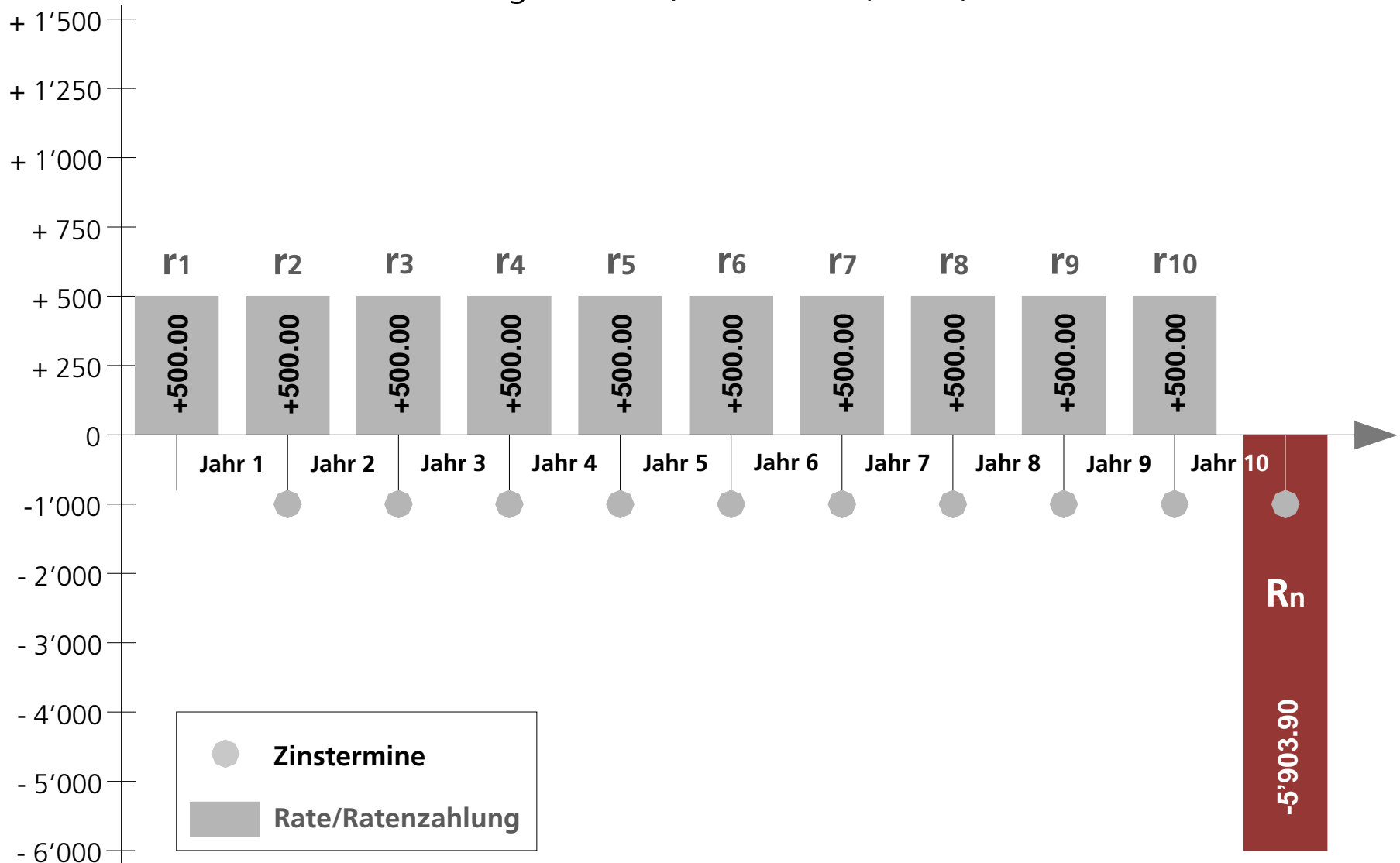
Endkapital einer vorschüssigen Rente: Optik Geldgeber (Sparer)

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



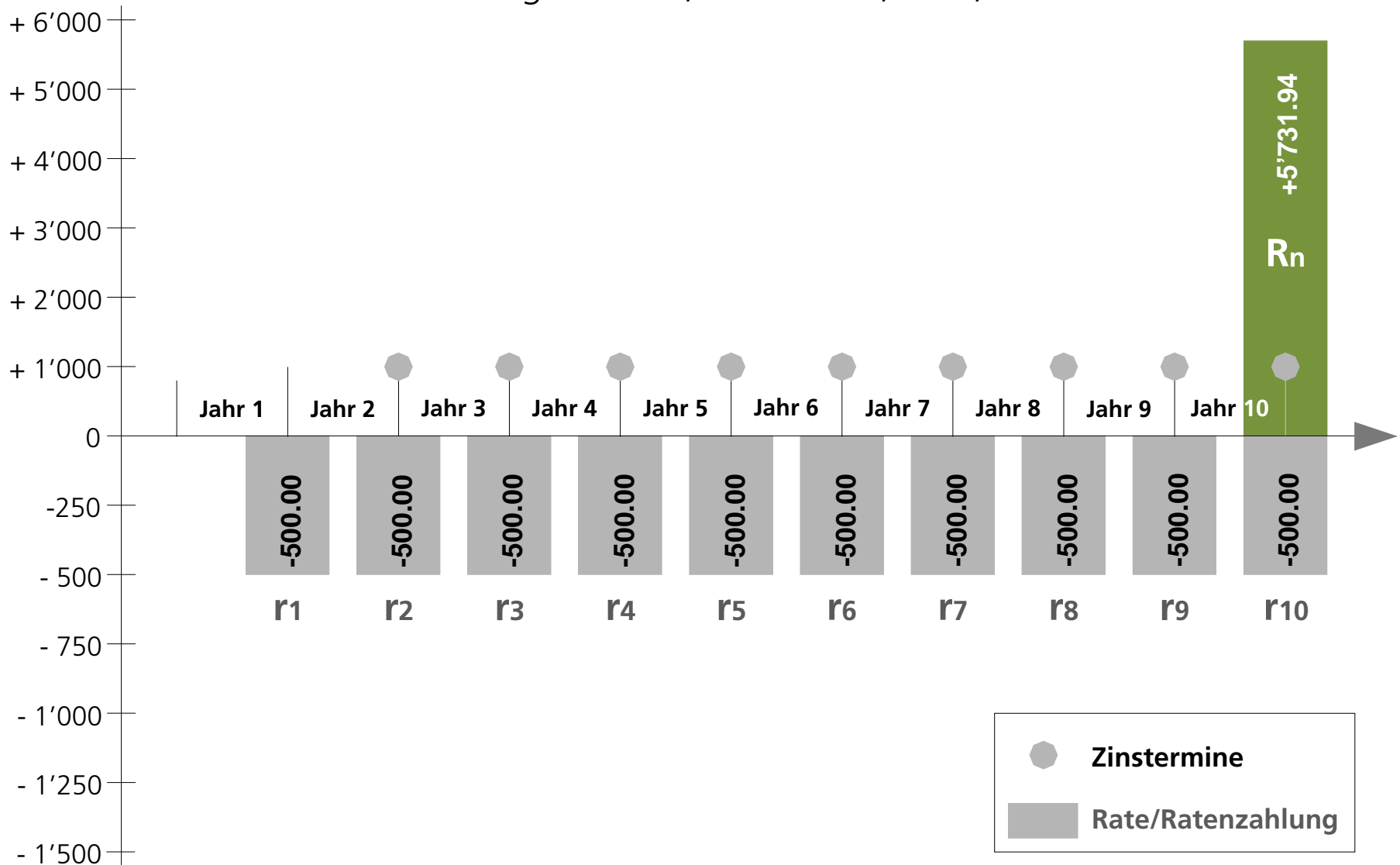
Endkapital einer vorschüssigen Rente: Optik Geldnehmer (Bank)

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



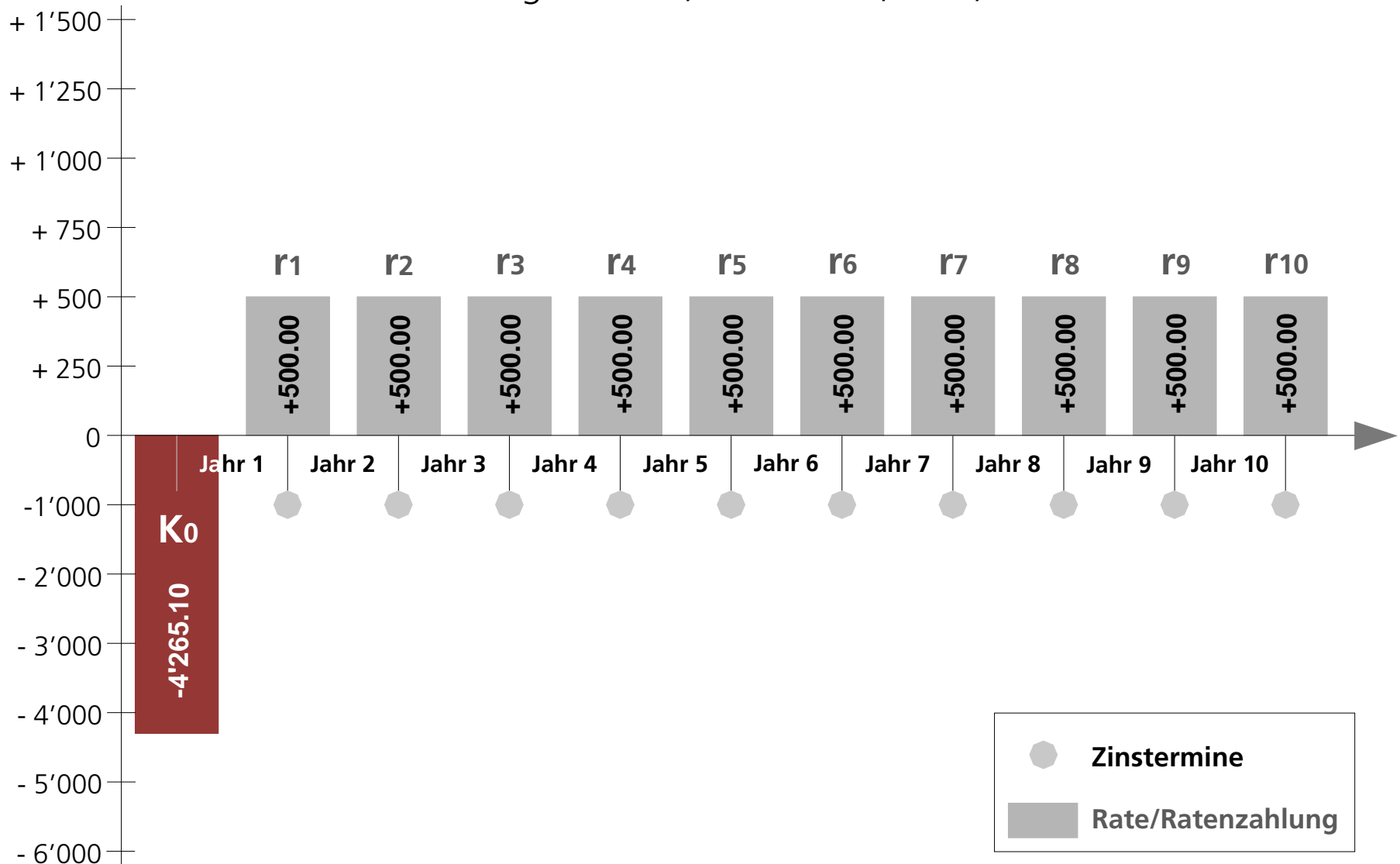
Endkapital einer nachschüssigen Rente: Optik Geldgeber (Sparer)

Jahresrente/nachschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



Anfangskapital einer nachschüssigen Rente: Optik Versicherter

Jahresrente/nachschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



Rentenrechnen: Endwert nachschüssiger Jahresrenten

Der Aufbau eines Kapitals auf der Basis jährlicher nachschüssiger Zahlungen kann mit folgenden Fragestellungen verknüpft sein:

- a. Welches ist der **Rentenendwert (R_n)**, wenn eine jährliche nachschüssige Rente (**r**) während einer bestimmten Laufzeit (**n**) zum jährlichen Zinssatz (**i**) angespart wird?
- b. Welches ist die jährliche nachschüssige **Rente (r)**, verzinst zum jährlichen Zinssatz (**i**), damit nach einer bestimmten Laufzeit (**n**) ein bestimmter Rentenendwert (**R_n**) erreicht wird?
- c. Welches ist der jährliche **Zinssatz (i)**, damit eine jährliche nachschüssige Rente (**r**) während einer bestimmten Laufzeit (**n**) einen bestimmten Rentenendwert (**R_n**) ergibt?
- d. Welches ist die **Laufzeit (n)**, damit eine jährliche nachschüssige Rente (**r**), verzinst zum jährlichen Zinssatz (**i**), einen bestimmten Rentenendwert (**R_n**) ergibt?

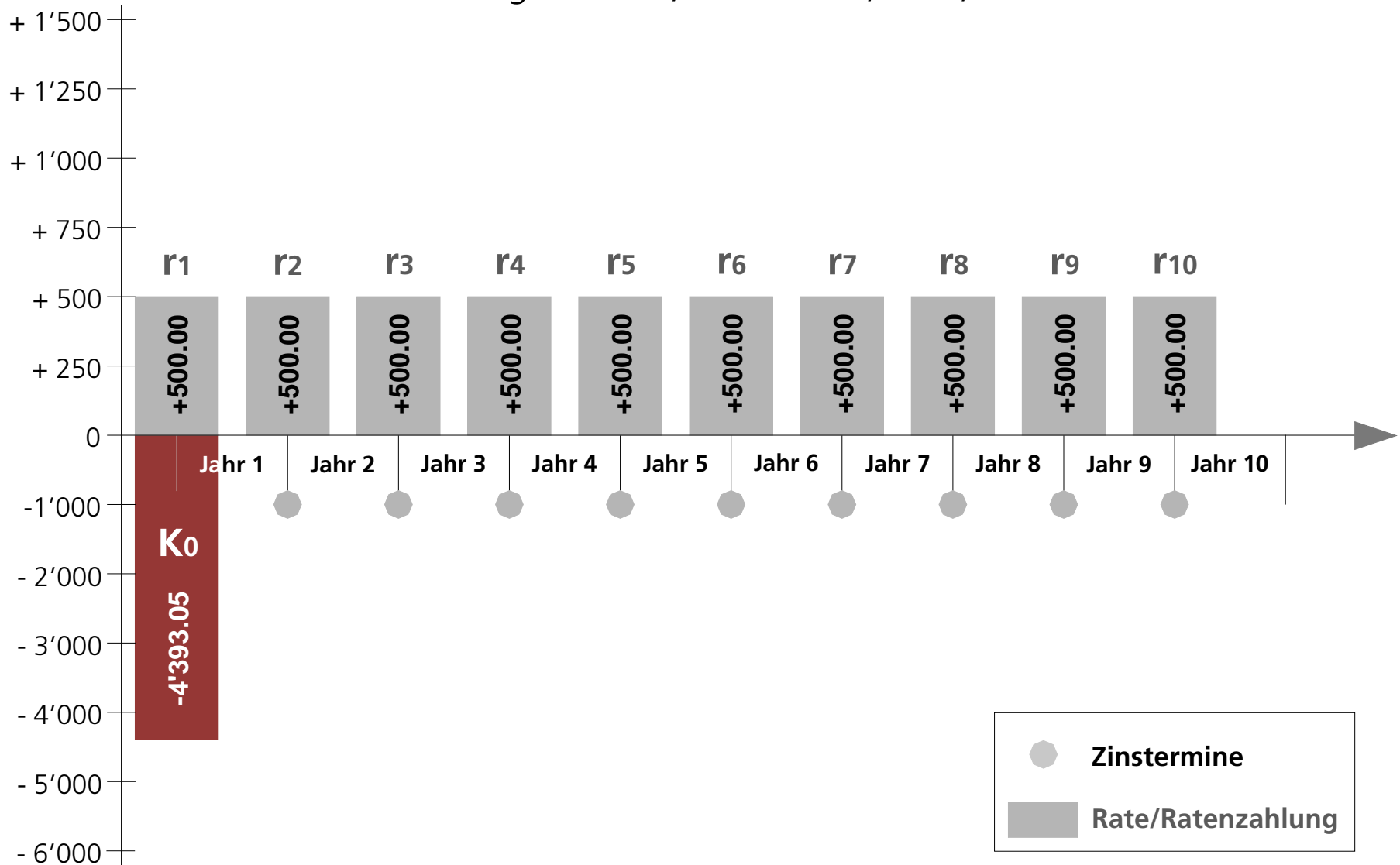
Rentenrechnen: Barwert nachschüssiger Jahresrenten

Der Kapitalabbau auf der Basis jährlicher nachschüssiger Zahlungen ist mit folgenden Fragestellungen verknüpft:

- a. Welches Kapital bzw. welcher **Rentenbarwert (R_0)** muss heute vorliegen, um – bei einem jährlichen Zinssatz (**i**) – eine jährliche nachschüssige Rente (**r**) während einer bestimmten Laufzeit (**n**) auszahlen zu können?
oder: Welches ist, abgezinst zum jährlichen Zinssatz (i), der heutige Wert (Gegenwartswert, Present Value) bzw. der Rentenbarwert (R_0) jährlicher nachschüssiger Zahlungen (r), die während einer bestimmten Laufzeit (n) anfallen?
- b. Welches ist die jährliche nachschüssige **Rente (r)**, verzinst zum jährlichen Zinssatz (**i**), die während einer bestimmten Laufzeit (**n**) aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts (**R_0**) geleistet werden kann?
- c. Welches ist der jährliche **Zinssatz (i)**, damit eine jährliche nachschüssige Rente (**r**) während einer bestimmten Laufzeit (**n**) aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts (**R_0**) geleistet werden kann?
- d. Welches ist die **Laufzeit (n)**, während der eine jährliche nachschüssige Rente (**r**), verzinst zum jährlichen Zinssatz (**i**), aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts (**R_0**) geleistet werden kann?

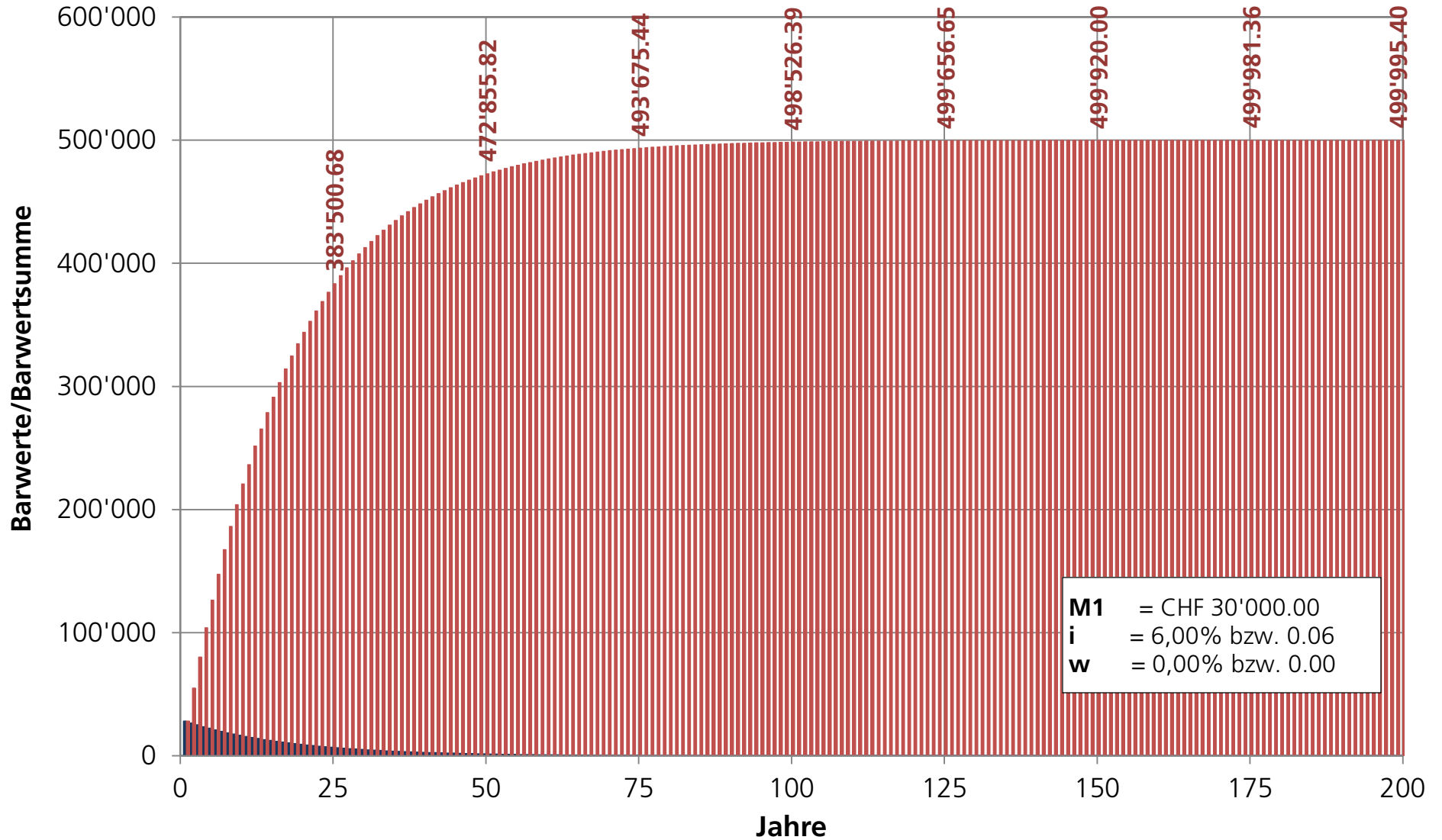
Anfangskapital einer vorschüssigen Rente: Optik Versicherter

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



Immobilienbewertung

Barwert konstanter Nettomietzinseinnahmen



institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

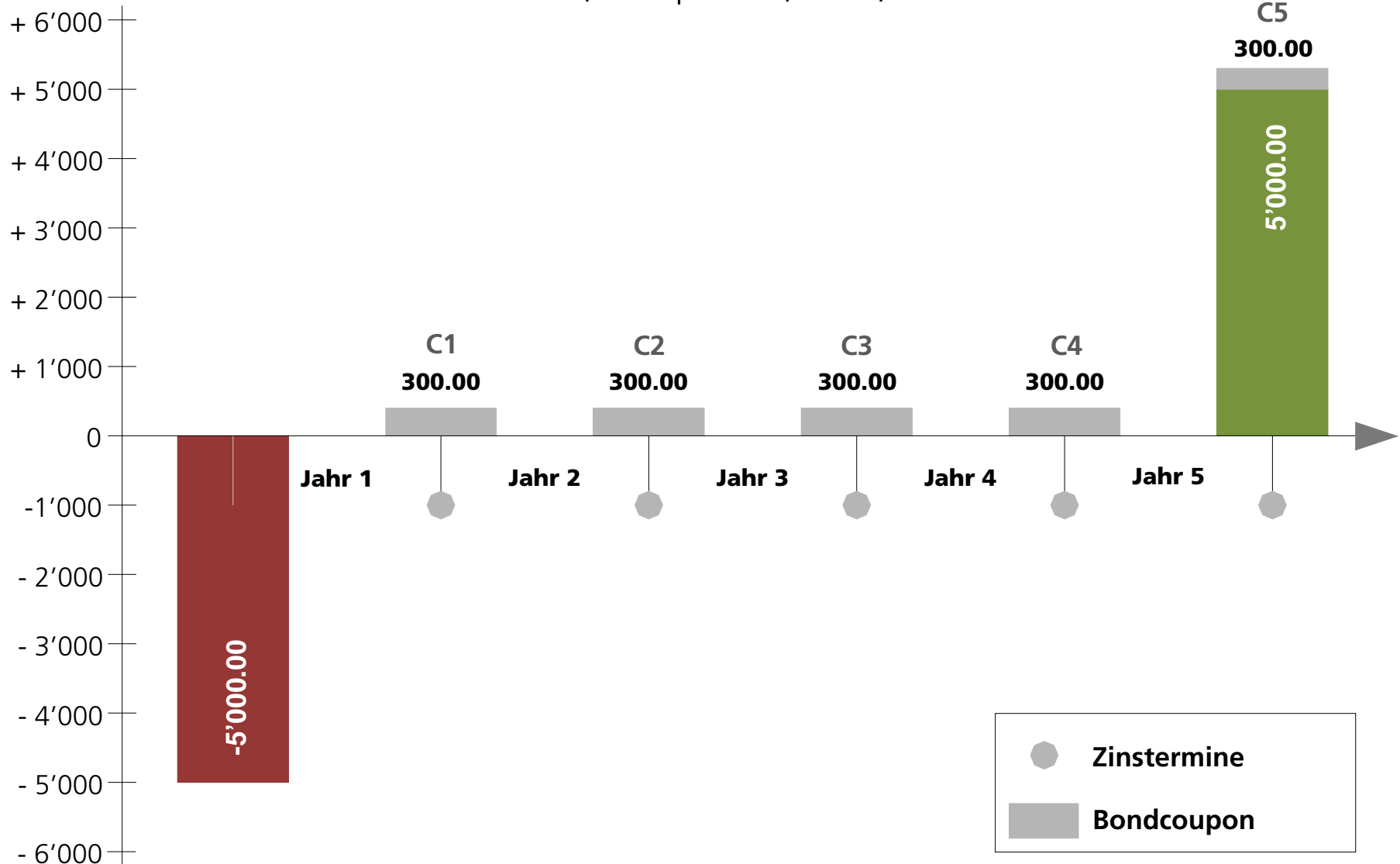
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
3., überarbeitete Auflage 2016
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 3: **Bondrechnen**

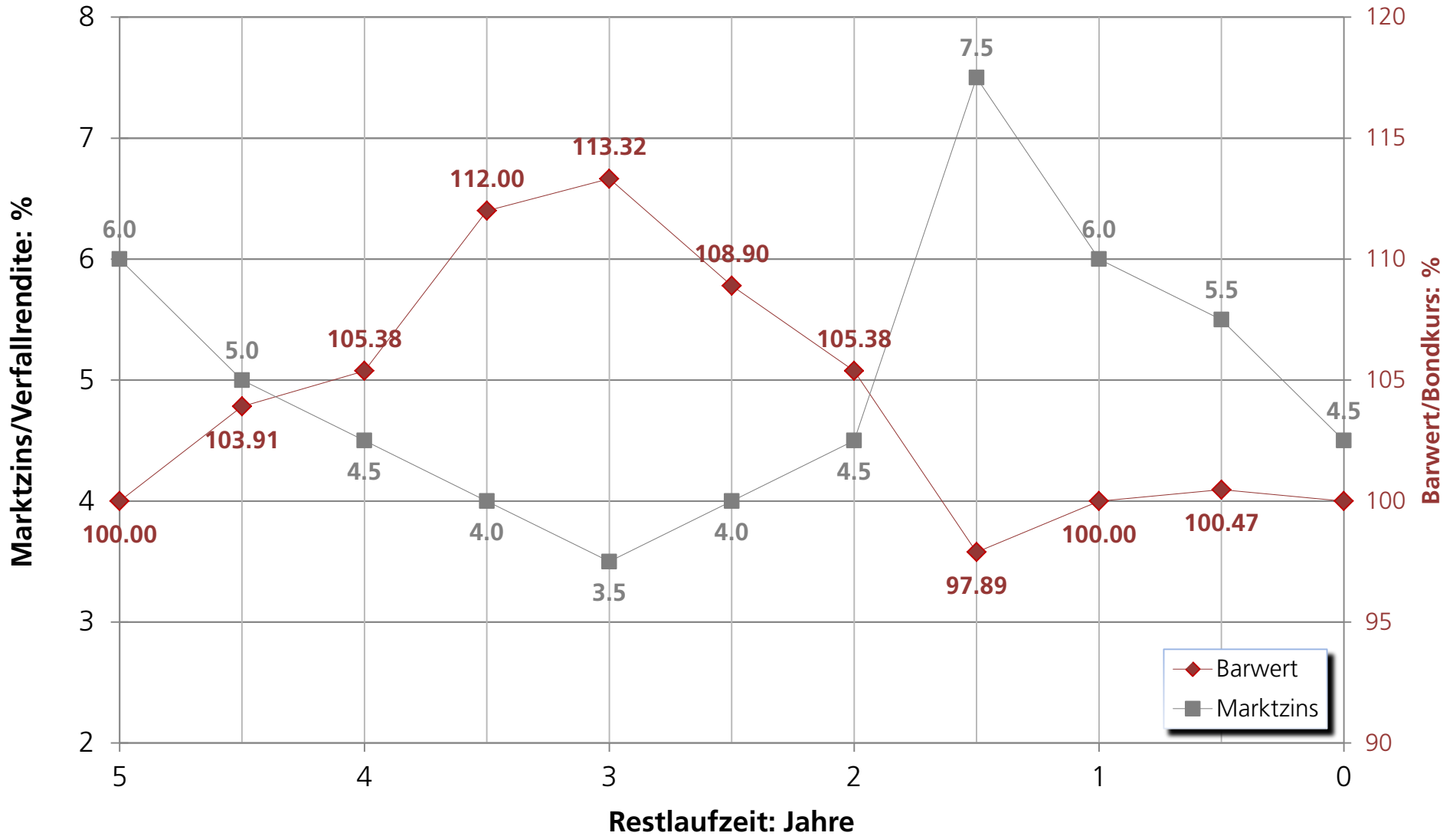
Obligation (Bond): Optik Geldgeber

Nennwert: 5'000.00, Coupon: 6,00%, Laufzeit: 5 Jahre



Zinssensitivität einer Obligation

Coupons 6%, Laufzeit 5 Jahre



Barwert einer Obligation

Coupon 6,00%, Verfallrendite 4,00%, Nennwert CHF 5'000.00, Restlaufzeit 5 Jahre

Zinstermine/ Rückzahlung (t)	Zahlungsströme (Z)	Barwerte
heute in 1 Jahr	300.00	$300.00 \div 1.04 = 288.46$
heute in 2 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.04^2 = 277.37$
heute in 3 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.04^3 = 266.70$
heute in 4 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.04^4 = 256.44$
heute in 5 Jahren	5'300.00	$5'300.00 \div 1.04^5 = 4'356.21$

$$\text{Total} \quad \sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t} = \underline{\underline{5'445.18}} \quad \underline{\underline{108,90\%}}$$

Der Barwert der Obligation ist CHF 5'445.18.

Das entspricht einem Börsenkurs von 108,90% (CHF 5'445.18 von CHF 5'000.00).

Barwert einer Obligation

Coupon 6,00%, Verfallrendite 3,00%, Nennwert CHF 5'000.00, Restlaufzeit 3.5 Jahre

Zinstermine/ Rückzahlung (t)	Zahlungsströme (Z)	Barwerte
heute in 0.5 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.03^{0.5} = 295.60$
heute in 1.5 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.03^{1.5} = 286.99$
heute in 2.5 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.03^{2.5} = 278.63$
heute in 3.5 Jahren	5'300.00	$5'300.00 \div 1.03^{3.5} = 4'779.09$
Total $\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}$		= 5'640.31
./. Marchzins für 180 Tage		= -150.00
= Börsenkurs		= <u>5'490.31</u> <u>109,81%</u>

Duration einer Obligation bei Emission

Coupon 6.00%, Nennwert CHF 5'000.00, Laufzeit 5 Jahre

(1) Zinstermine/ Rückzahlung (t)	(2) Zahlungs- ströme (Z _t)	(3) Barwerte	(4) Barwert- anteile	(5) Kapitalbindung der Zahlungs- ströme in Jahren	(6) mit der Kapitalbin- dung gewichtete Barwertanteile (4) x (5)
in 1 Jahr	6.00	6 ÷ 1.06 = 5.6604	5,6604%	1 Jahr	0.0566
in 2 Jahren	6.00	6 ÷ 1.06 ² = 5.3400	5,3400%	2 Jahre	0.1068
in 3 Jahren	6.00	6 ÷ 1.06 ³ = 5.0377	5,0377%	3 Jahre	0.1511
in 4 Jahren	6.00	6 ÷ 1.06 ⁴ = 4.7256	4,7526%	4 Jahre	0.1901
in 5 Jahren	106.00	106 ÷ 1.06 ⁵ = 79.2093	79,2093%	5 Jahre	3.9605

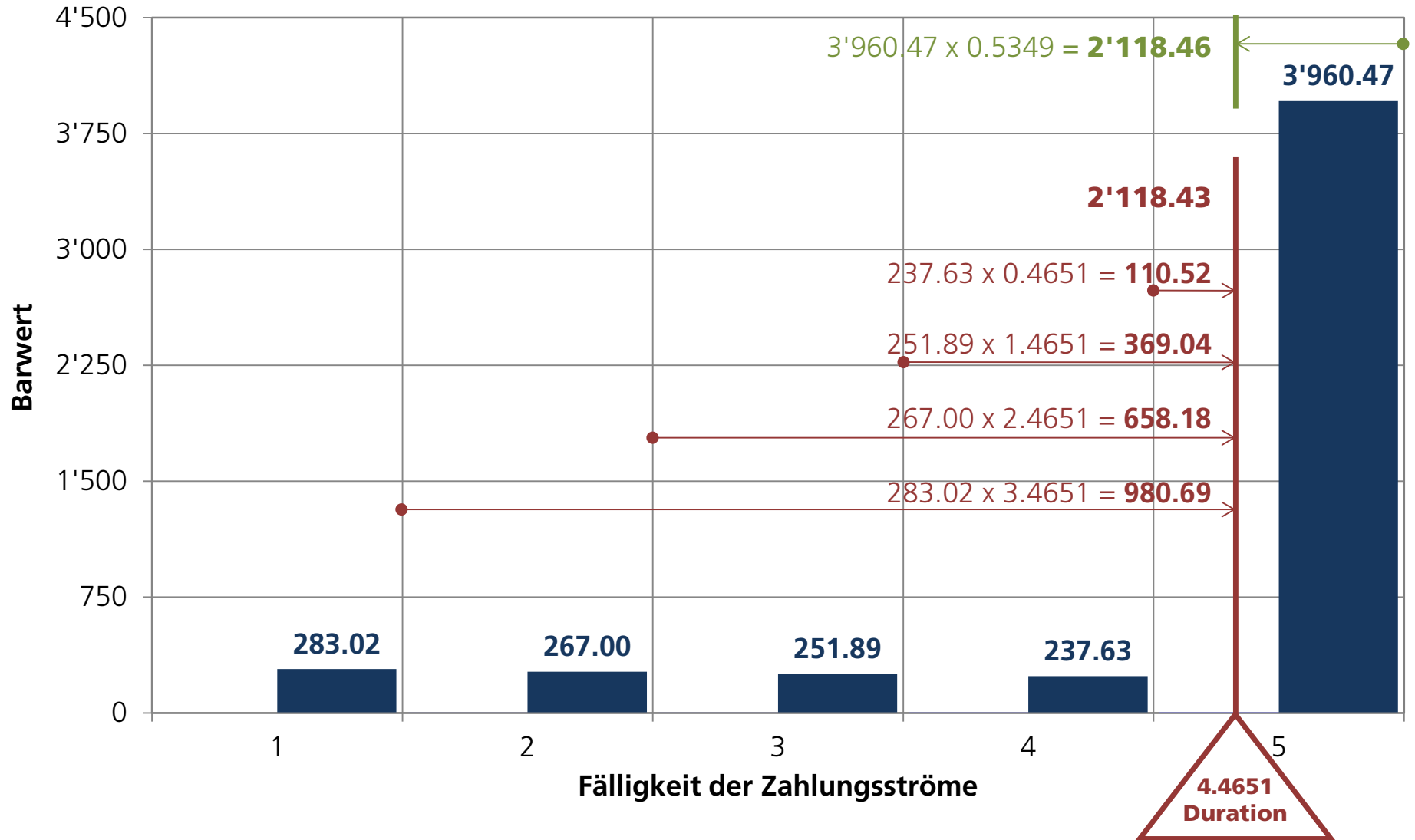
$$\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}$$

$$= 100.0000 \quad 100,0000\%$$

$$\sum_{t=1}^n t \cdot \frac{\frac{Z_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}} = \underline{\underline{4.4651}}$$

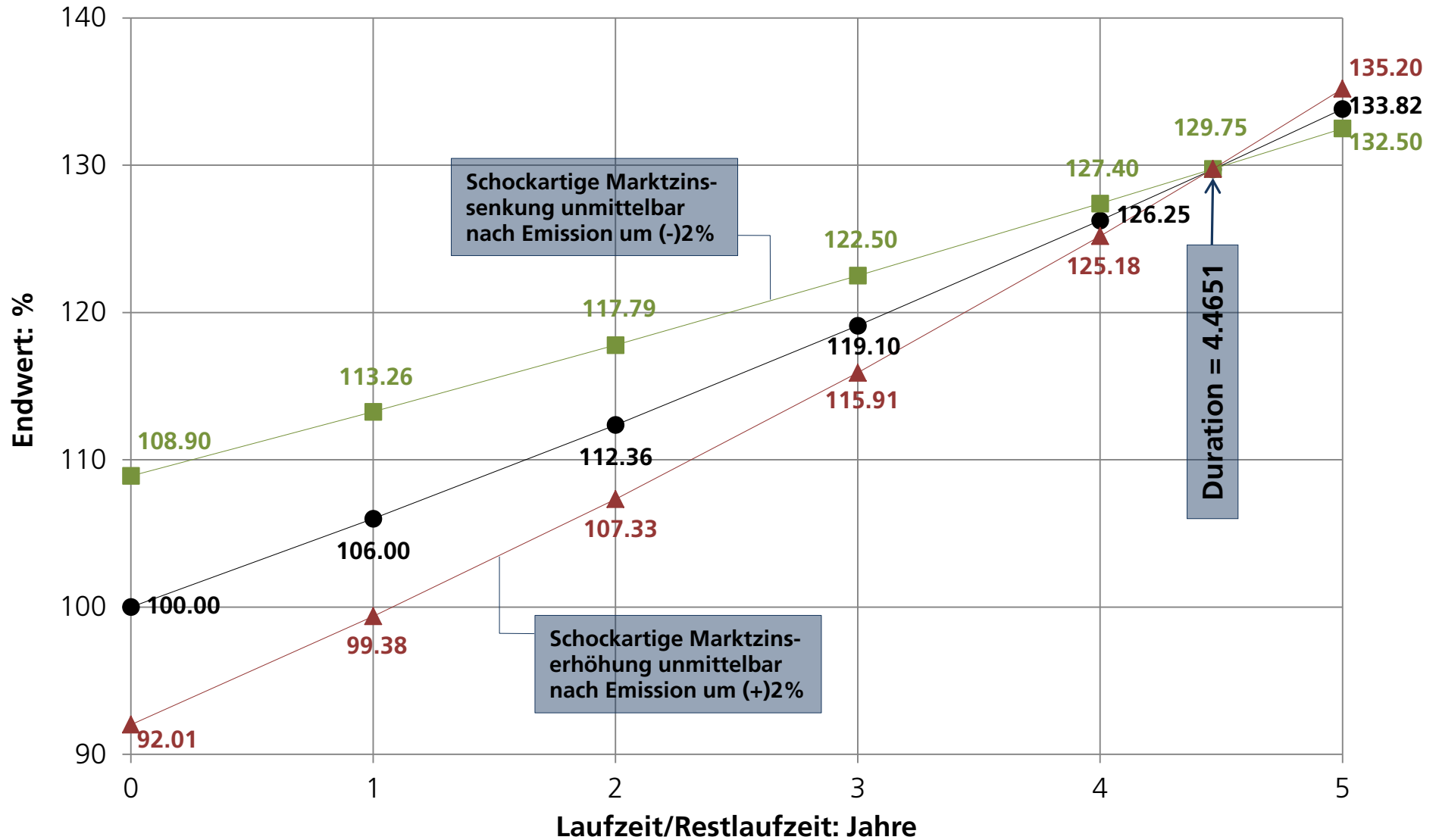
Duration einer Obligation

Coupon 6%, Nennwert CHF 5'000, Laufzeit 5 Jahre



Duration einer Obligation

Coupon 6%, Nennwert CHF 5'000, Laufzeit 5 Jahre



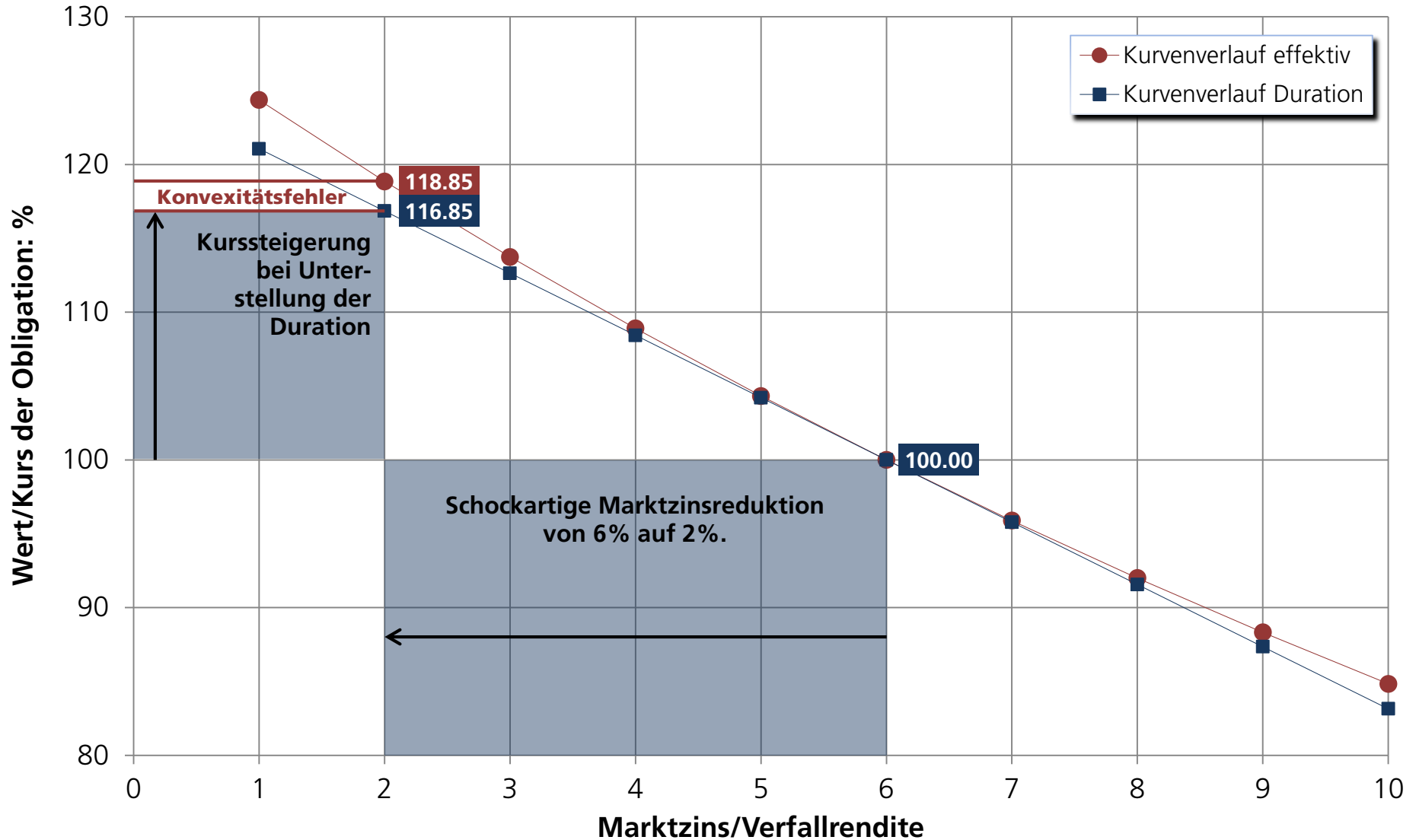
Duration einer Obligation während der Laufzeit

Coupon 6.00%, Verfallrendite 5,00%, Nennwert CHF 5'000.00, Restlaufzeit 3.25 Jahre

(1) Zinstermine/ Rückzahlung (t)	(2) Zahlungs- ströme (Z _t)	(3) Barwerte	(4) Barwert- anteile	(5) Kapitalbindung der Zahlungs- ströme in Jahren	(6) mit der Kapitalbin- dung gewichtete Barwertanteile (4) x (5)
in 3 Monaten	6.00	6 ÷ 1.05^{0.25} = 5.9273	5,5186%	0.25 Jahre	0.0138
in 1.25 Jahren	6.00	6 ÷ 1.05^{1.25} = 5.6450	5,2558%	1.25 Jahre	0.0657
in 2.25 Jahren	6.00	6 ÷ 1.05^{2.25} = 5.3762	5,0055%	2.25 Jahre	0.1126
in 3.25	106.00	106 ÷ 1.05^{3.25} = 90.4567	84.2201%	3.25 Jahre	2.7372
$\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t} = 107,4052 \quad 100,0000\%$				$\sum_{t=1}^n t \cdot \frac{\frac{Z_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}} = \underline{\underline{2.9293}}$	

Konvexität

Zinssensitivität von Obligationen



institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

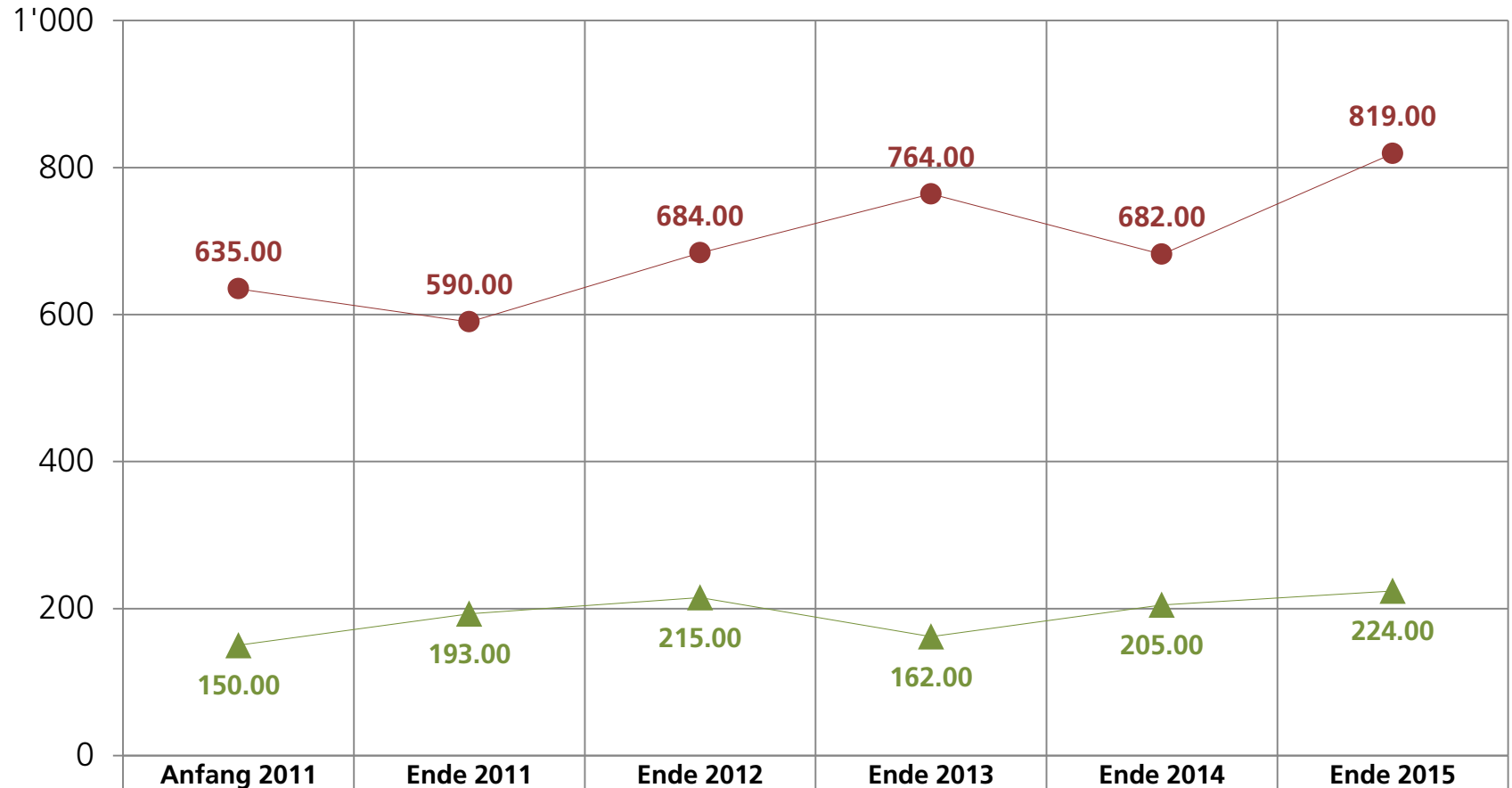
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
3., überarbeitete Auflage 2016
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 4: **Performancerechnen**

Aktie A, Aktie B: Kurse und Dividenden

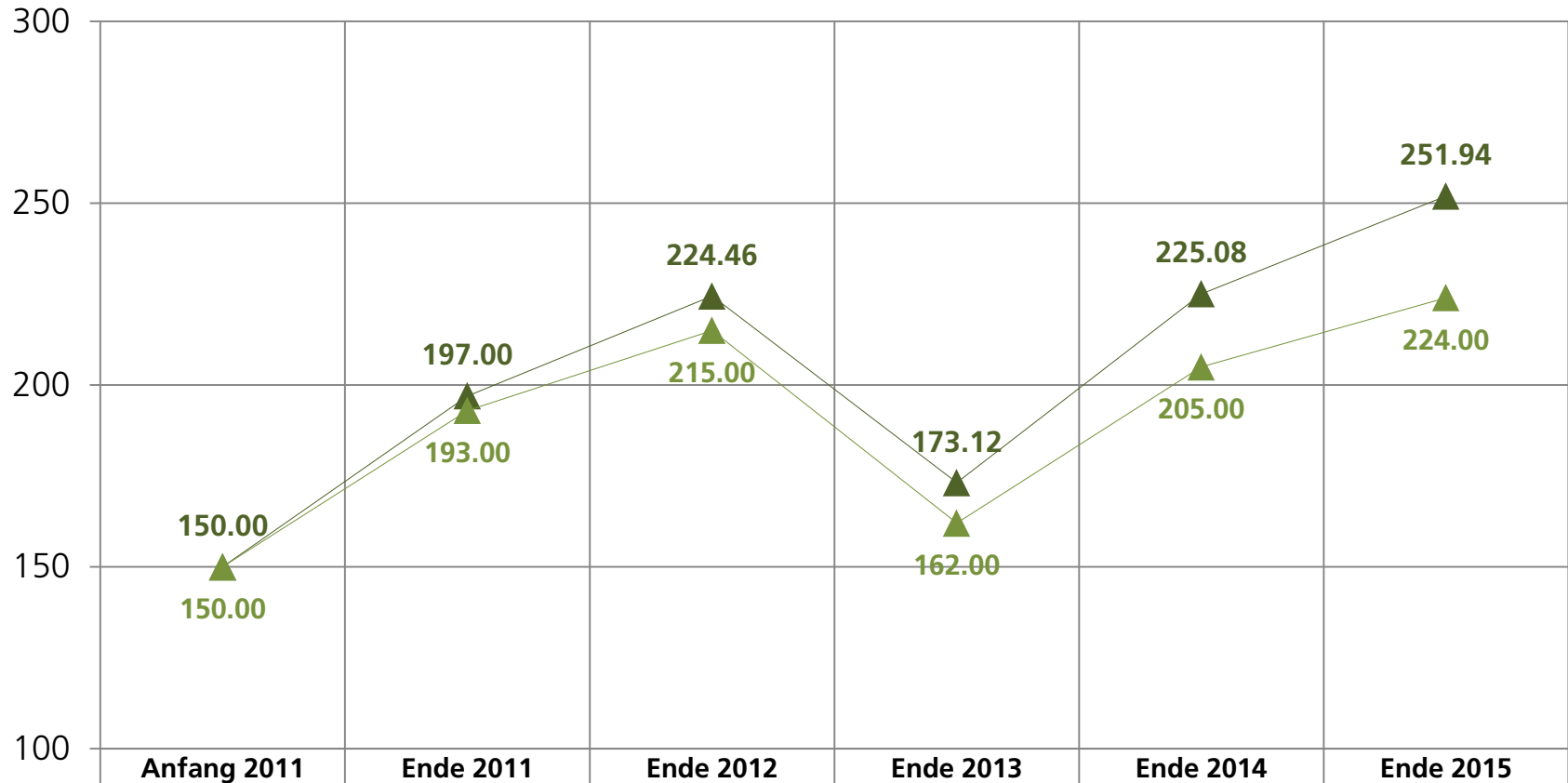
Arithmetische Skala



—●— Kurs Aktie B	635.00	590.00	684.00	764.00	682.00	819.00
Dividende B		7.00	8.00	8.00	8.00	9.00
—▲— Kurs Aktie A	150.00	193.00	215.00	162.00	205.00	224.00
Dividende A		4.00	5.00	4.00	6.00	6.00

Aktie A: Kurs- und Kapitalentwicklung

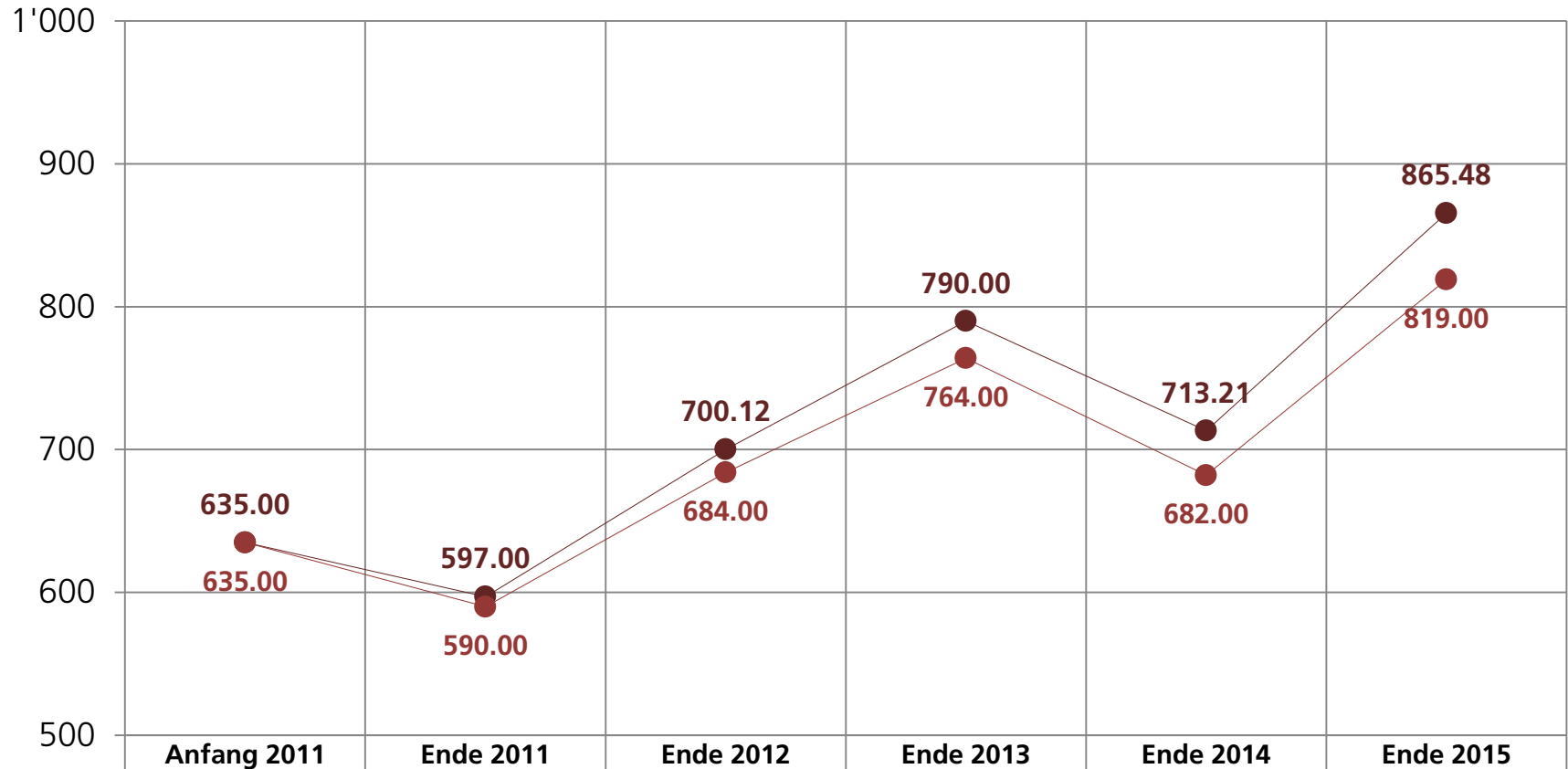
Arithmetische Skala



▲ Endkapital A	150.00	197.00	224.46	173.12	225.08	251.94
▲ Kurs Aktie A	150.00	193.00	215.00	162.00	205.00	224.00
Dividende		4.00	5.00	4.00	6.00	6.00
TR diskret		31.33%	13.94%	-22.87%	30.01%	11.93%
TR stetig		27.26%	13.05%	-25.97%	26.24%	11.27%

Aktie B: Kurs- und Kapitalentwicklung

Arithmetische Skala



● Endkapital B	635.00	597.00	700.12	790.00	713.21	865.48
● Kurs Aktie B	635.00	590.00	684.00	764.00	682.00	819.00
Dividende		7.00	8.00	8.00	8.00	9.00
TR diskret		-5.98%	17.27%	12.84%	-9.72%	21.35%
TR stetig		-6.17%	15.93%	12.08%	-10.23%	19.35%

Renditebestimmung bei Einlagen/Entnahmen

Betrachtungszeitraum: 31.12.2015-31.12.2016

Datum	Depotbestand vor Einlagen/Entnahmen	Einlagen Einzahlungen	Entnahmen Rückzahlungen	Depotbestand nach Einlagen/Entnahmen	Rendite
31. Dezember 2015	1'000'000.00			1'000'000.00	
12. März 2016	1'015'000.00	50'000.00		1'065'000.00	+1,50%
30. Juni 2016	1'086'300.00	23'700.00		1'110'000.00	+2,00%
12. September 2016	1'079'475.00		39'475.00	1'040'000.00	-2,75%
31. Dezember 2016	1'081'600.00				+4,00%

Zeitgewichtete Rendite

$$\left[\frac{1'015'000.00}{1'000'000.00} \circ \frac{1'086'300.00}{1'065'000.00} \circ \frac{1'079'475.00}{1'110'000.00} \circ \frac{1'081'600.00}{1'040'000.00} \right]^{-1} = 0.047102 \text{ bzw. } \underline{\underline{+4,7102\%}}$$

$$\left[1.015 \circ 1.02 \circ 0.9725 \circ 1.04 \right]^{-1} = 0.047102 \text{ bzw. } \underline{\underline{+4,7102\%}}$$

Renditebestimmung bei Einlagen/Entnahmen

Betrachtungszeitraum: 31.12.2015-31.01.2016

Datum	Depotbestand vor Einlagen/Entnahmen	Einlagen Einzahlungen	Entnahmen Rückzahlungen	Depotbestand nach Einlagen/Entnahmen	Rendite
31. Dezember 2015	1'000'000.00			1'000'000.00	
06. Januar 2016	1'015'000.00	50'000.00		1'065'000.00	+1,50%
15. Januar 2016	1'086'300.00	23'700.00		1'110'000.00	+2,00%
21. Januar 2016	1'079'475.00		39'475.00	1'040'000.00	-2,75%
31. Januar 2016	1'081'600.00				+4,00%

Zeitgewichtete Rendite

$$\left[\frac{1'015'000.00}{1'000'000.00} \circ \frac{1'086'300.00}{1'065'000.00} \circ \frac{1'079'475.00}{1'110'000.00} \circ \frac{1'081'600.00}{1'040'000.00} \right]^{-1} = 0.047102 \text{ bzw. } \underline{\underline{+4,7102\%}}$$

$$\left[1.015 \circ 1.02 \circ 0.9725 \circ 1.04 \right]^{-1} = 0.047102 \text{ bzw. } \underline{\underline{+4,7102\%}}$$

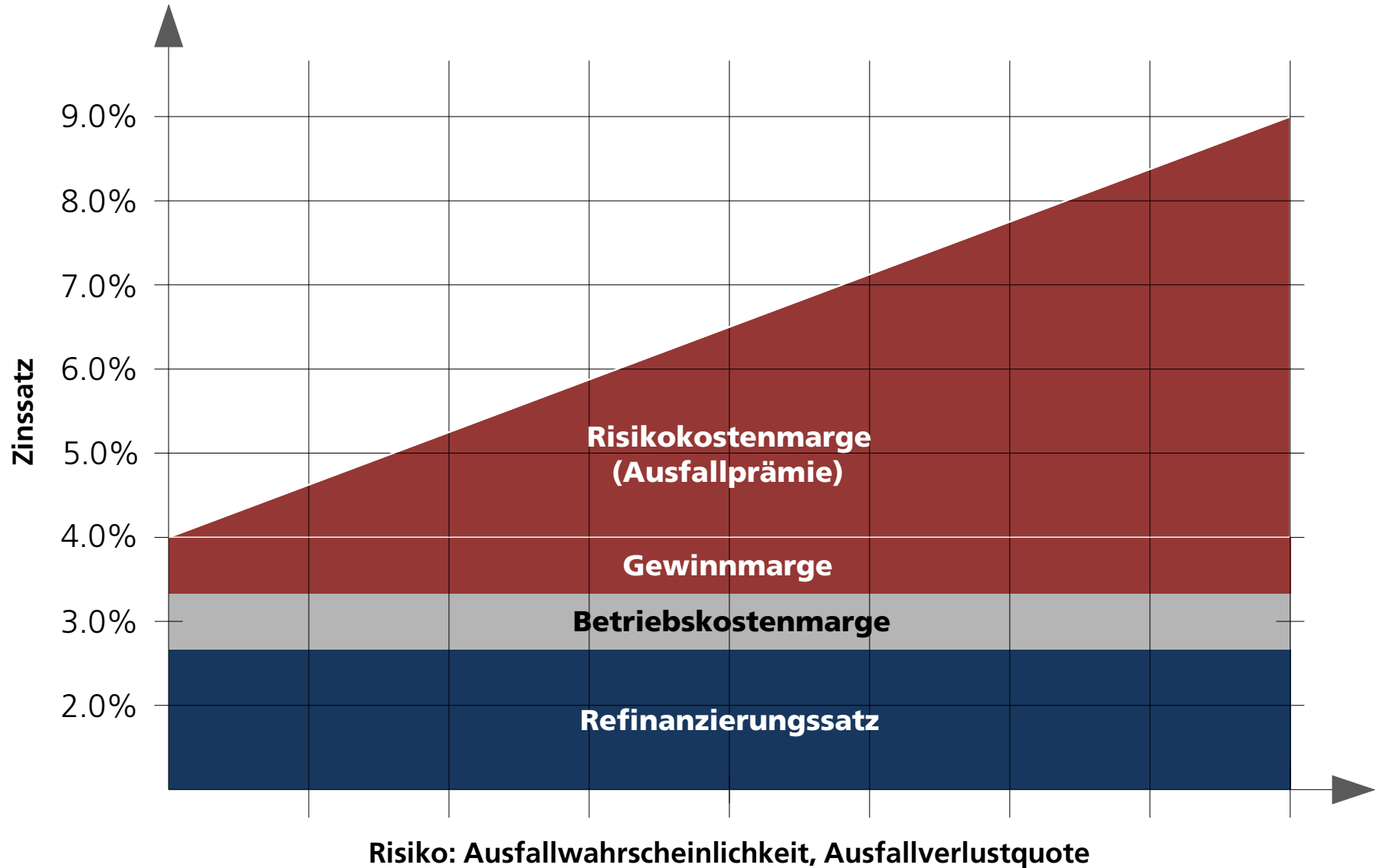
institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

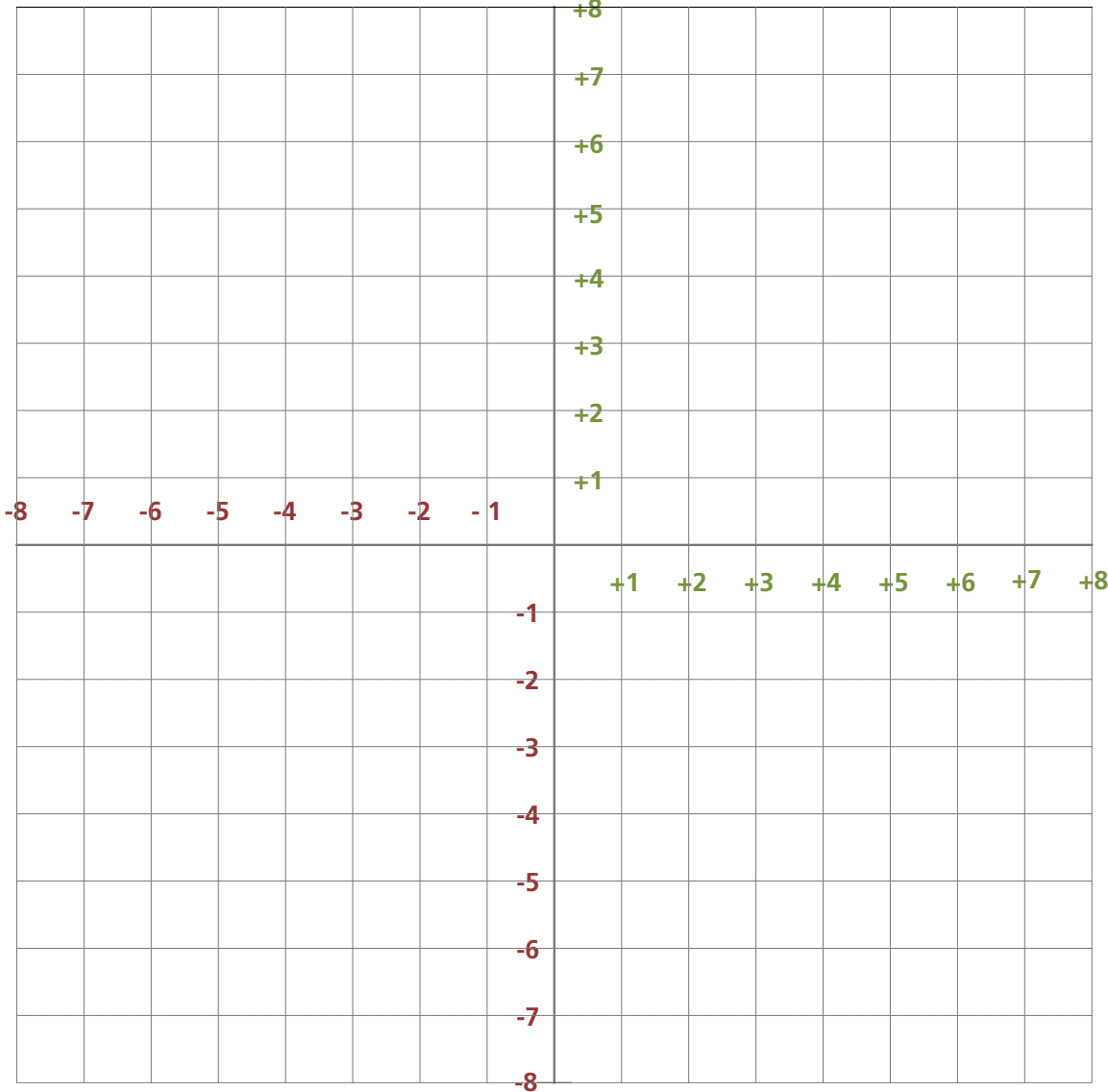
Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
3., überarbeitete Auflage 2016
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 5: **Funktionen und Diagramme**

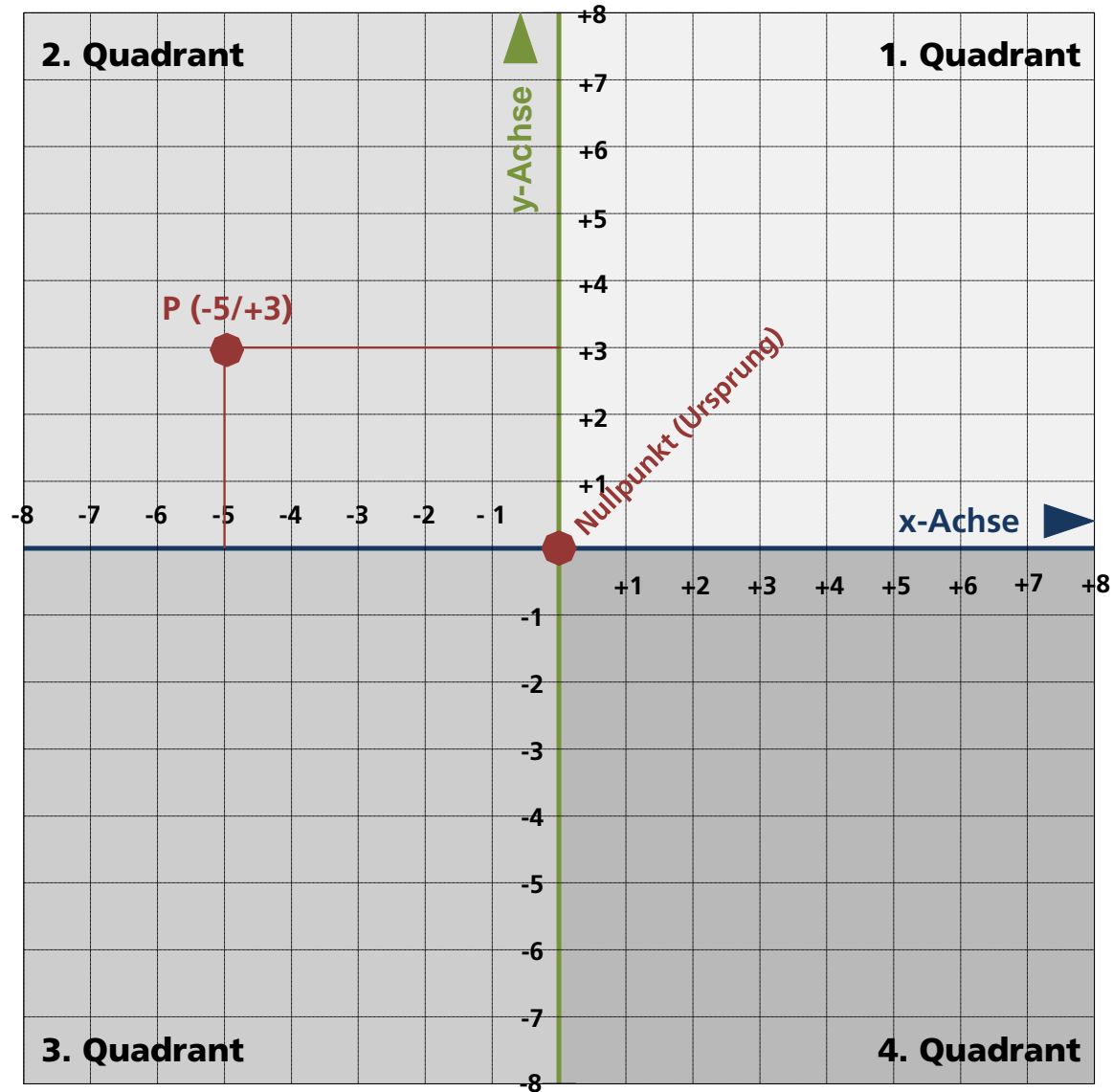
Risk Adjusted Pricing



Kartesisches Koordinatensystem

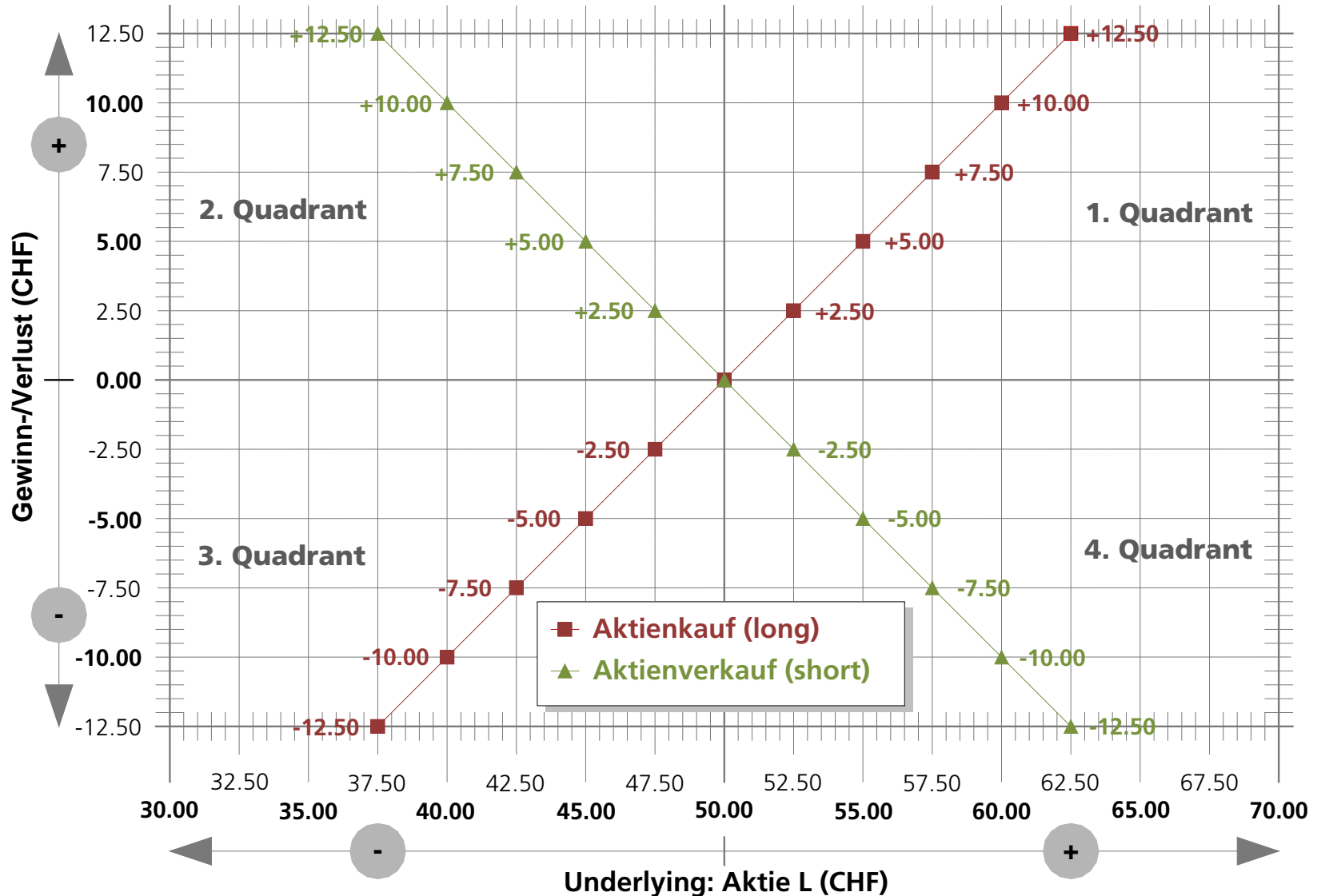


Kartesisches Koordinatensystem

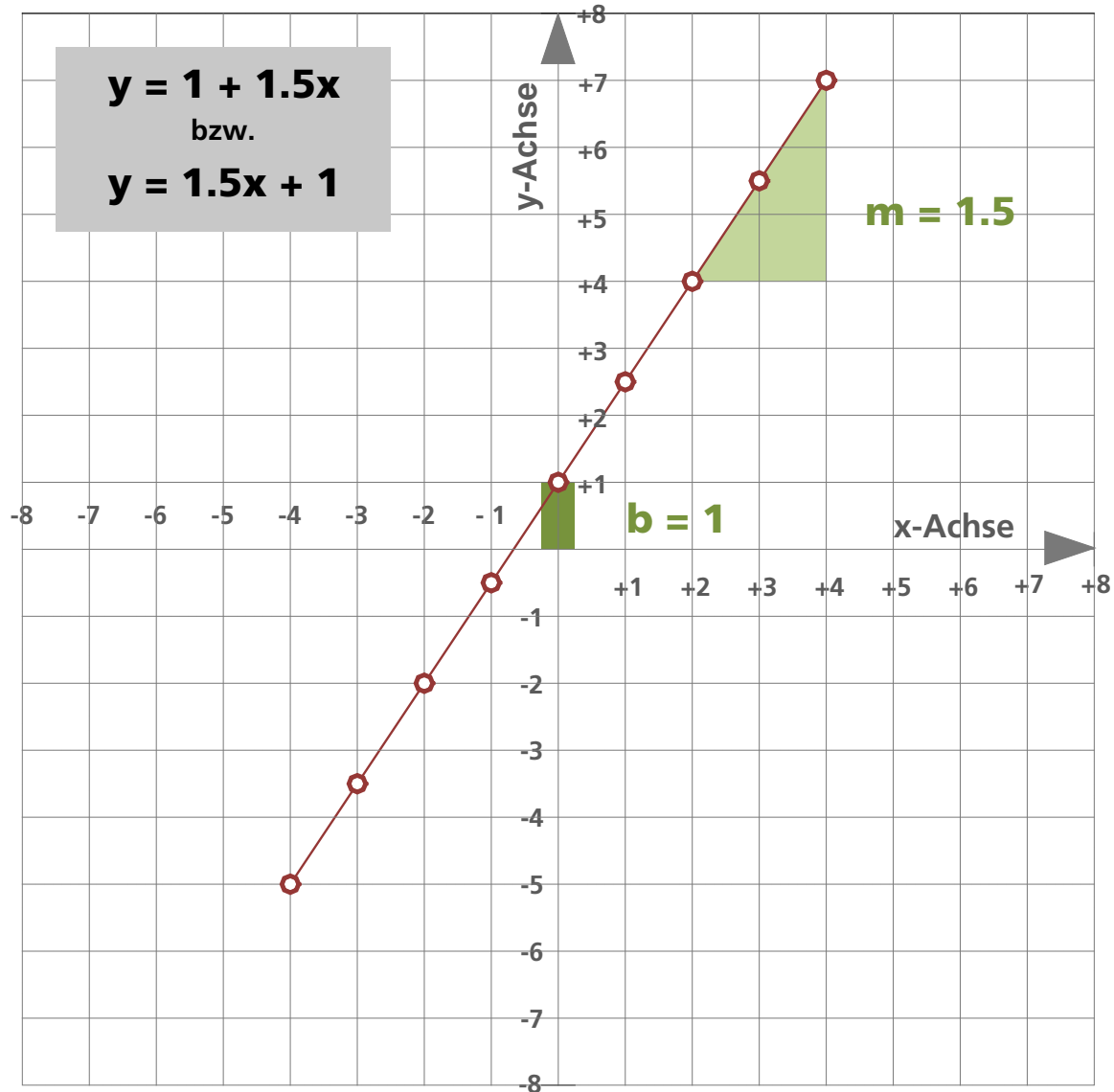


Kauf (long) bzw. Leerverkauf (short) einer Aktie L

Referenzkurs: CHF 50.00

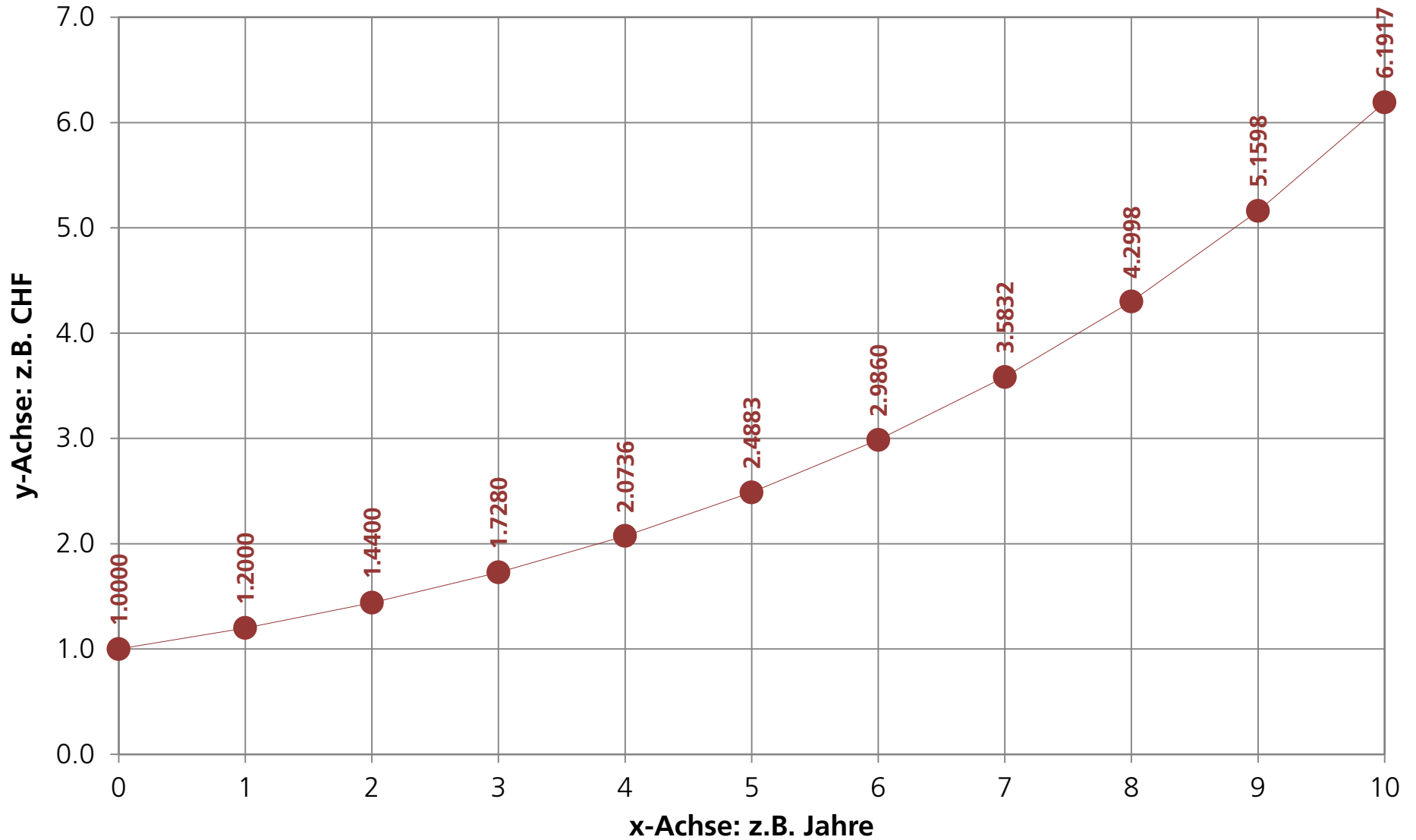


Lineare Funktion



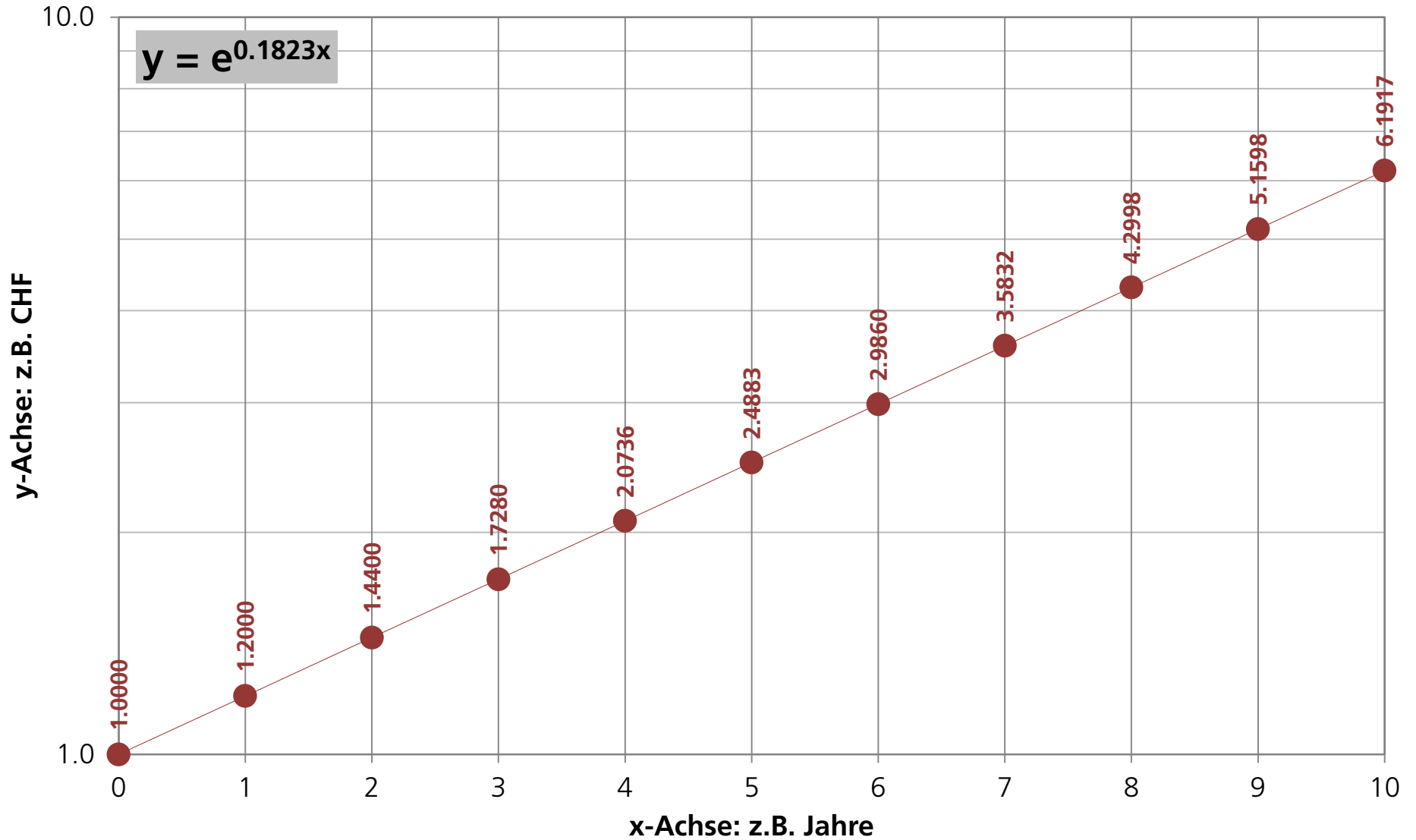
Exponentialfunktion

Arithmetische (lineare) Skala



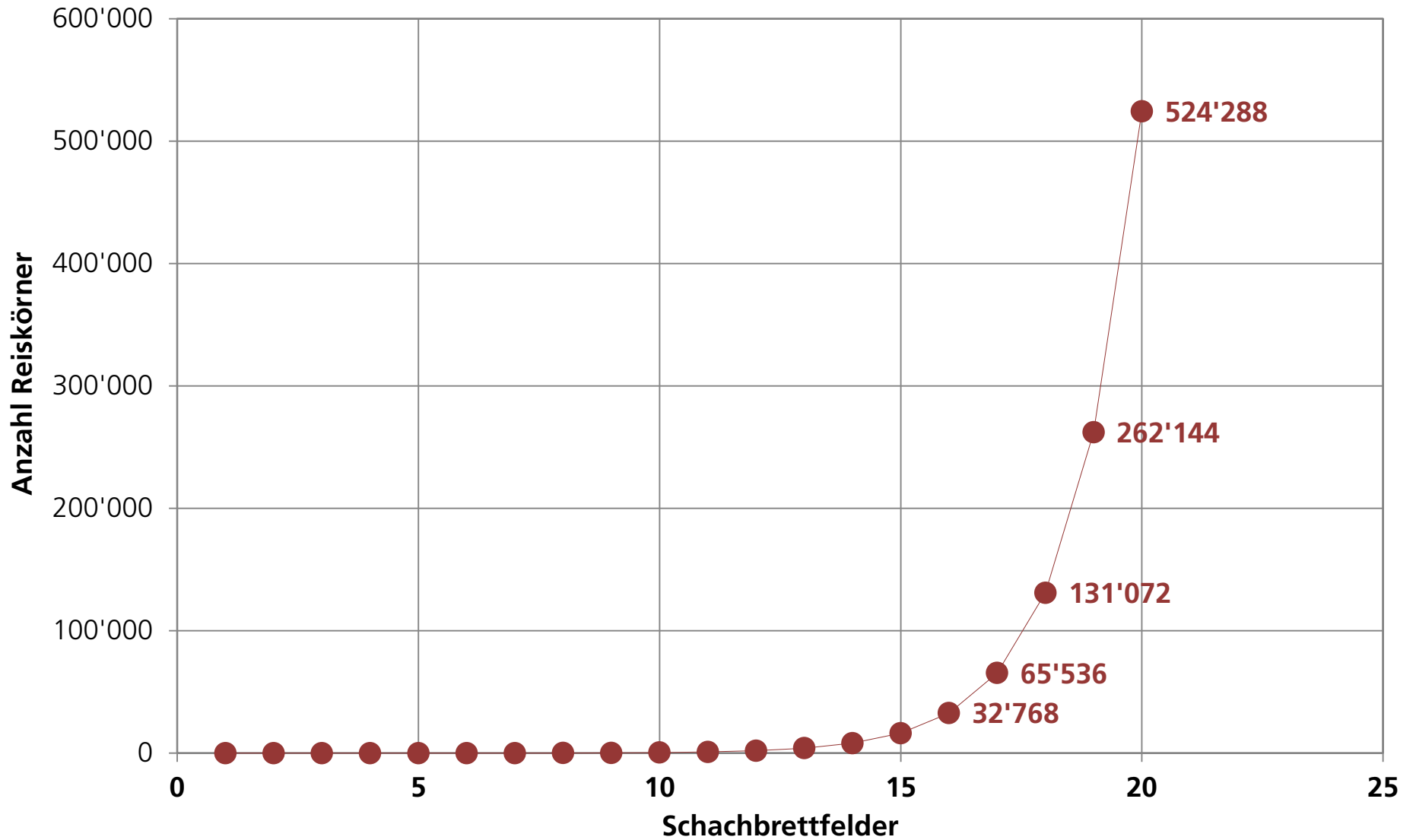
Exponentialfunktion

Logarithmische Skala



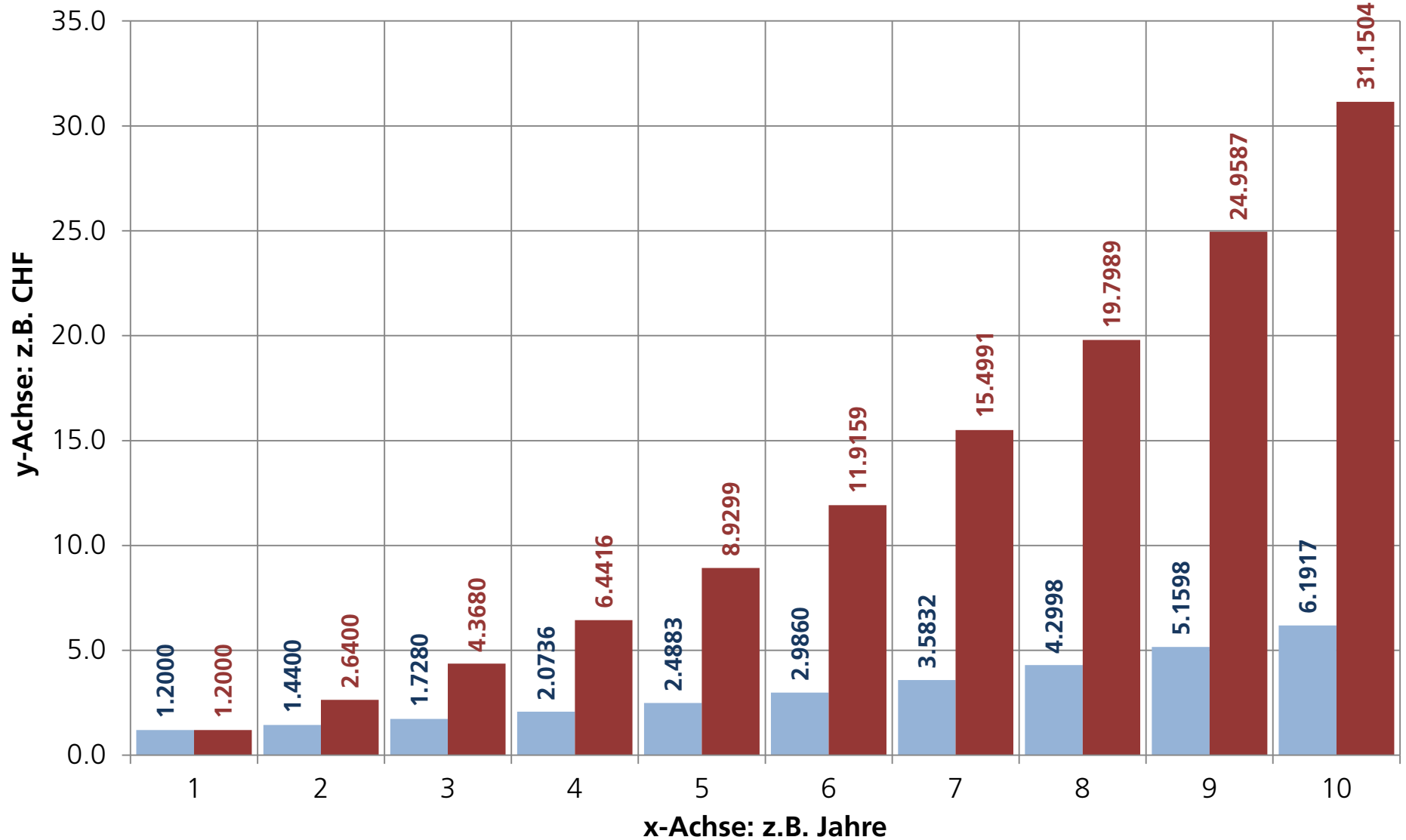
Das Schachbrett und die Reiskörner

Arithmetische (lineare) Skala



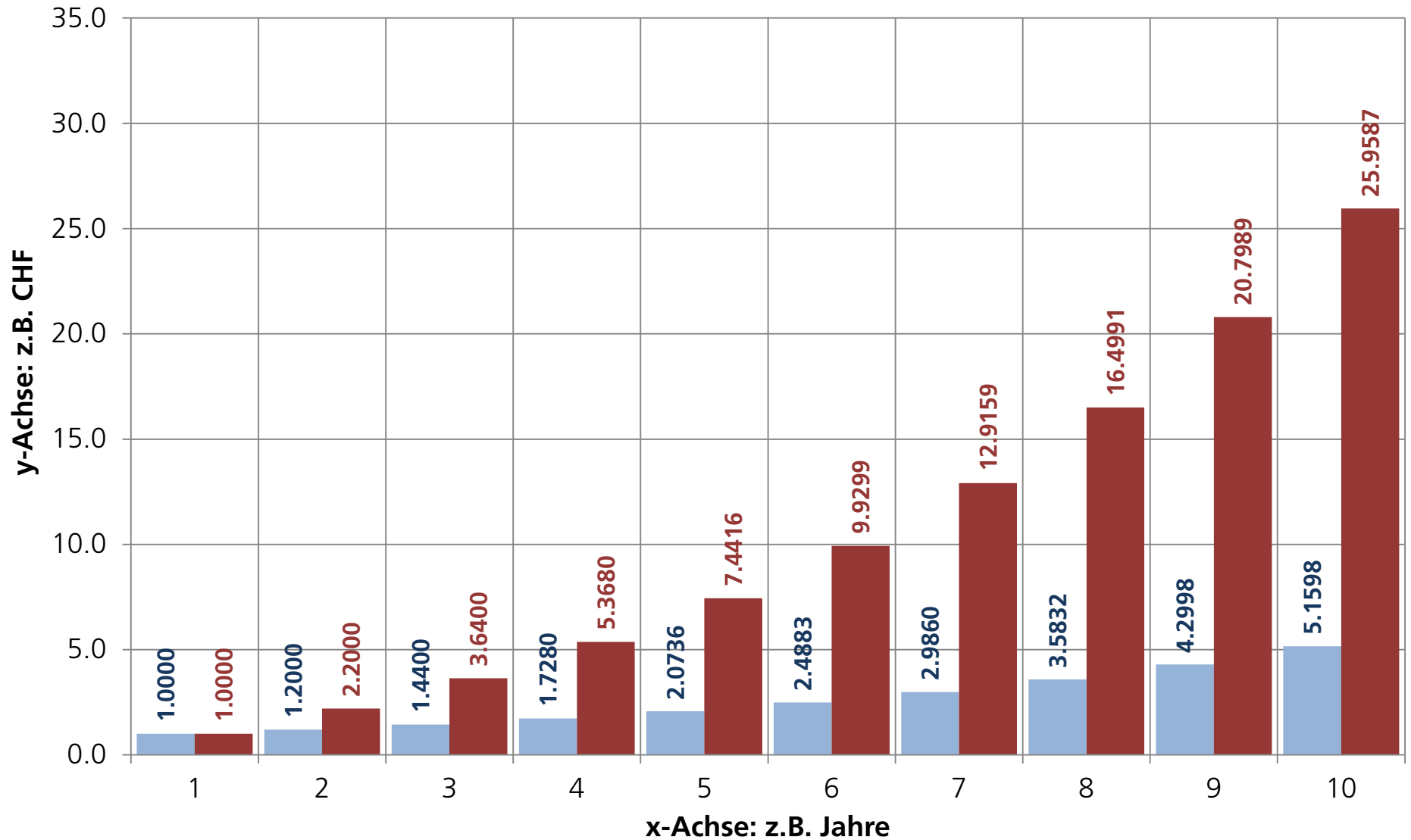
Geometrische Folgen und Reihen

Beispiel: Vorschüssige Rente

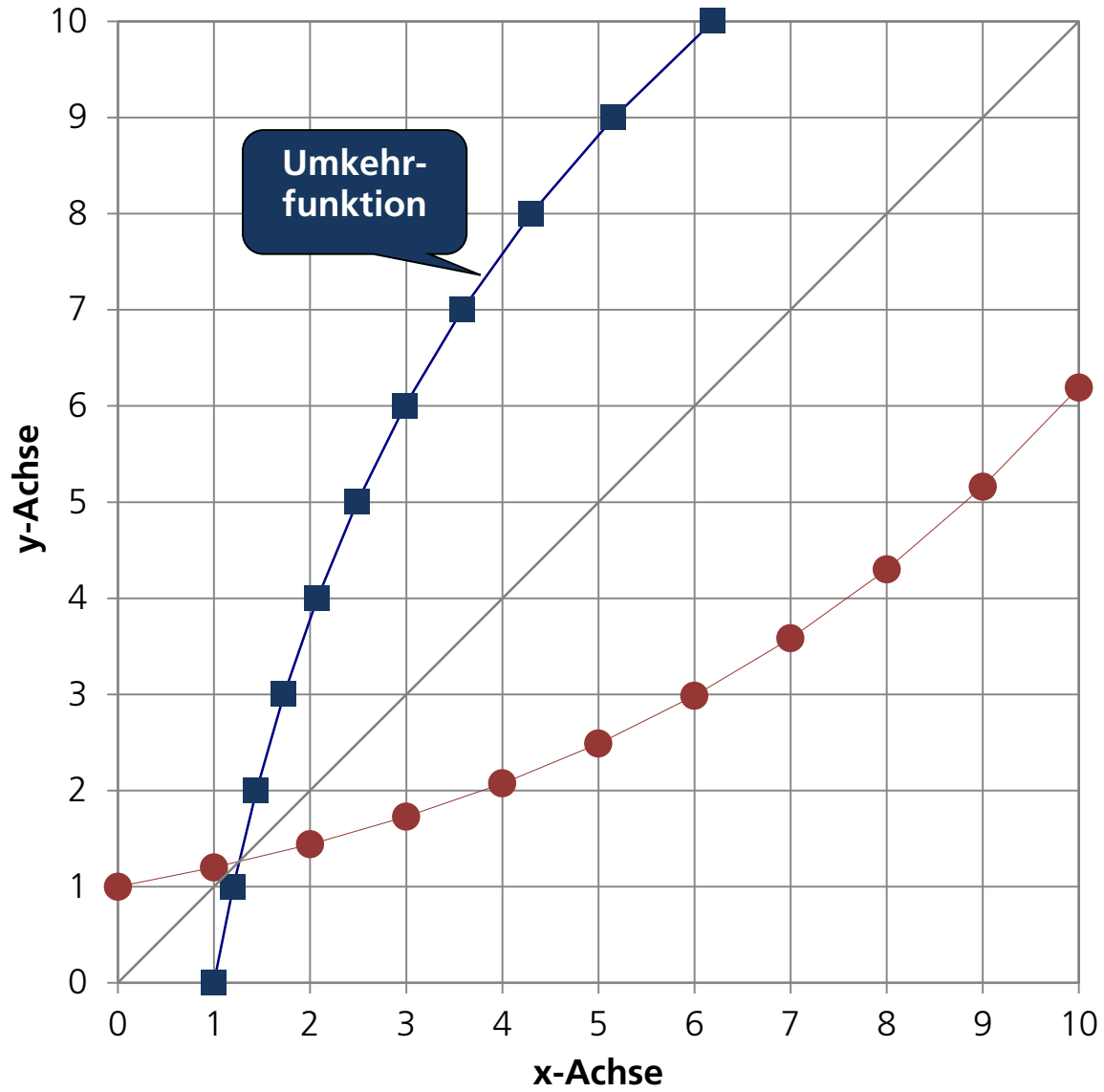


Geometrische Folgen und Reihen

Beispiel: Nachschüssige Rente

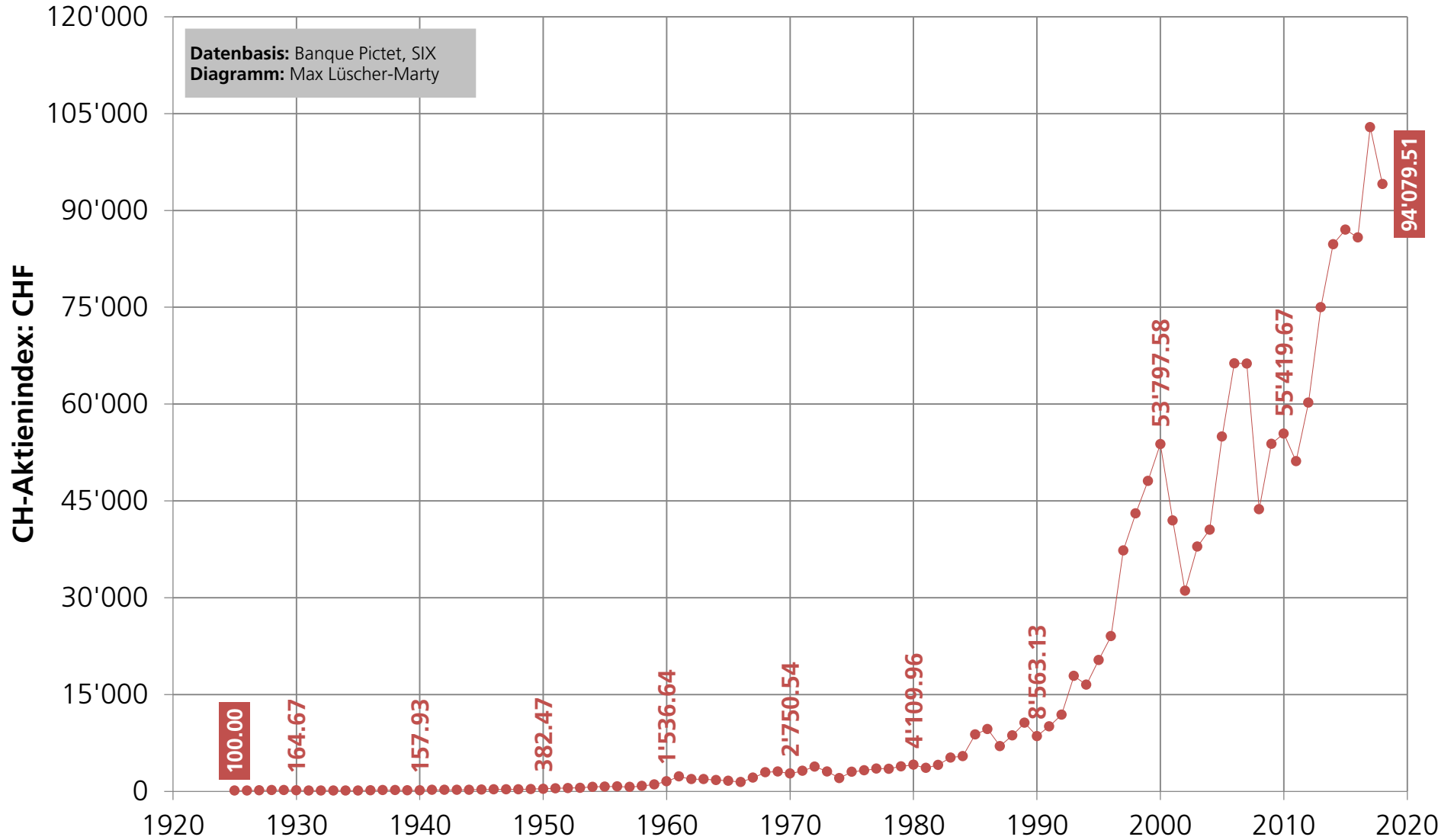


Umkehrfunktion



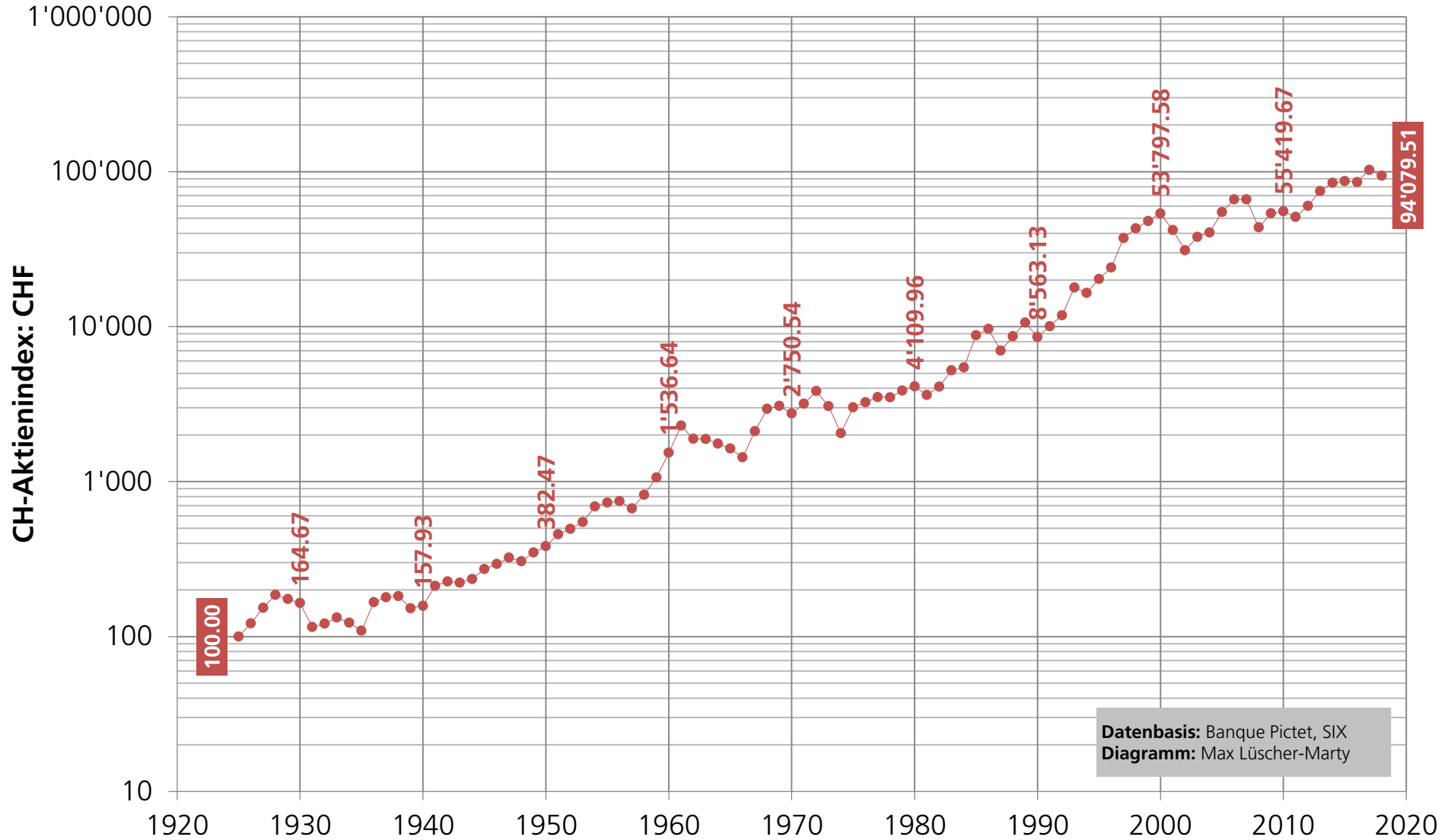
Wertentwicklung CH-Aktien

Jahresschlusswerte: 31.12.1925-31.12.2018



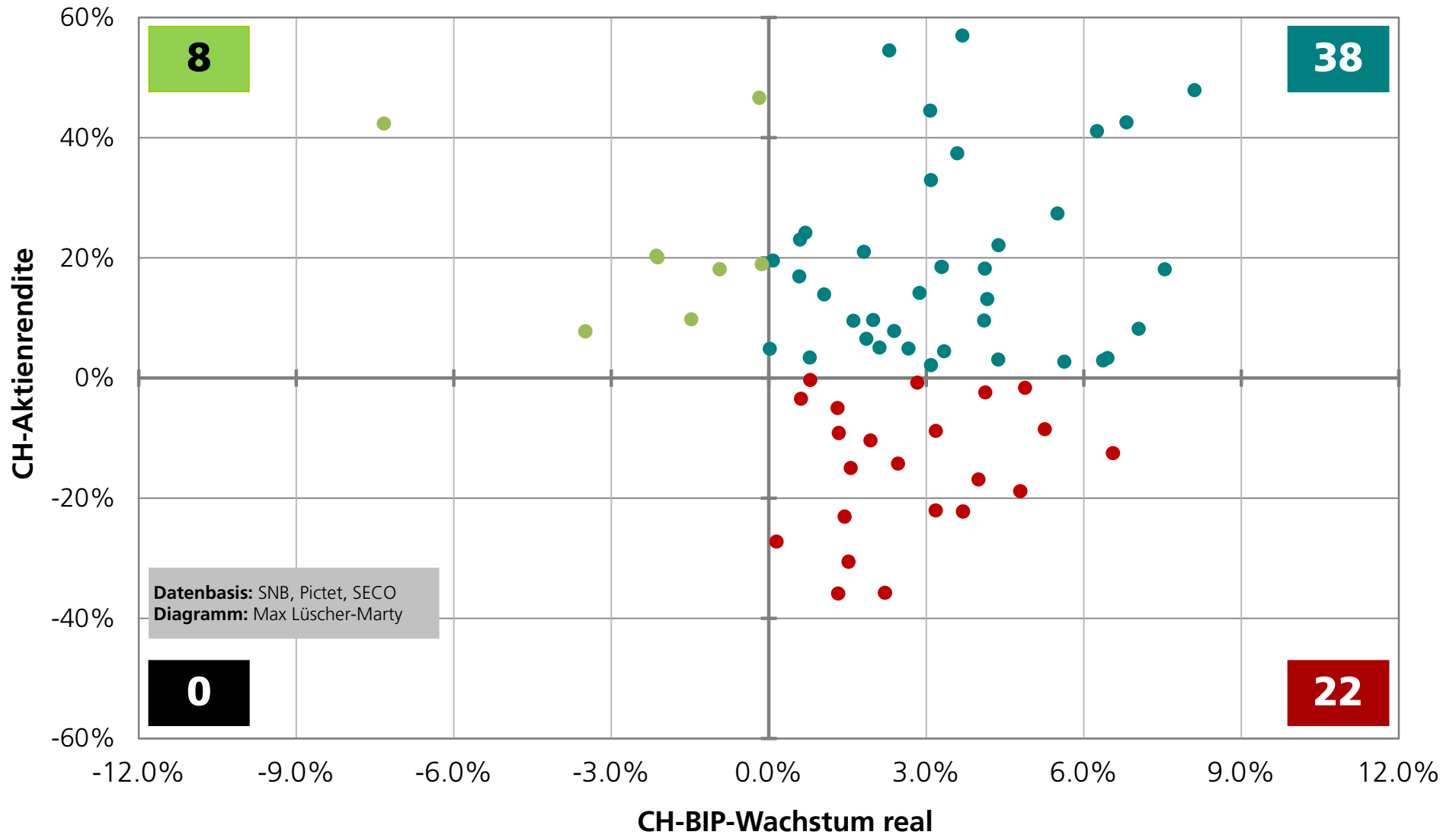
Wertentwicklung CH-Aktien

Jahresschlusswerte: 31.12.1925-31.12.2018



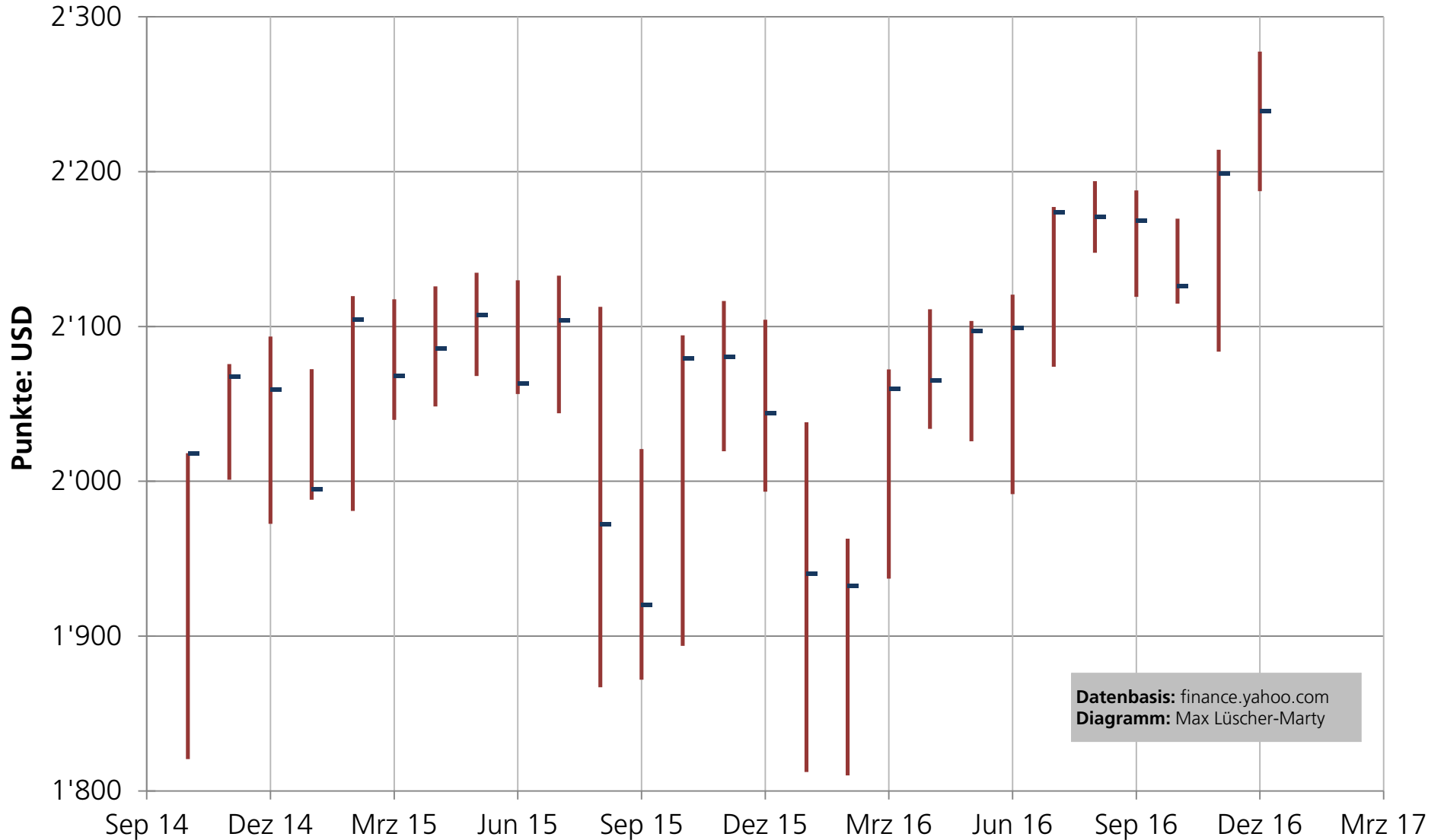
CH-BIP-Wachstum real und CH-Aktienrenditen

Jahreswerte: 31.12.1948-31.12.2016



Standard & Poor's 500 Price Index

01.10.2014-31.12.2016



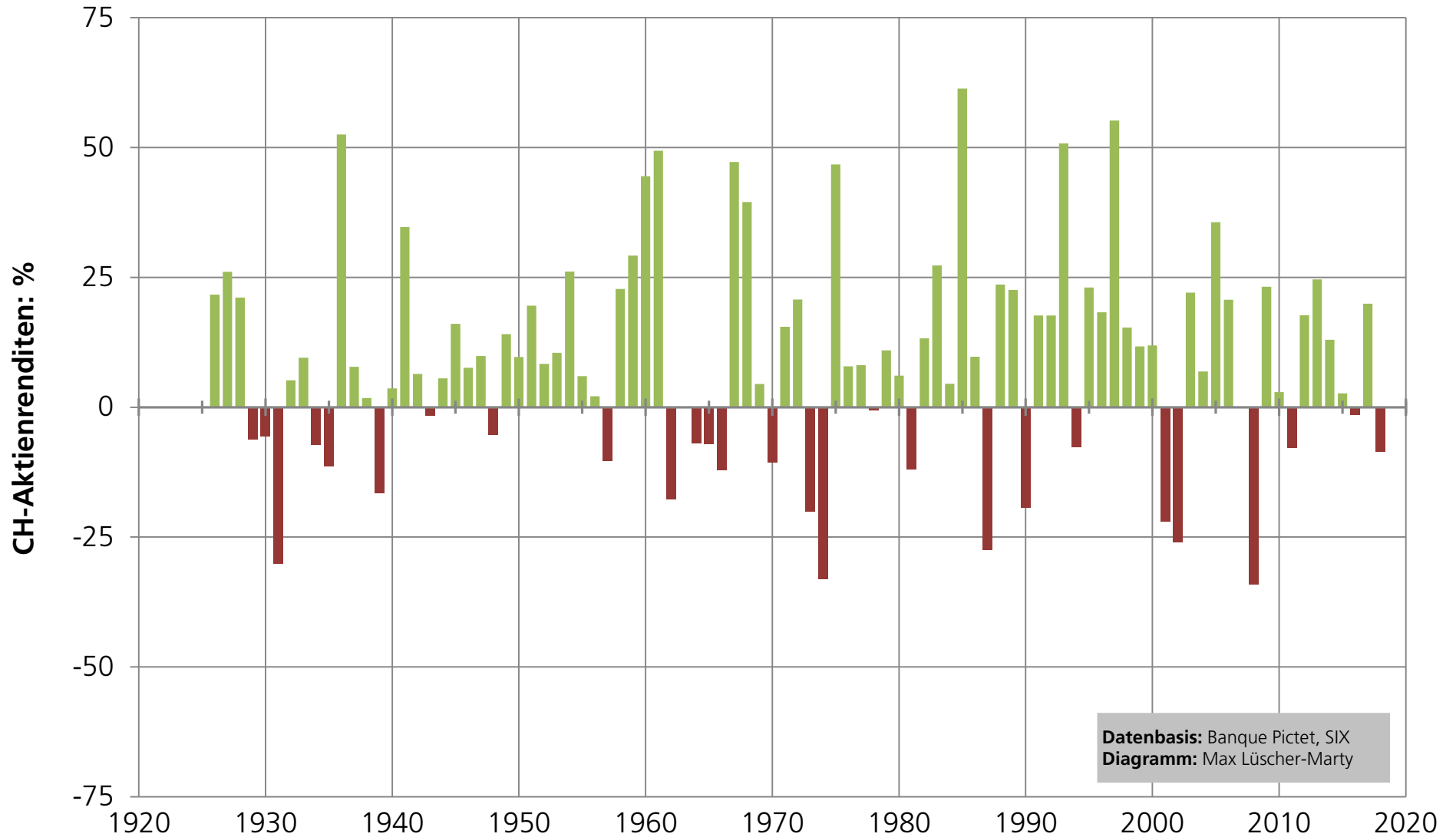
Standard & Poor's 500 Price Index

01.10.2014-31.12.2016



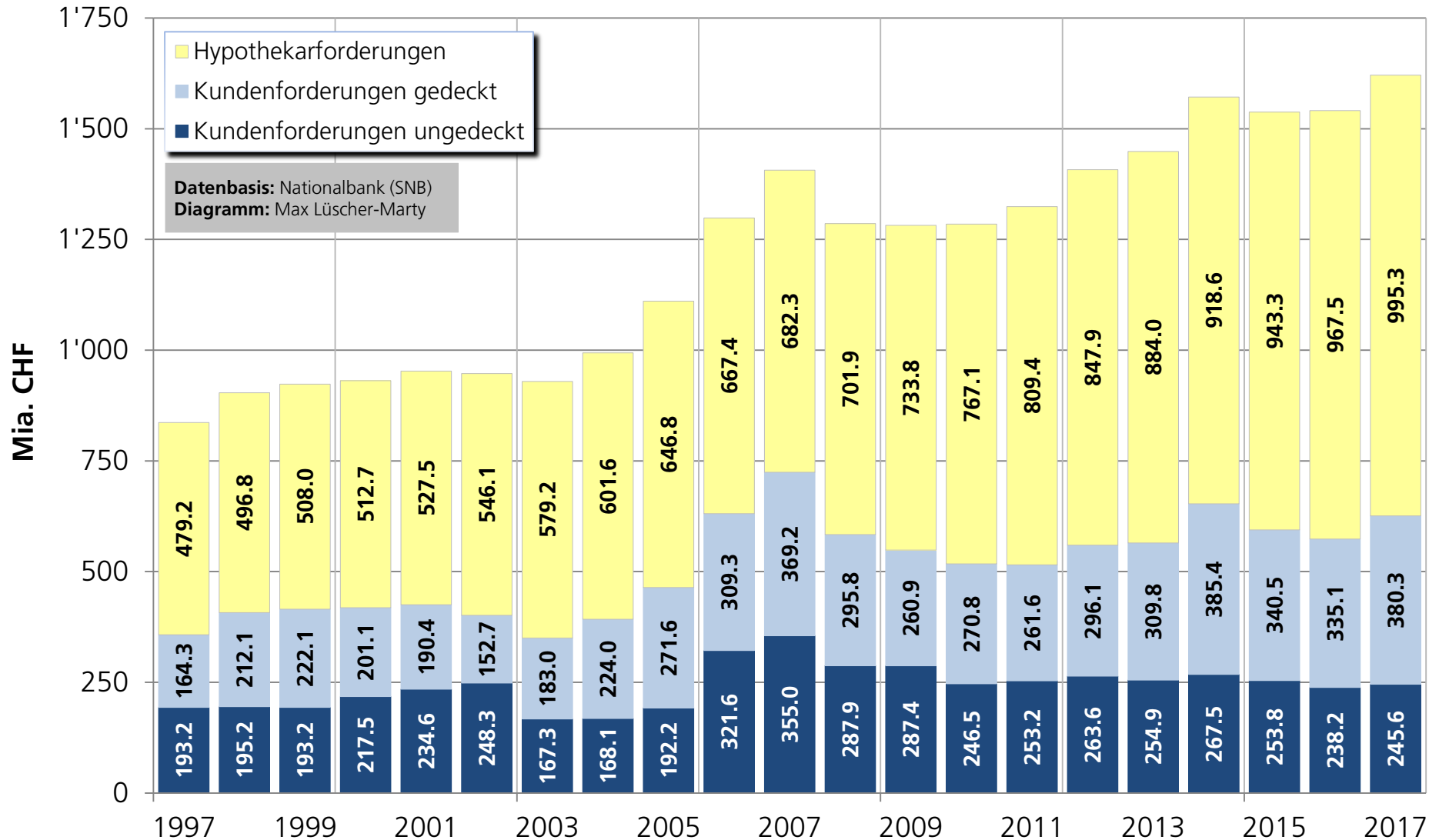
Verteilung diskreter CH-Aktienrenditen: 1926-2018

Mittelwert = 7,64%, Standardabweichung = 18,81%



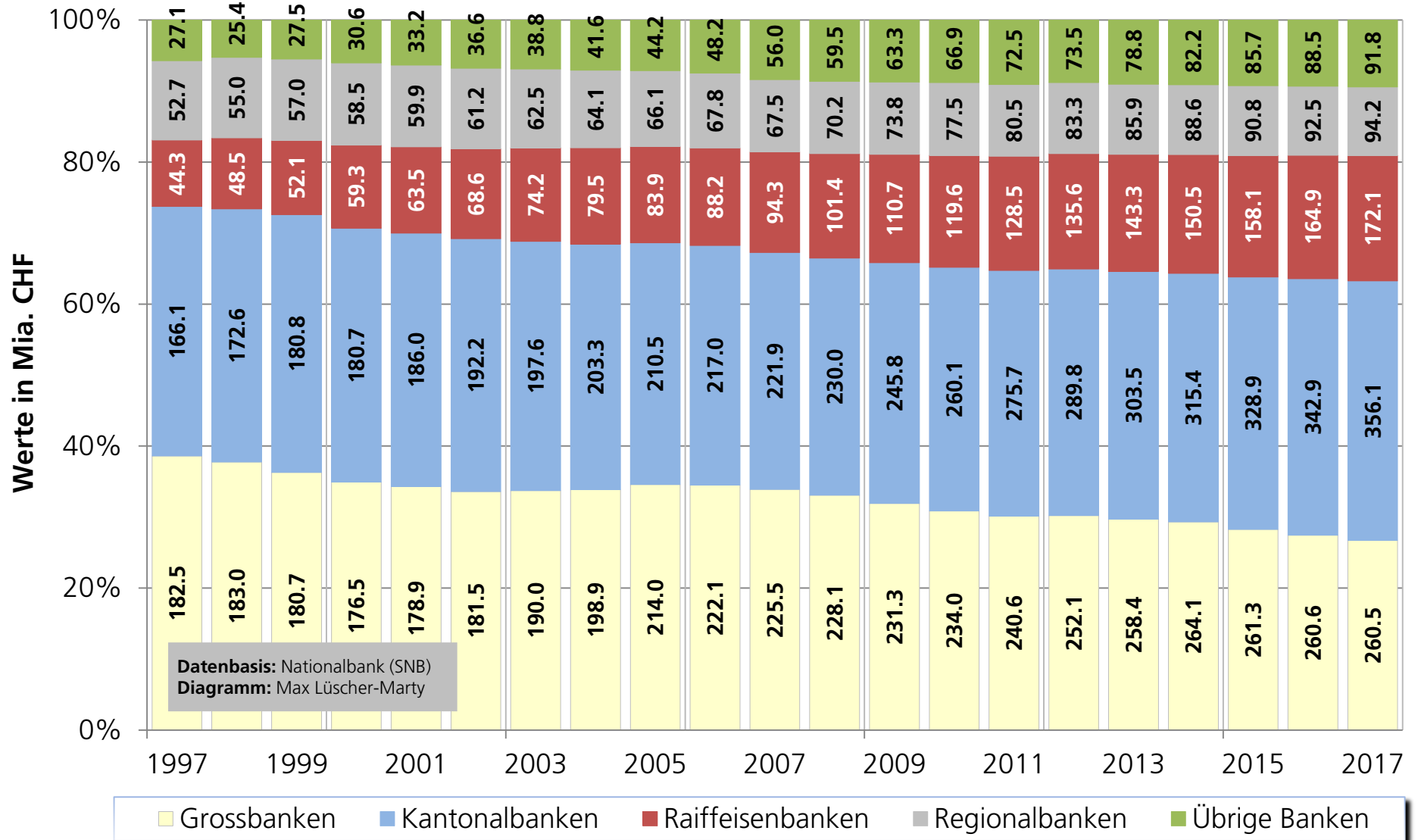
CH-Banken: Kunden-/Hypothekarforderungen In-/Ausland

31.12.1997-31.12.2017



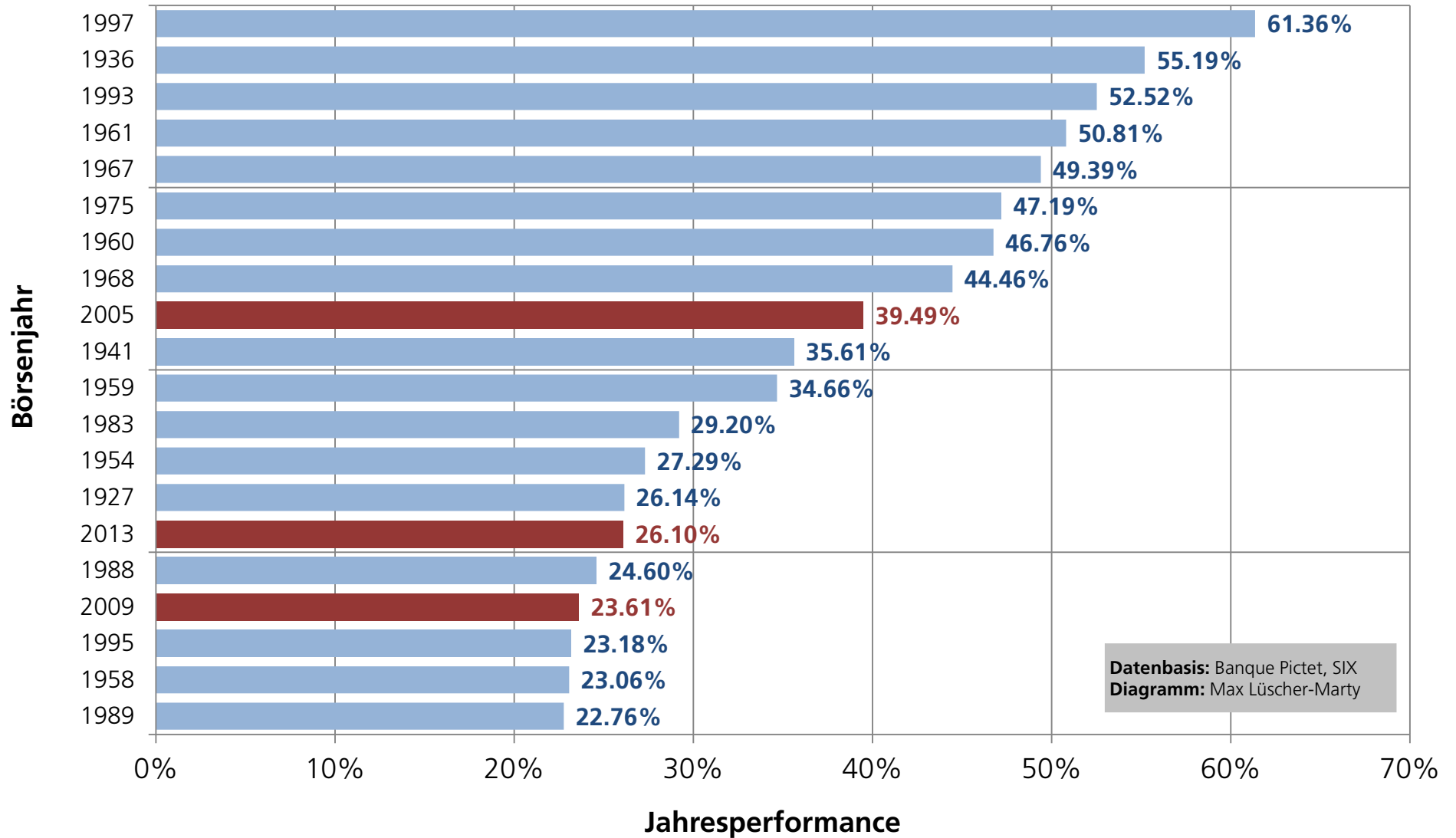
CH-Banken: Hypothekarforderungen Inland / Marktanteile

31.12.1997-31.12.2017 / inkl. Fremdwährungskredite



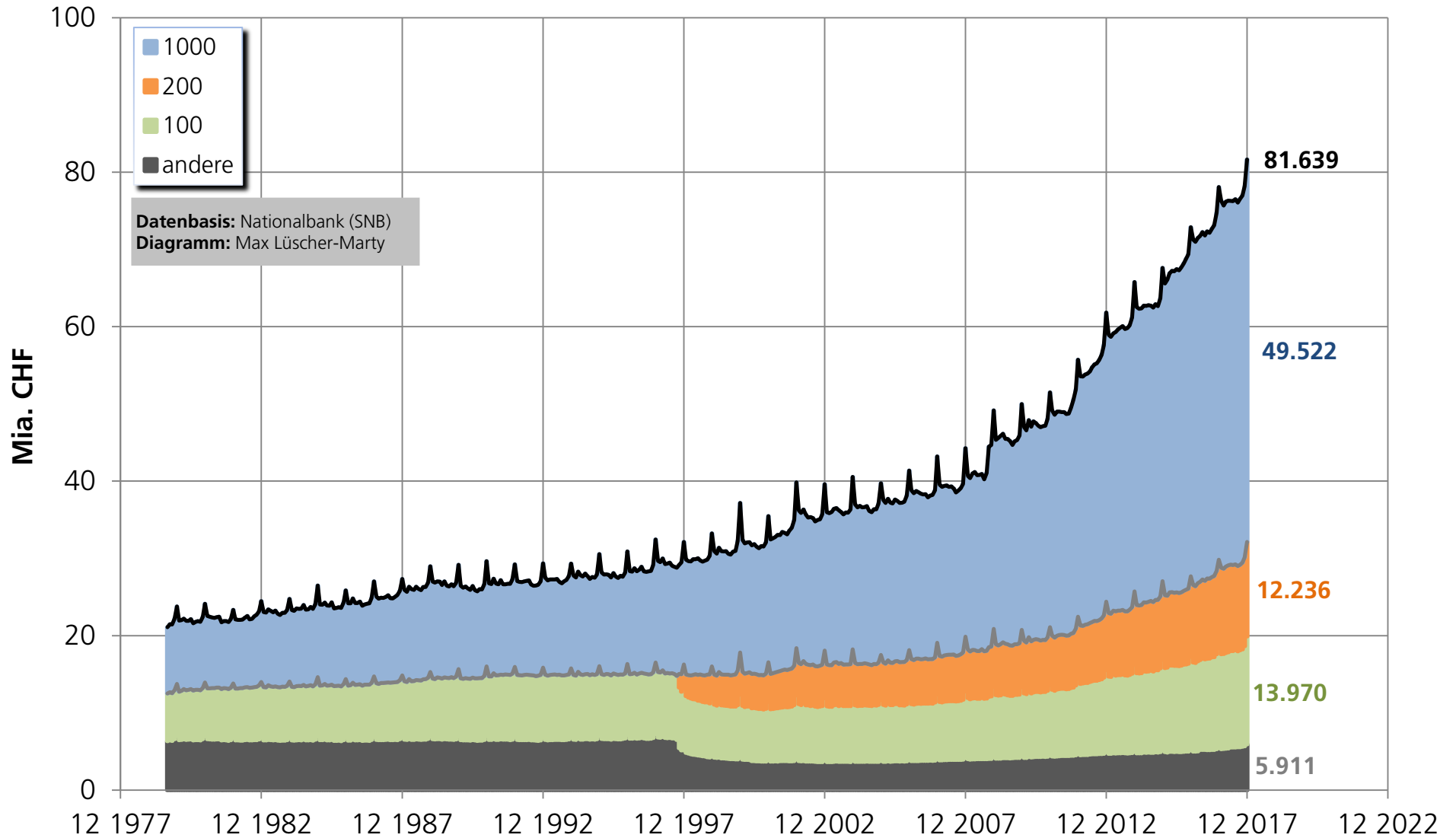
CH-Aktienmarkt 1926-2018

Die 20 besten Börsenjahre



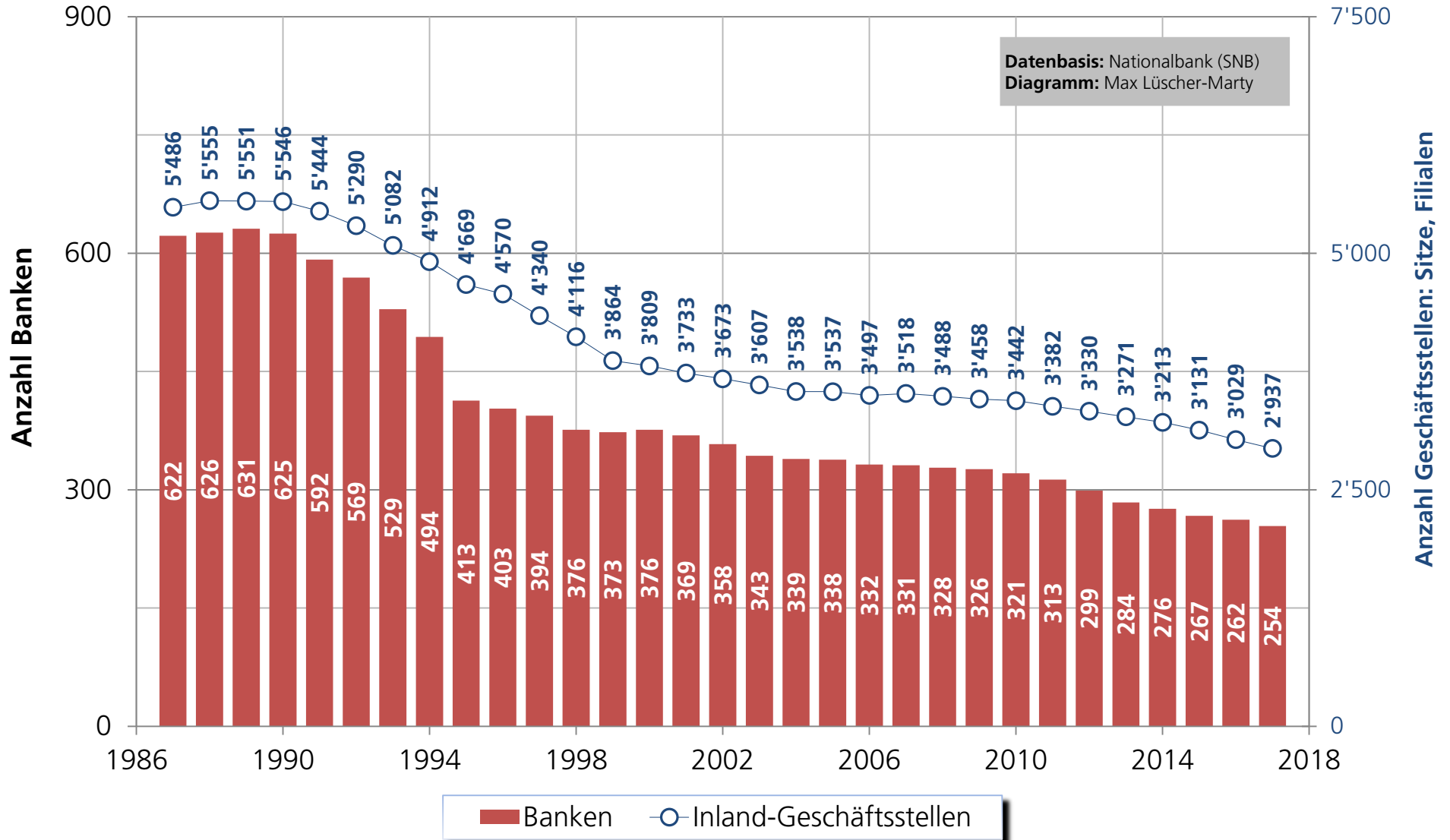
SNB: Notenumlauf

Monatsendwerte: 31.08.1978-31.12.2017



Banken in der Schweiz

Anzahl Banken/Geschäftsstellen: 1987-2017



institut für **b**anken und **f**inanzplanung

Feldstrasse 41, 7205 Zizers

081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch

www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium

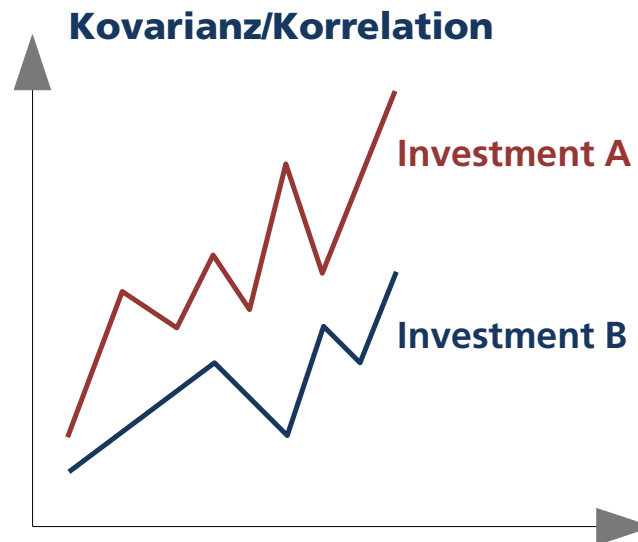
Max Lüscher-Marty

3., überarbeitete Auflage 2016

Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 6: **Statistik**

Portfoliotheoretische Basiskennzahlen



Statistik

```
graph TD; A[Statistik] --> B[Beschreibende Statistik (deskriptive Statistik)]; A --> C[Schliessende Statistik (analytische Statistik)]; B --- D["Daten sammeln<br/>Daten aufbereiten<br/>Daten präsentieren"]; C --- E["versucht, aufgrund vergleichsweise<br/>kleiner Datenmengen, allgemein<br/>gültige Aussagen abzuleiten,<br/>Trends zu erkennen oder<br/>Vorhersagen zu machen"];
```

Beschreibende Statistik (deskriptive Statistik)

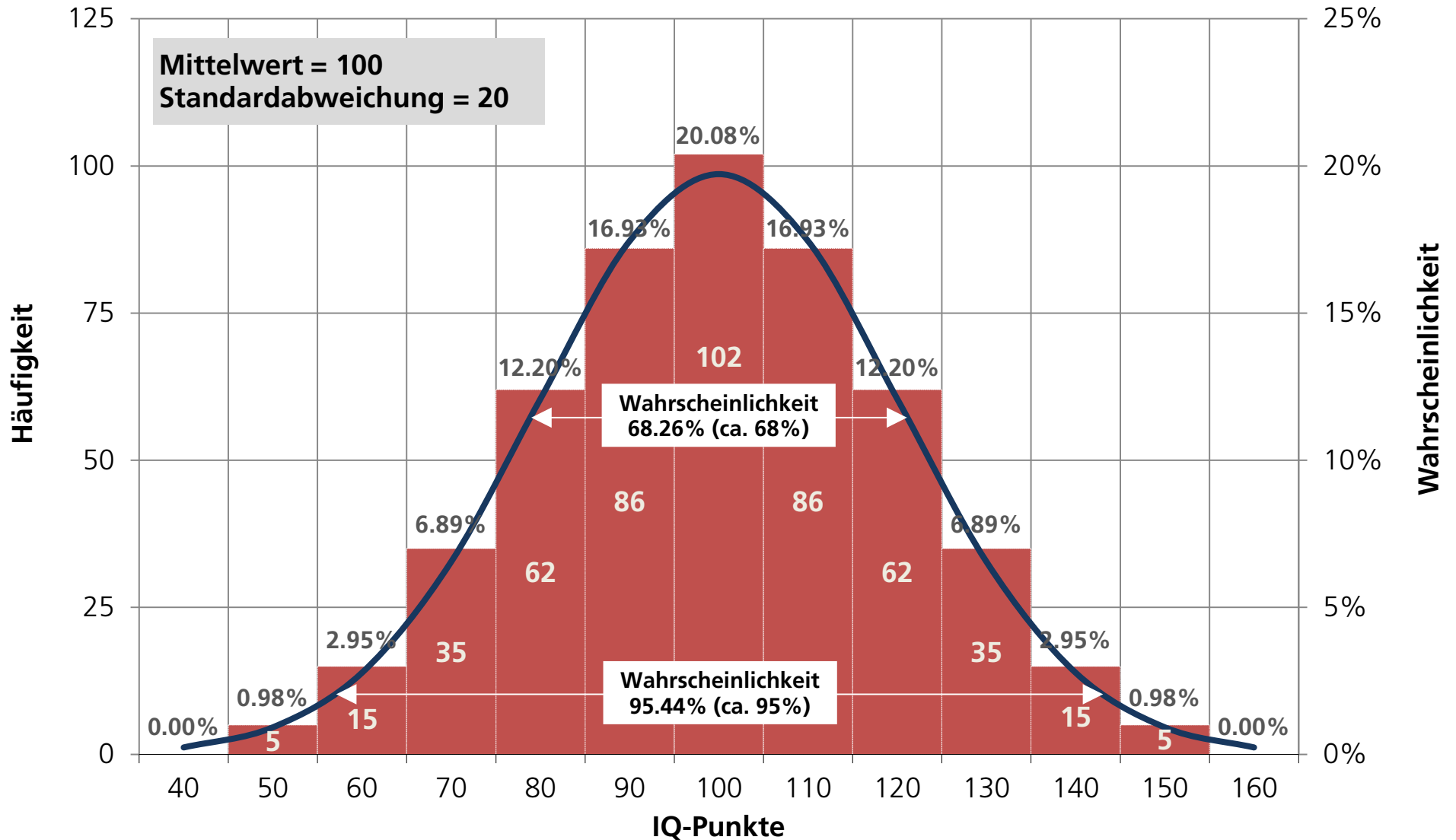
Daten sammeln
Daten aufbereiten
Daten präsentieren

Schliessende Statistik (analytische Statistik)

versucht, aufgrund vergleichsweise
kleiner Datenmengen, allgemein
gültige Aussagen abzuleiten,
Trends zu erkennen oder
Vorhersagen zu machen

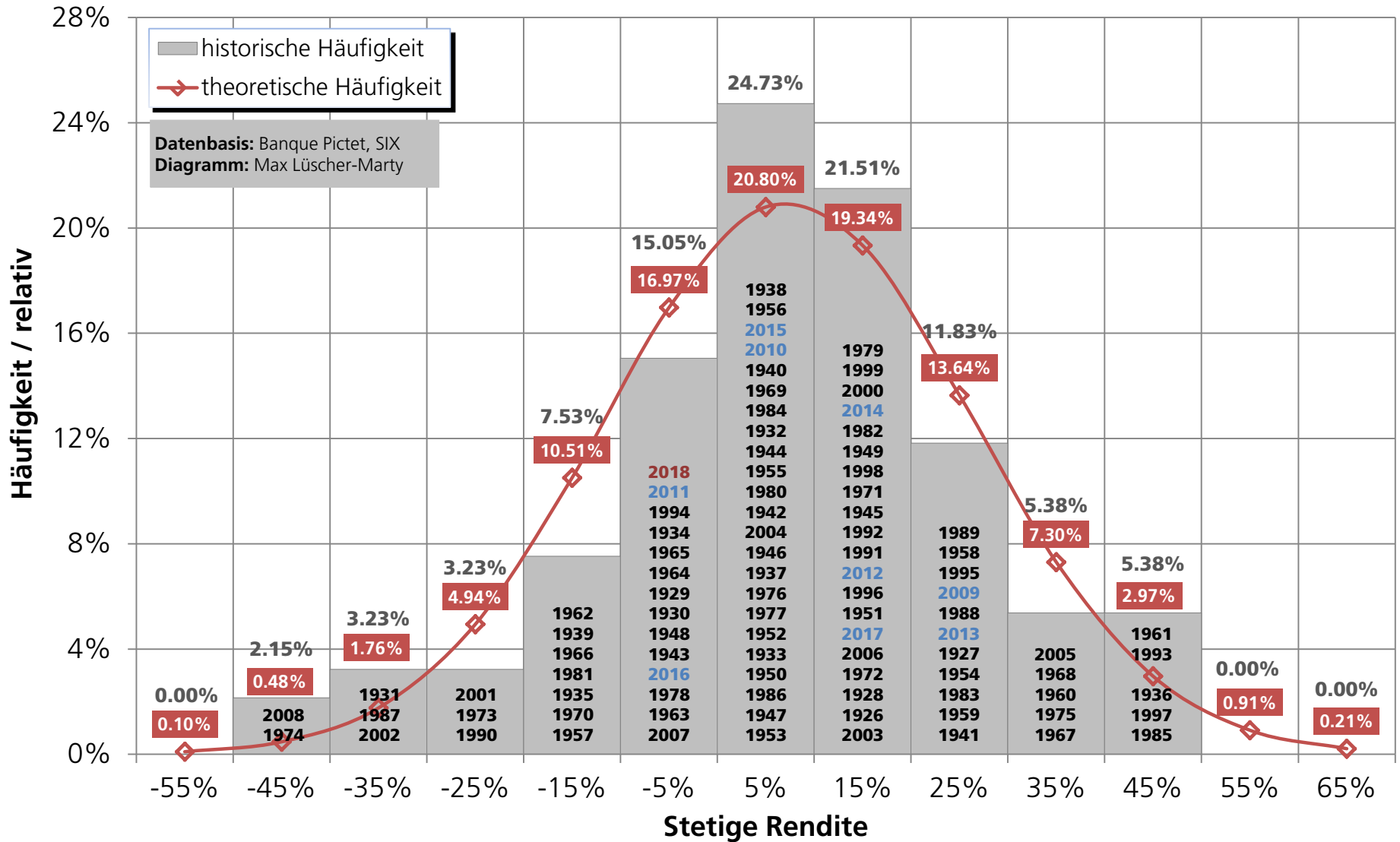
Histogramm mit Normalverteilungskurve

Beispiel: Intelligenztest mit 508 Probanden



Verteilung stetiger CH-Aktienrenditen: 1926-2018

Mittelwert = 7,36%, Standardabweichung = 18,81%

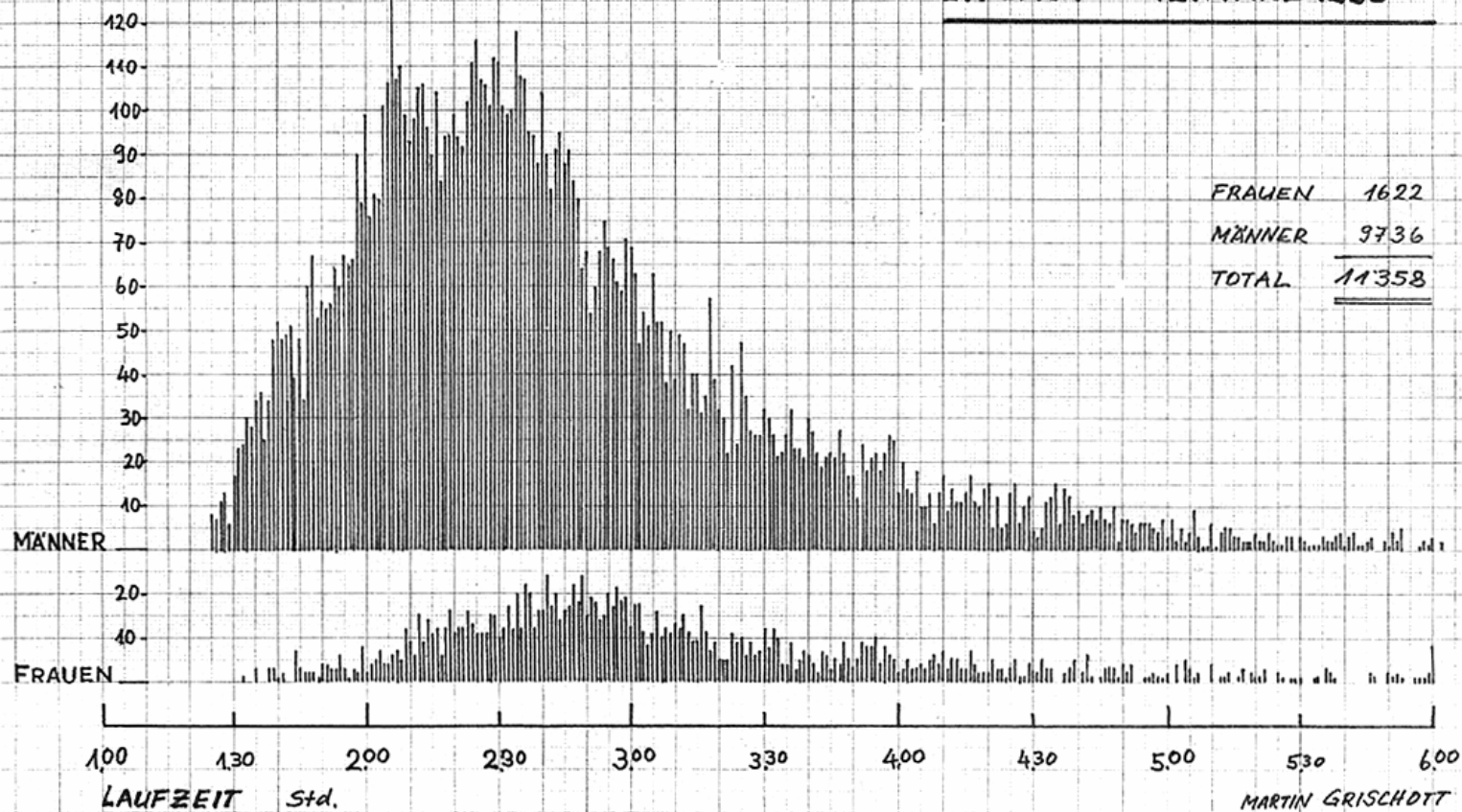


DIE GROSSE MASSE ERREICHTE DAS ZIEL NACH 2 1/2 STUNDEN

ANZAHL
LÄUFER/-INNEN
PRO. MINUTE

ENGADIN-SKIMARATHON
LAUFZEITEN

27. LAUF 12. MÄRZ 1995



Standardnormalverteilung

Mittelwert = 0, Standardabweichung = -4.0 bis 0.0; 0.0 bis +4.0

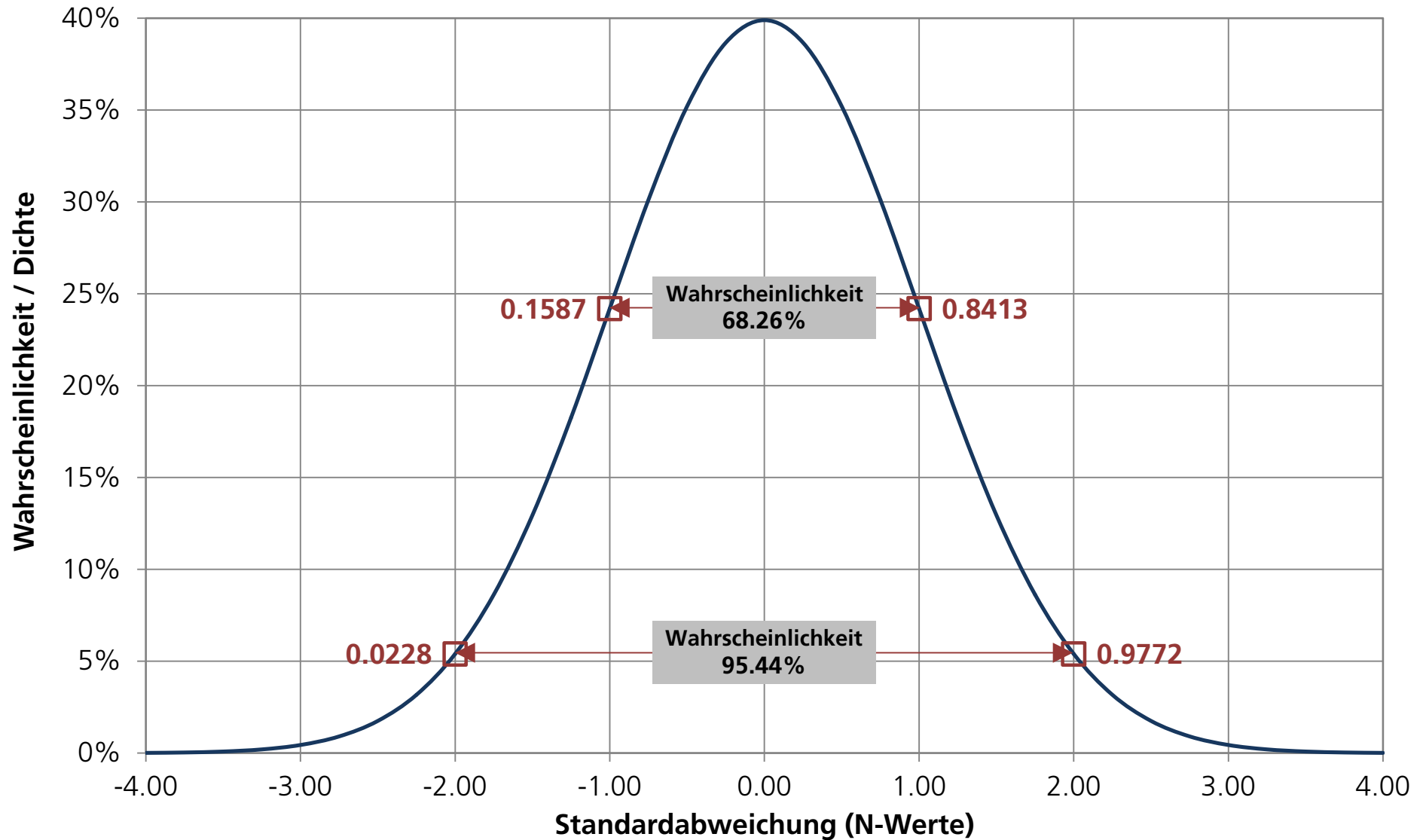
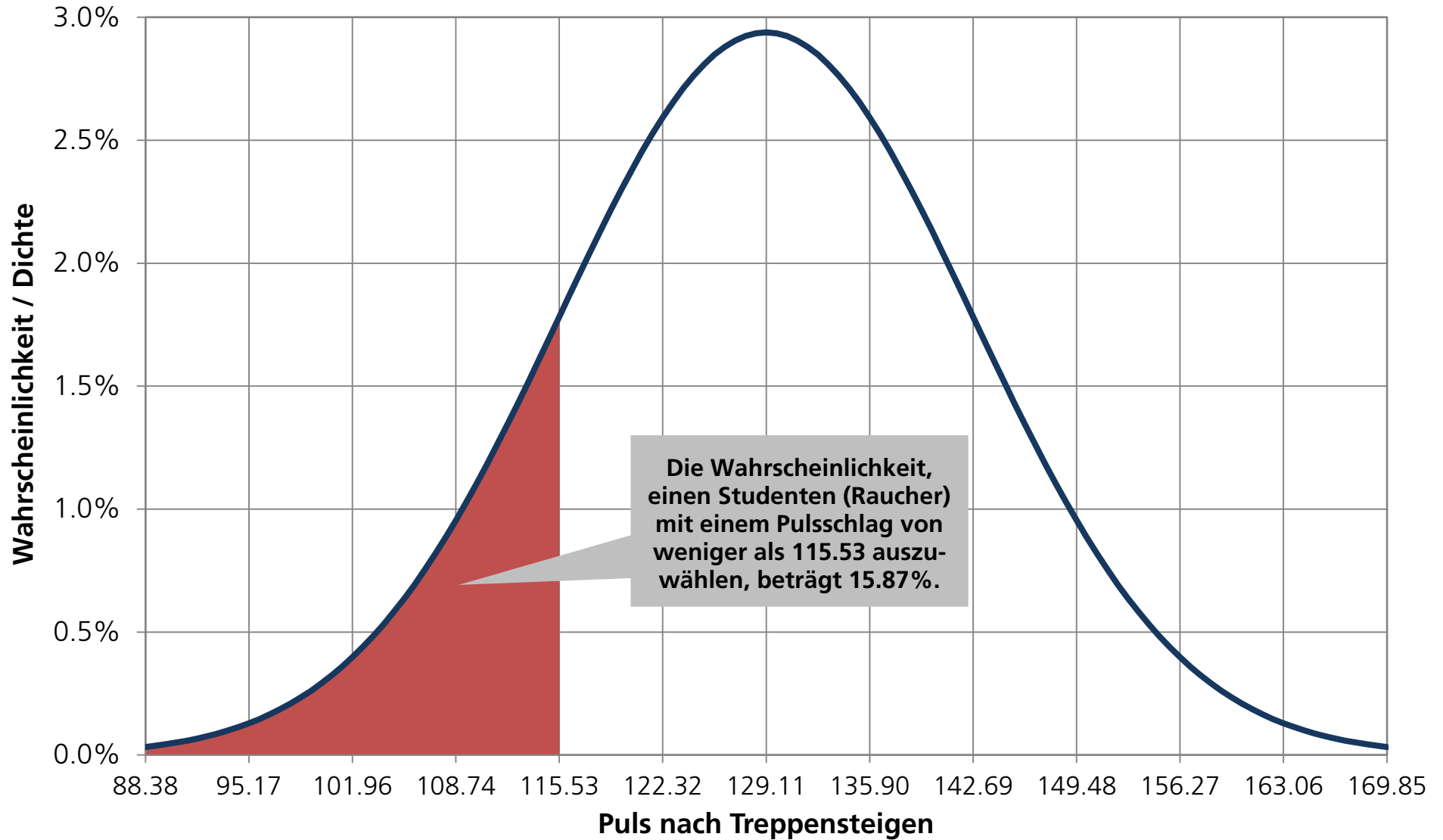


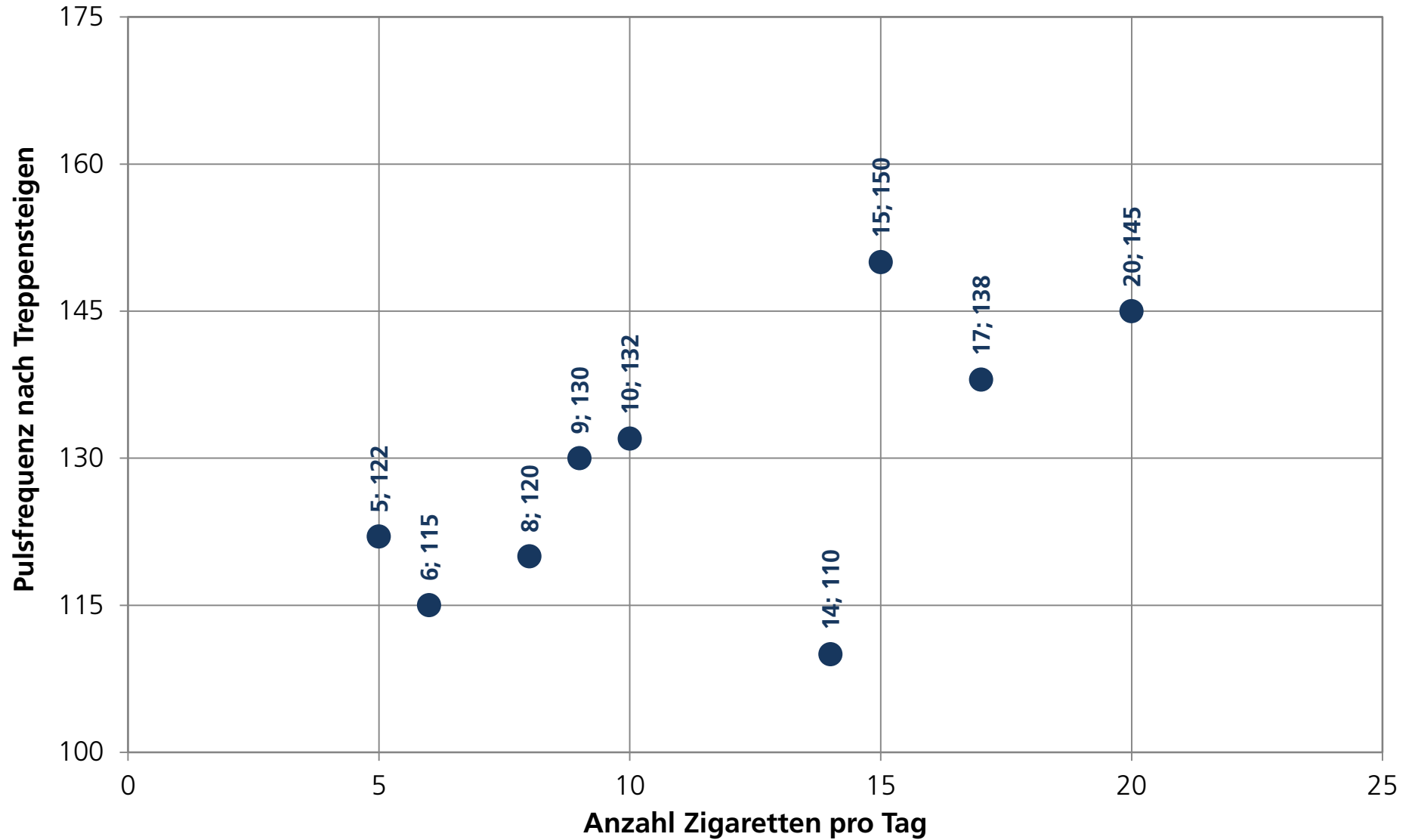
Diagramm Normalverteilung

Puls nach Treppensteigen

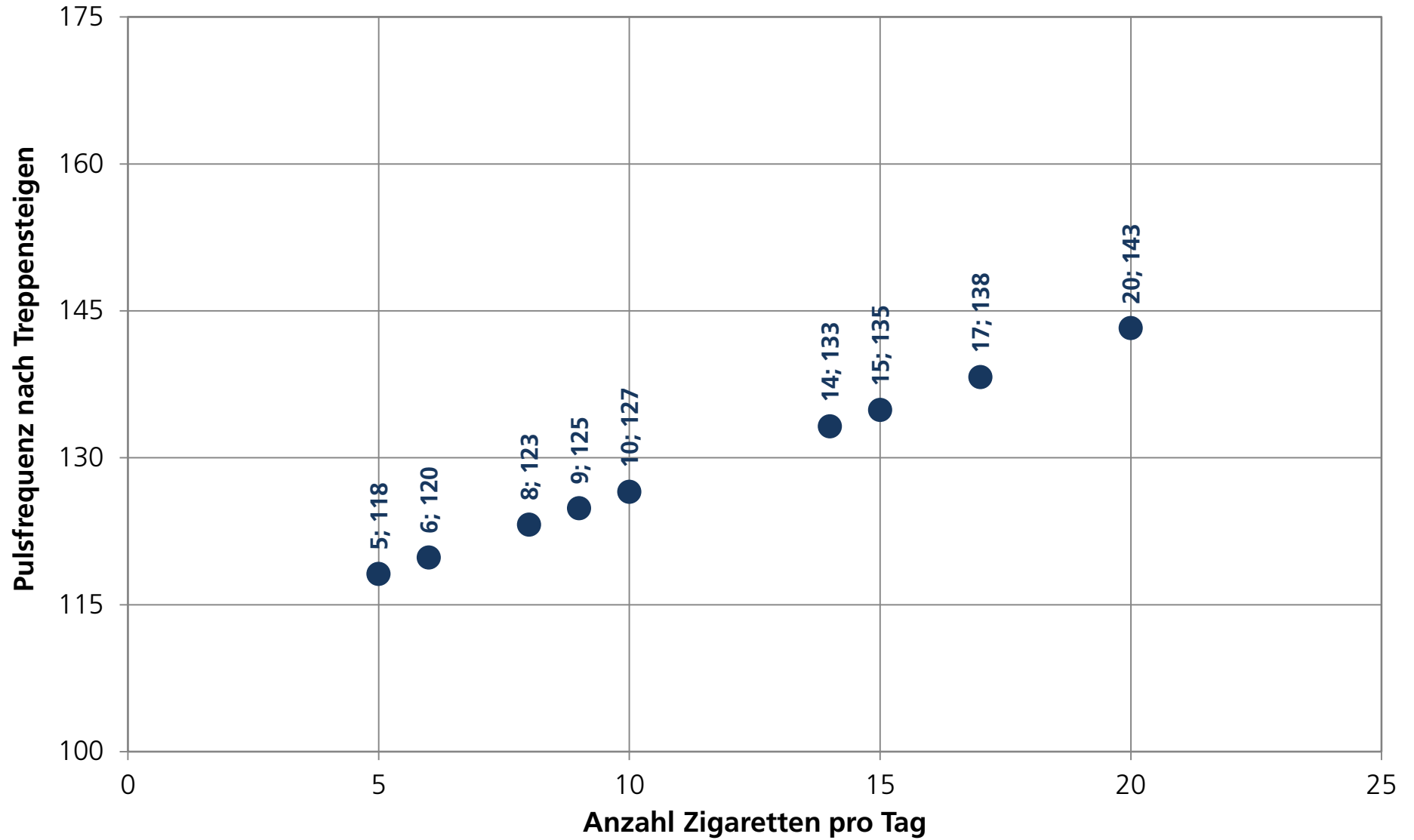


Streudiagramm

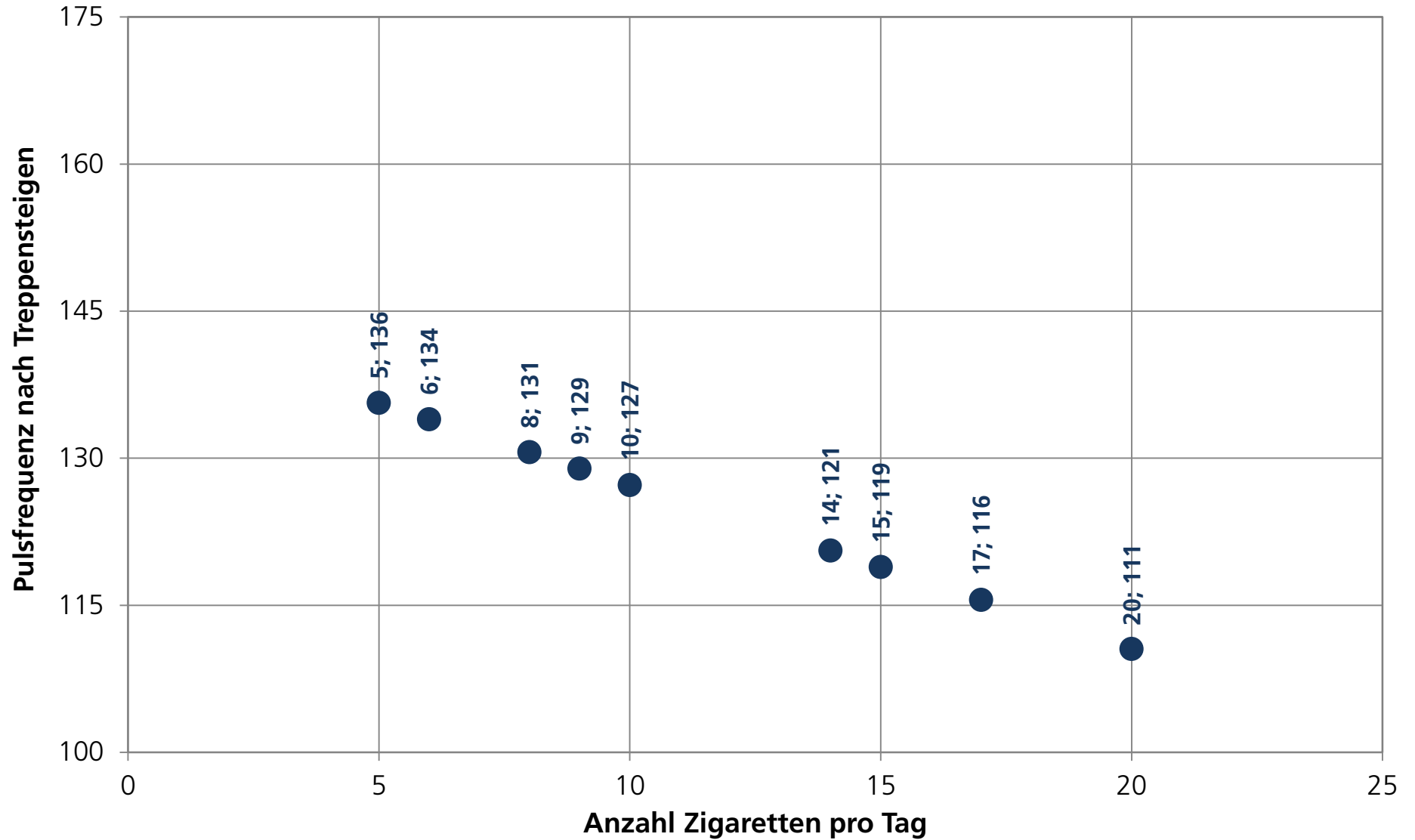
Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



Korrelation: +1.00
Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz

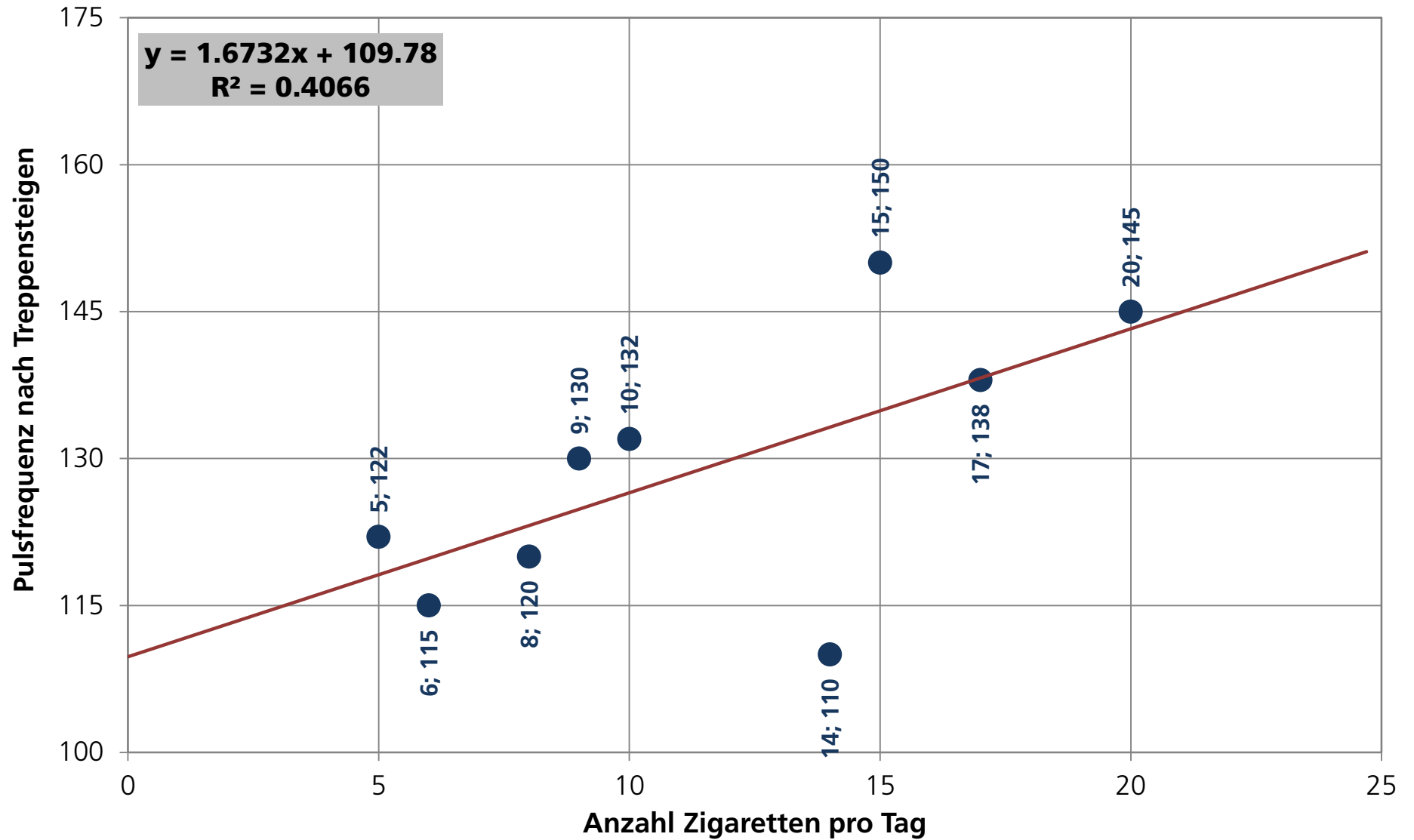


Korrelation: -1.00
Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



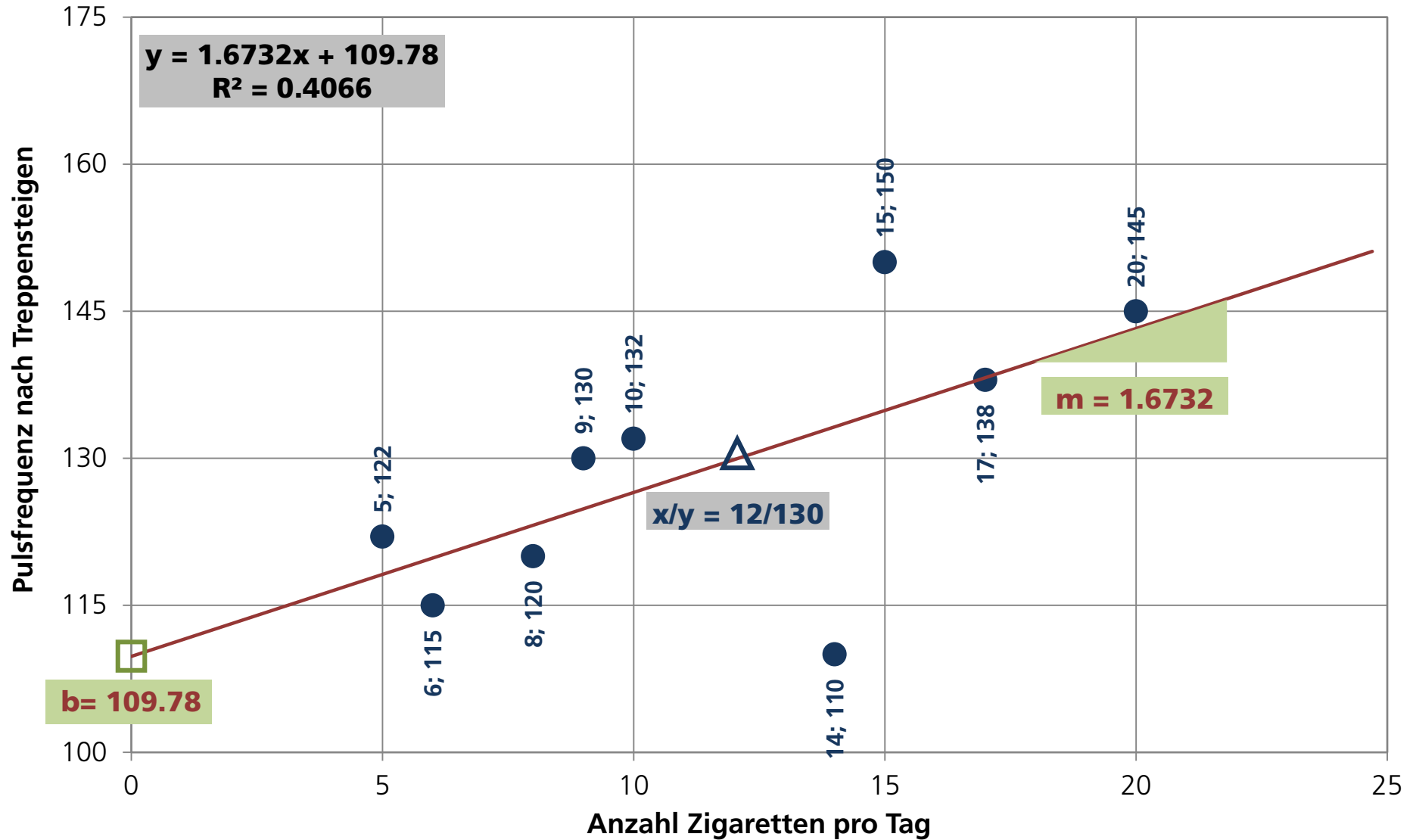
Regressionsgerade/Trendlinie

Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



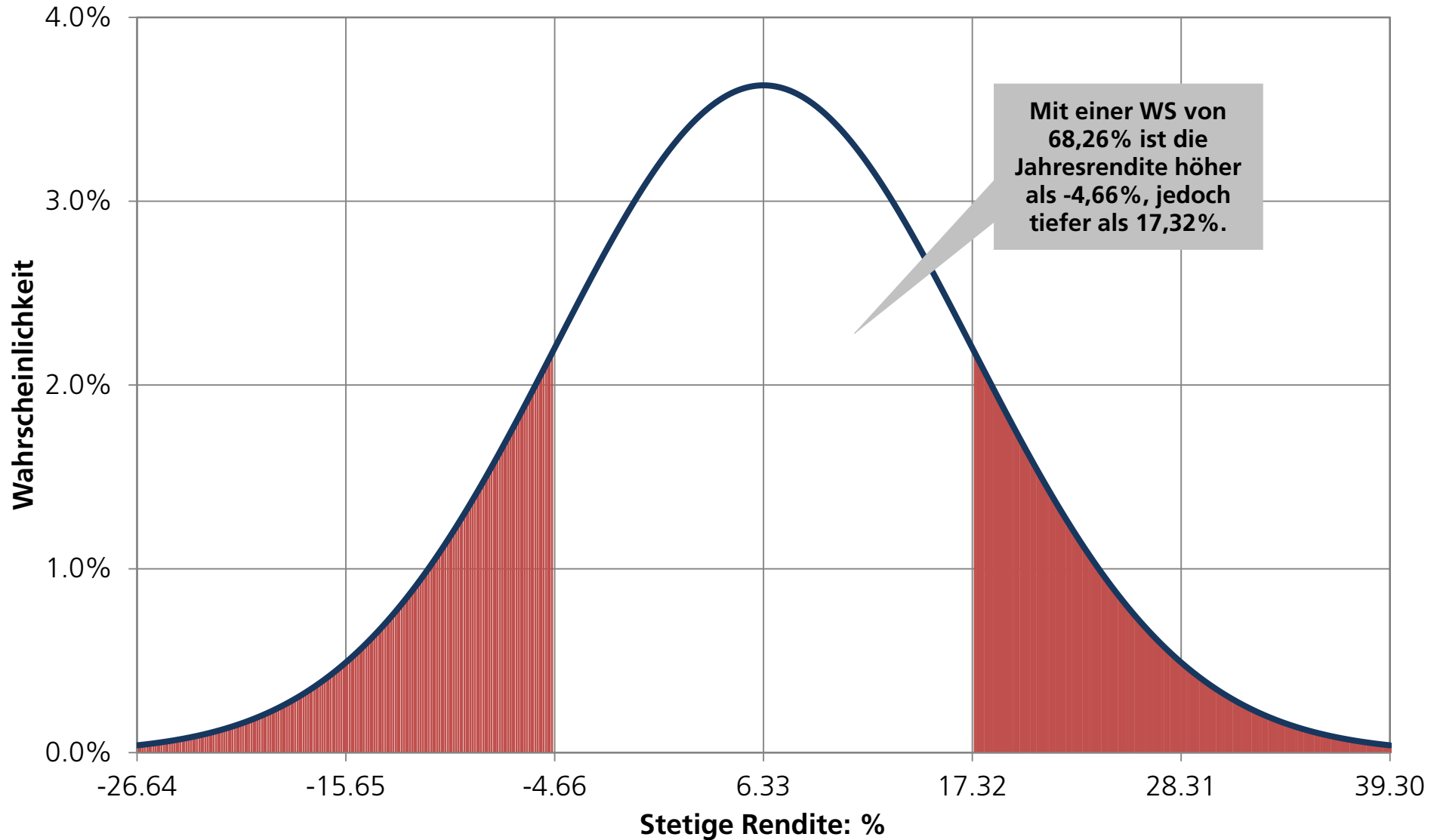
Regressionsgerade/Trendlinie

Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



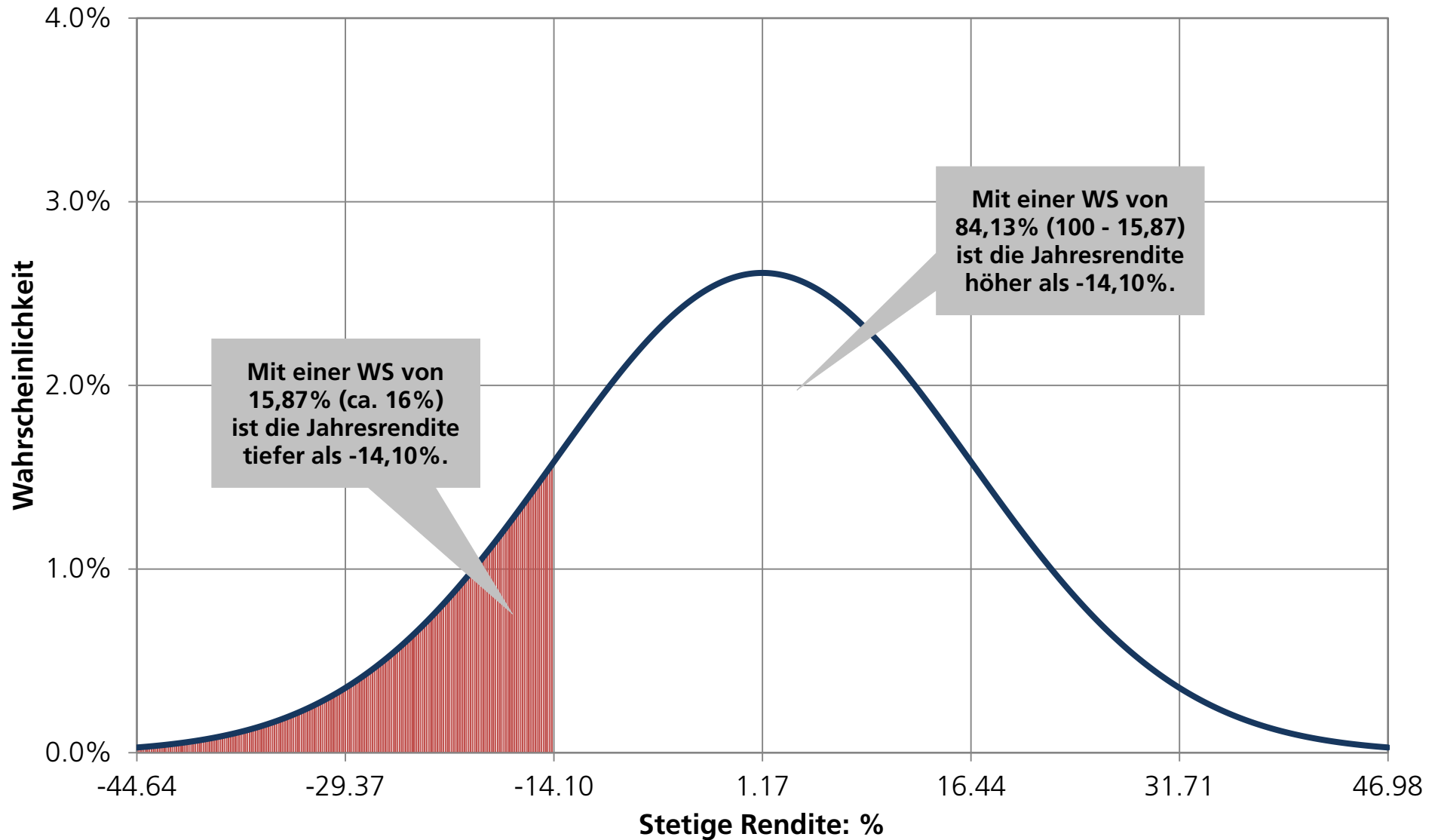
SMI: Normalverteilungsfunktion

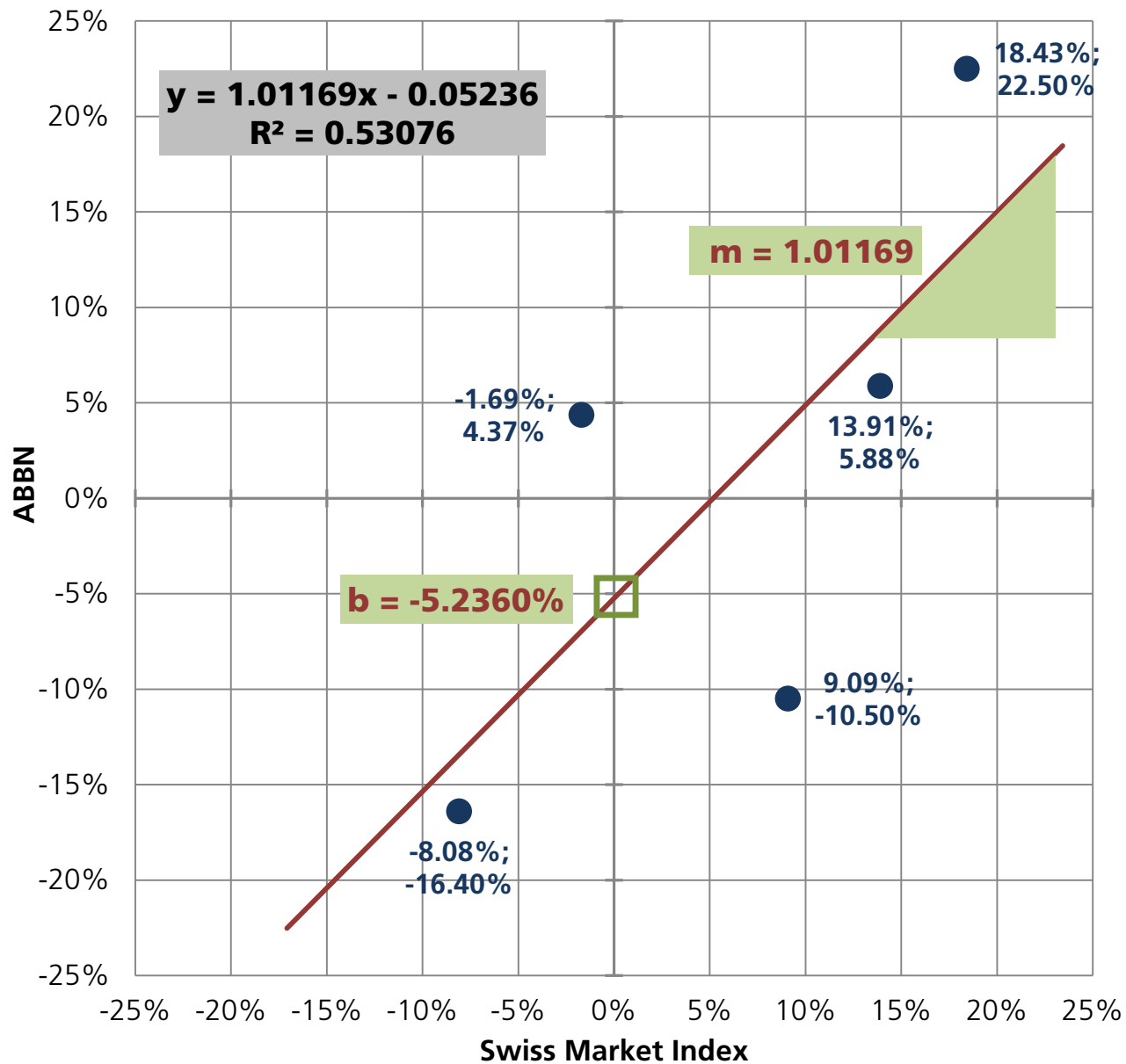
Jahresrendite (Mittelwert) = 6,33%, Standardabweichung = 10,99%



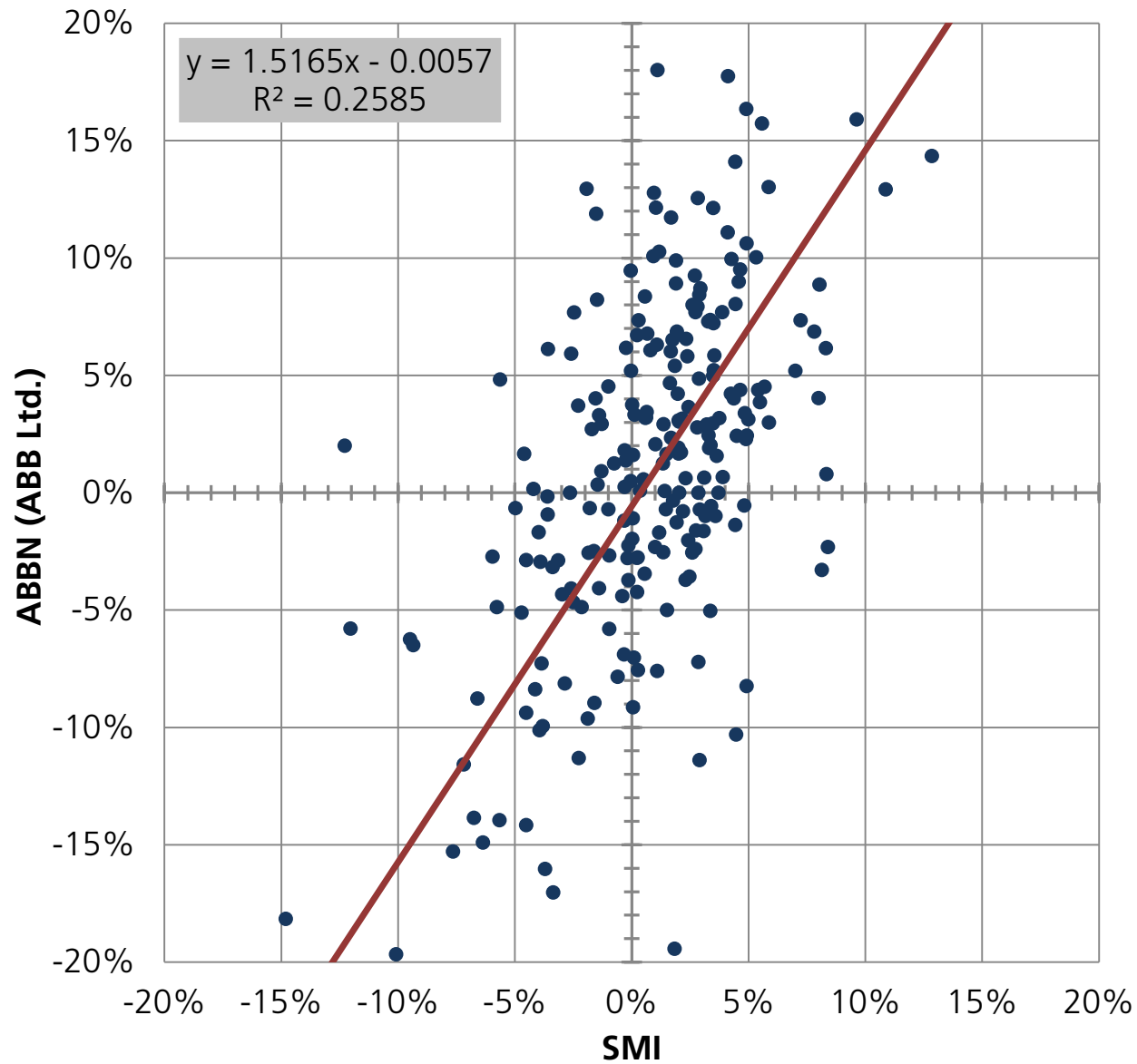
ABN: Normalverteilungsfunktion

Jahresrendite (Mittelwert) = 1,17%, Standardabweichung = 15,27%

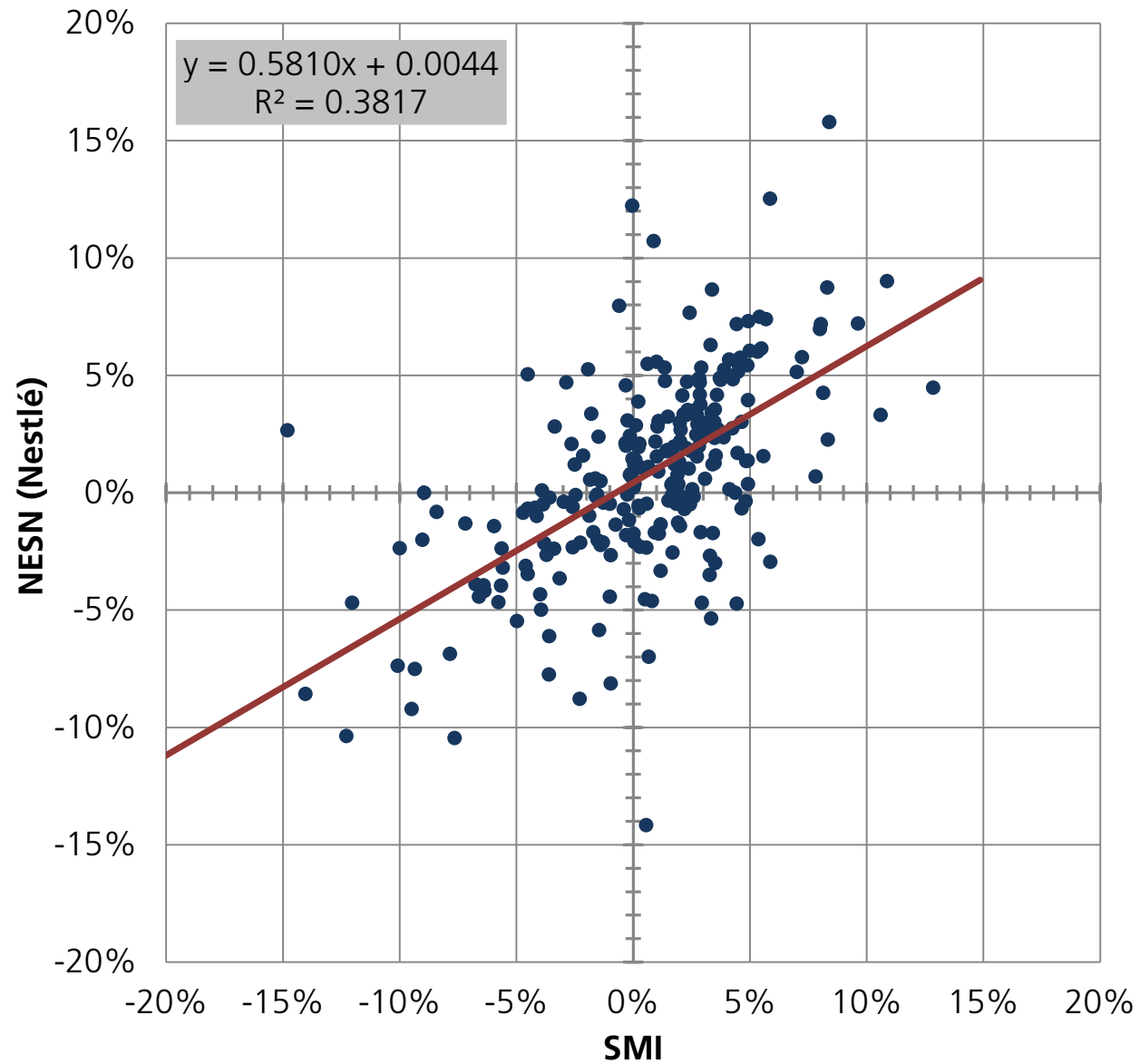




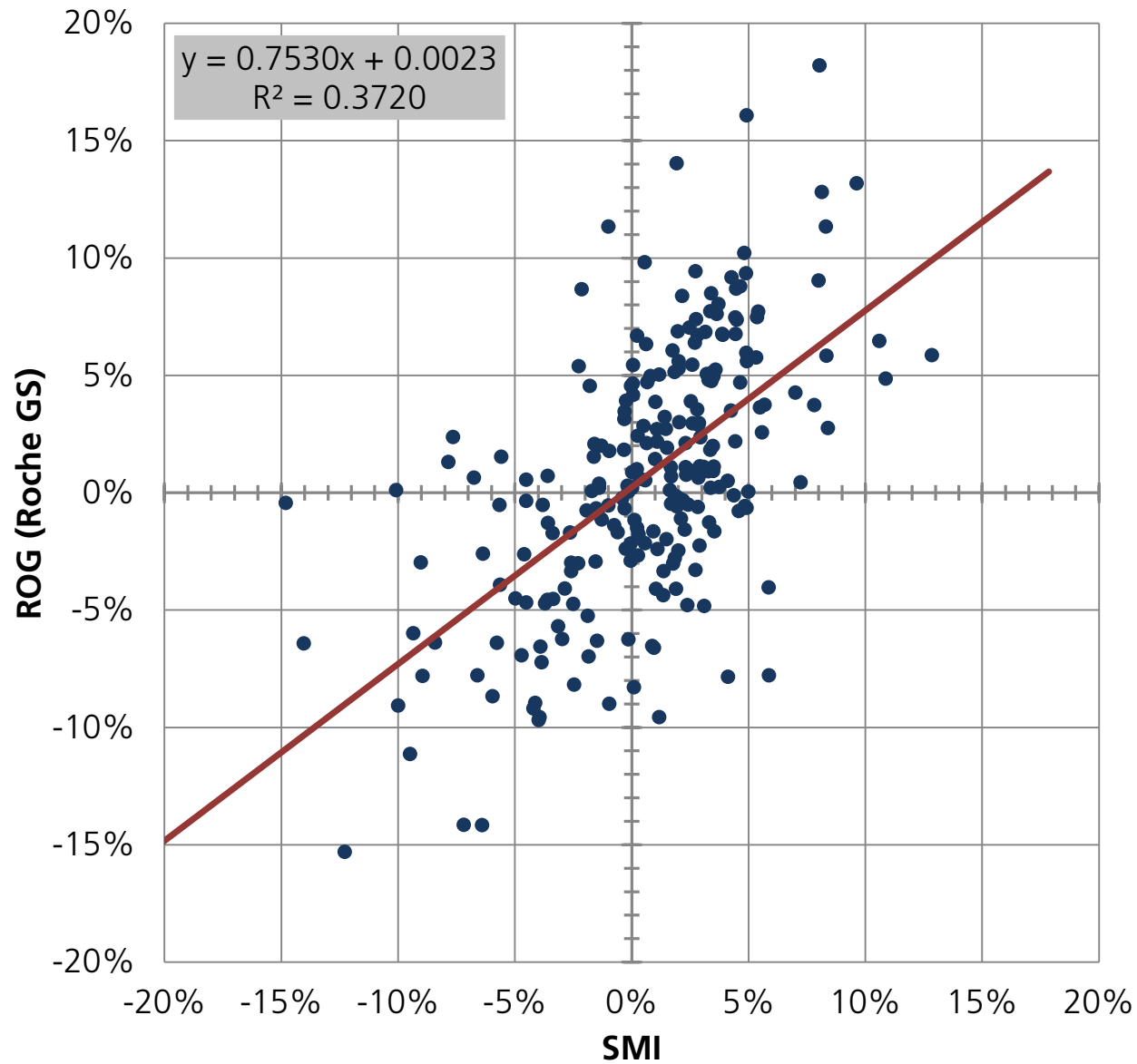
ABBN/SMI 1994-2014: Beta, Alpha, R2



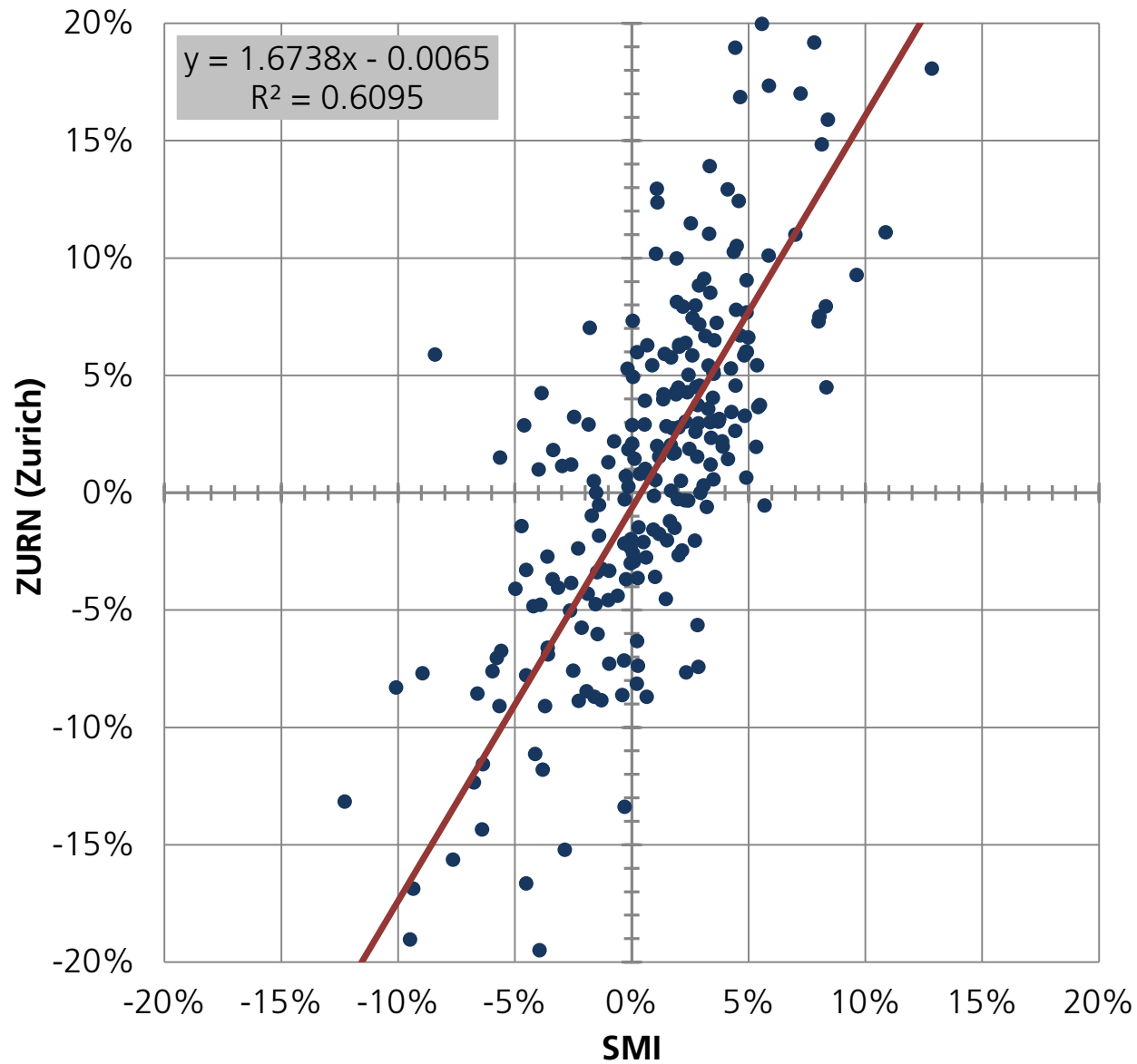
NESN/SMI 1994-2014: Beta, Alpha, R2



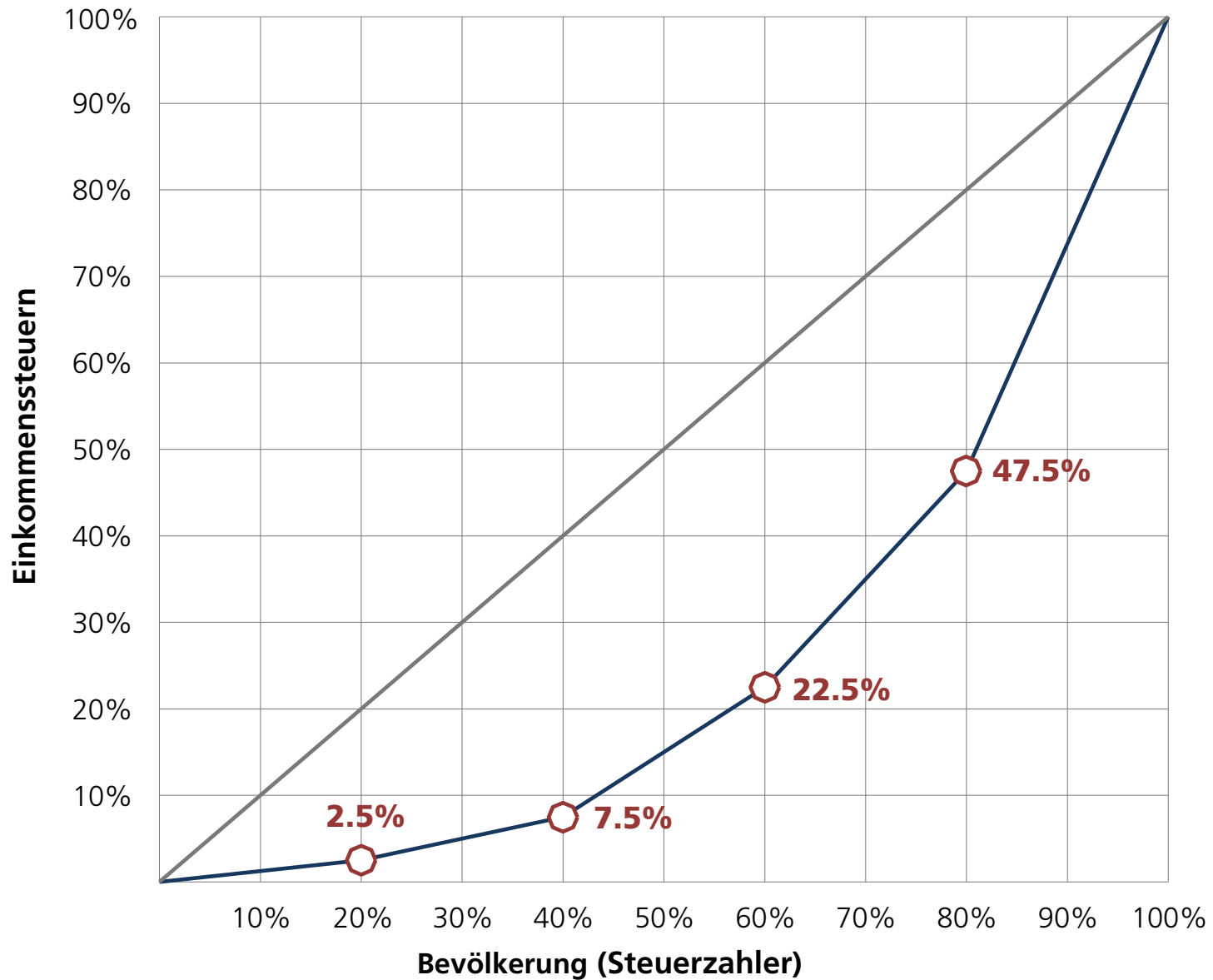
ROG/SMI 1994-2014: Beta, Alpha, R2



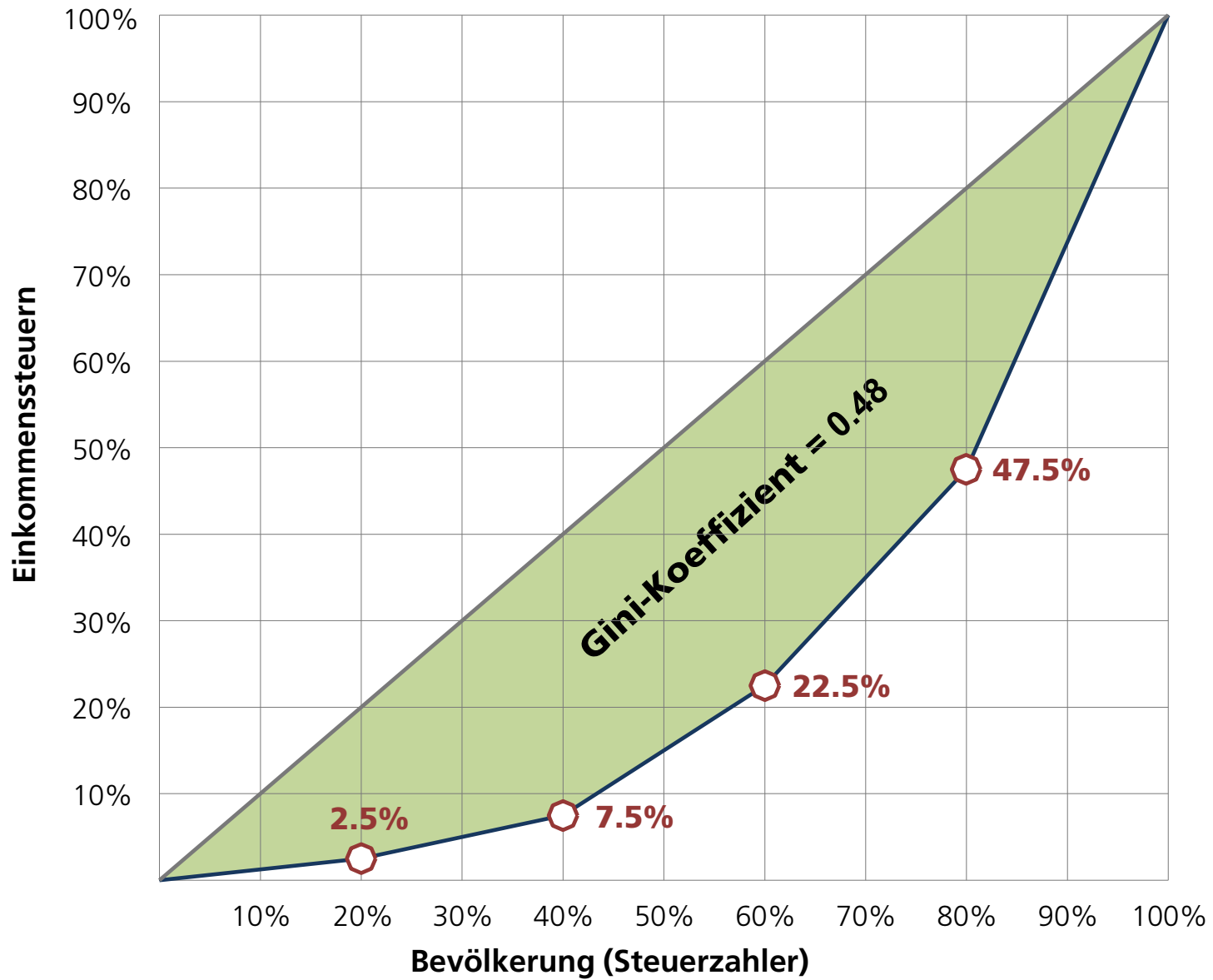
ZURN/SMI 1994-2014: Beta, Alpha, R2



Lorenzkurve



Lorenzkurve



institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

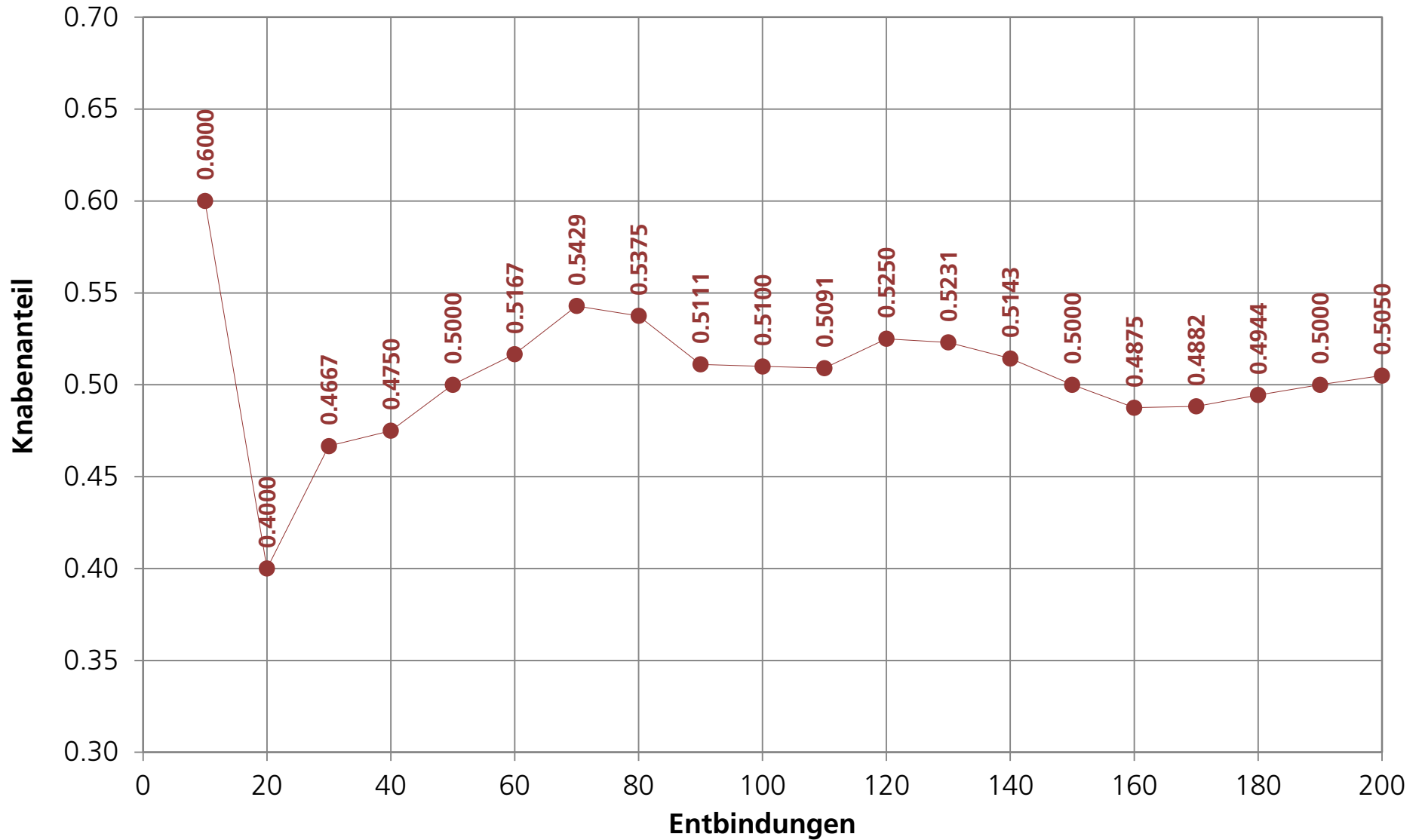
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
3., überarbeitete Auflage 2016
Compendio Bildungsmedien AG

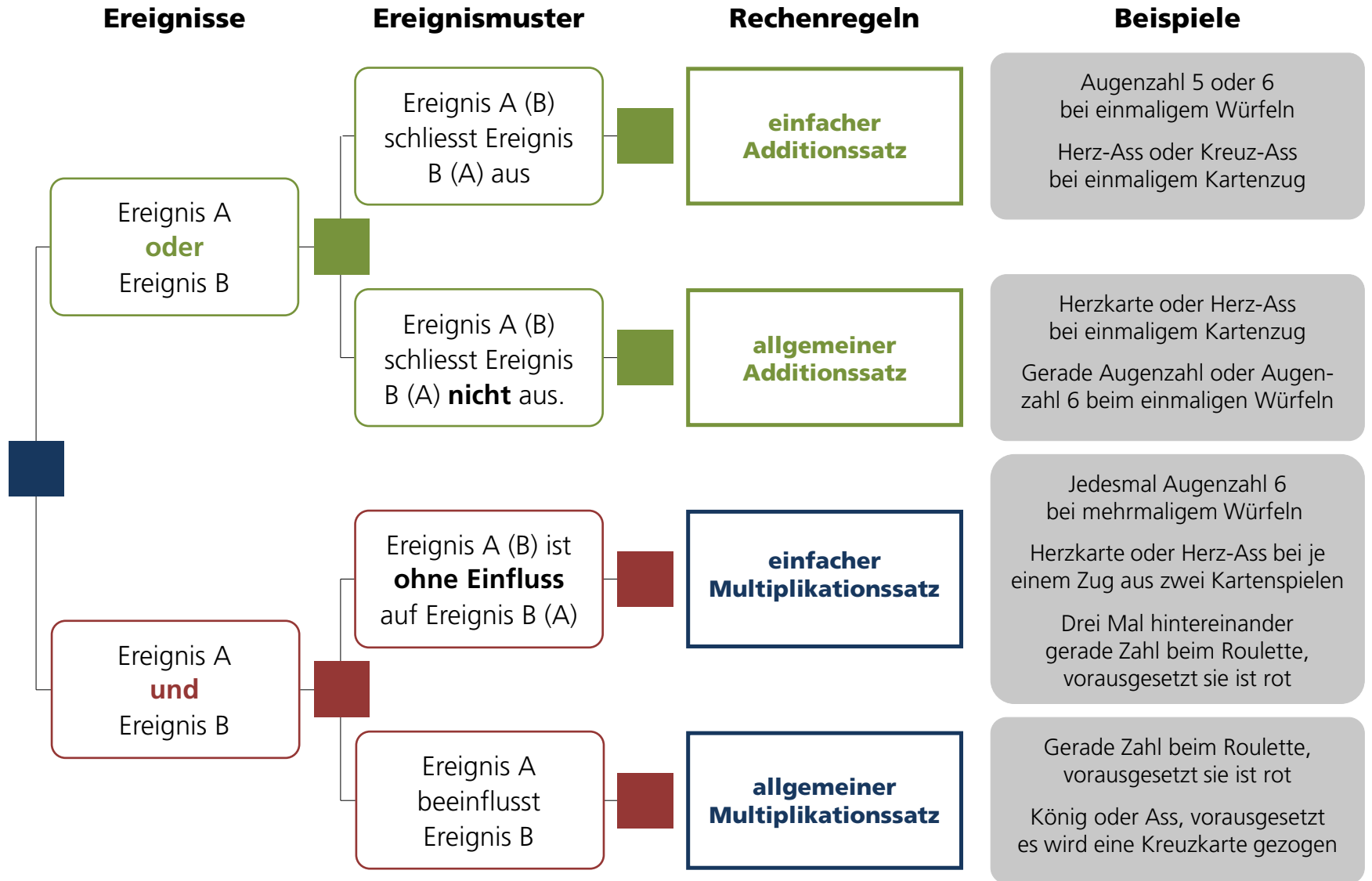
Kapitel 7: **Wahrscheinlichkeitsrechnung**

Entbindungen in einer Frauenklinik

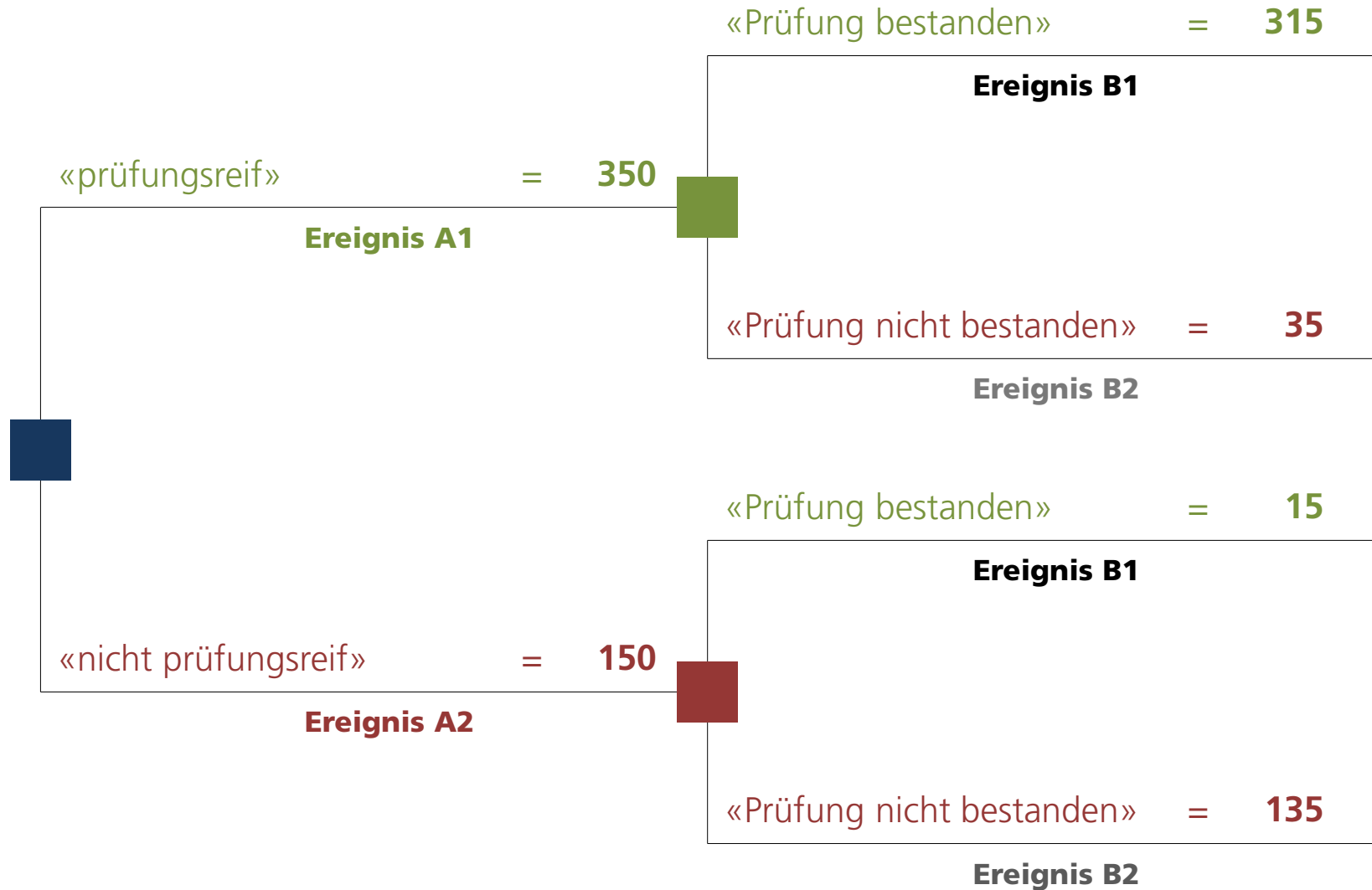
Anteil Knabengeburt



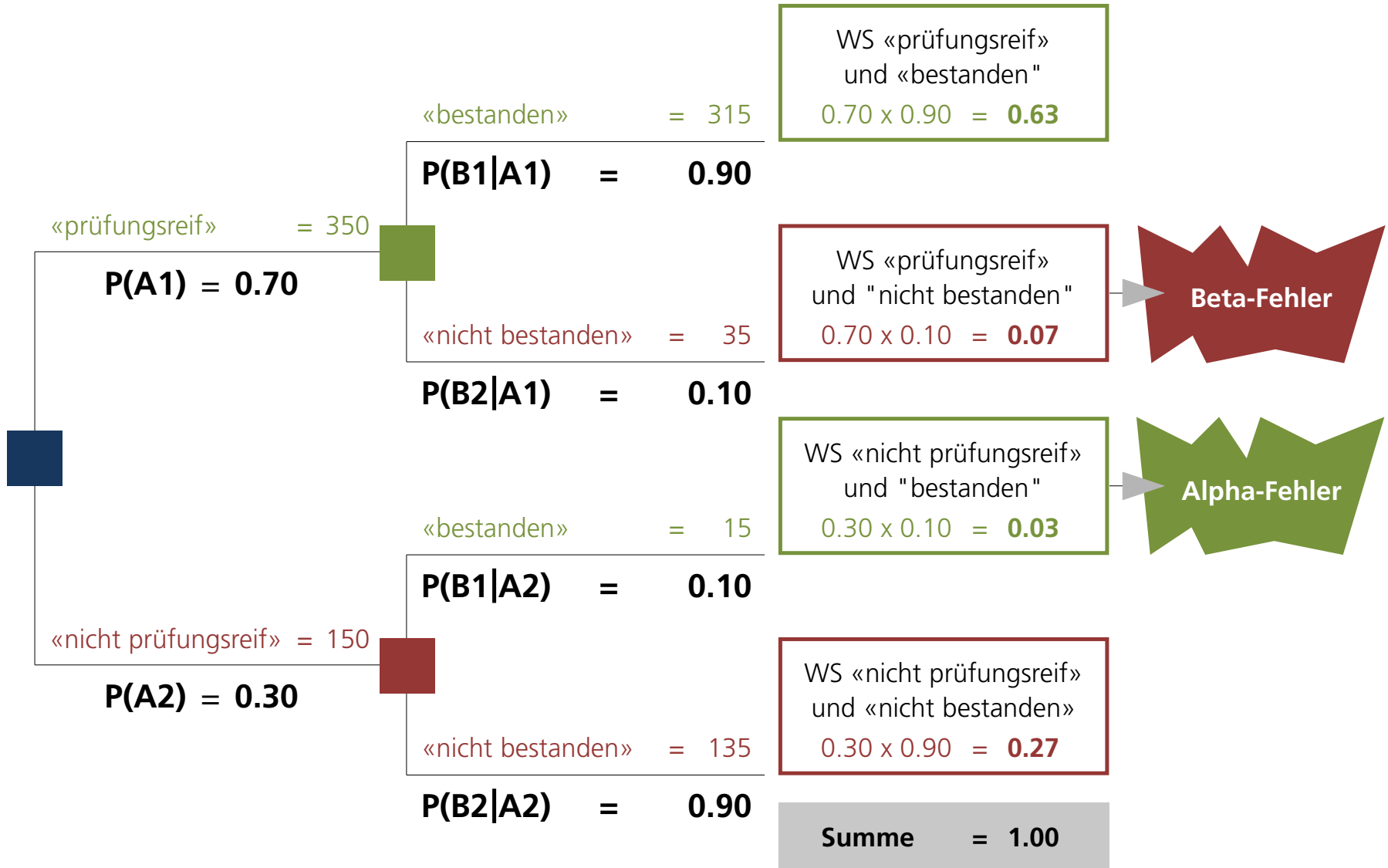
Wahrscheinlichkeitsrechnung für zwei und mehr Ereignisse



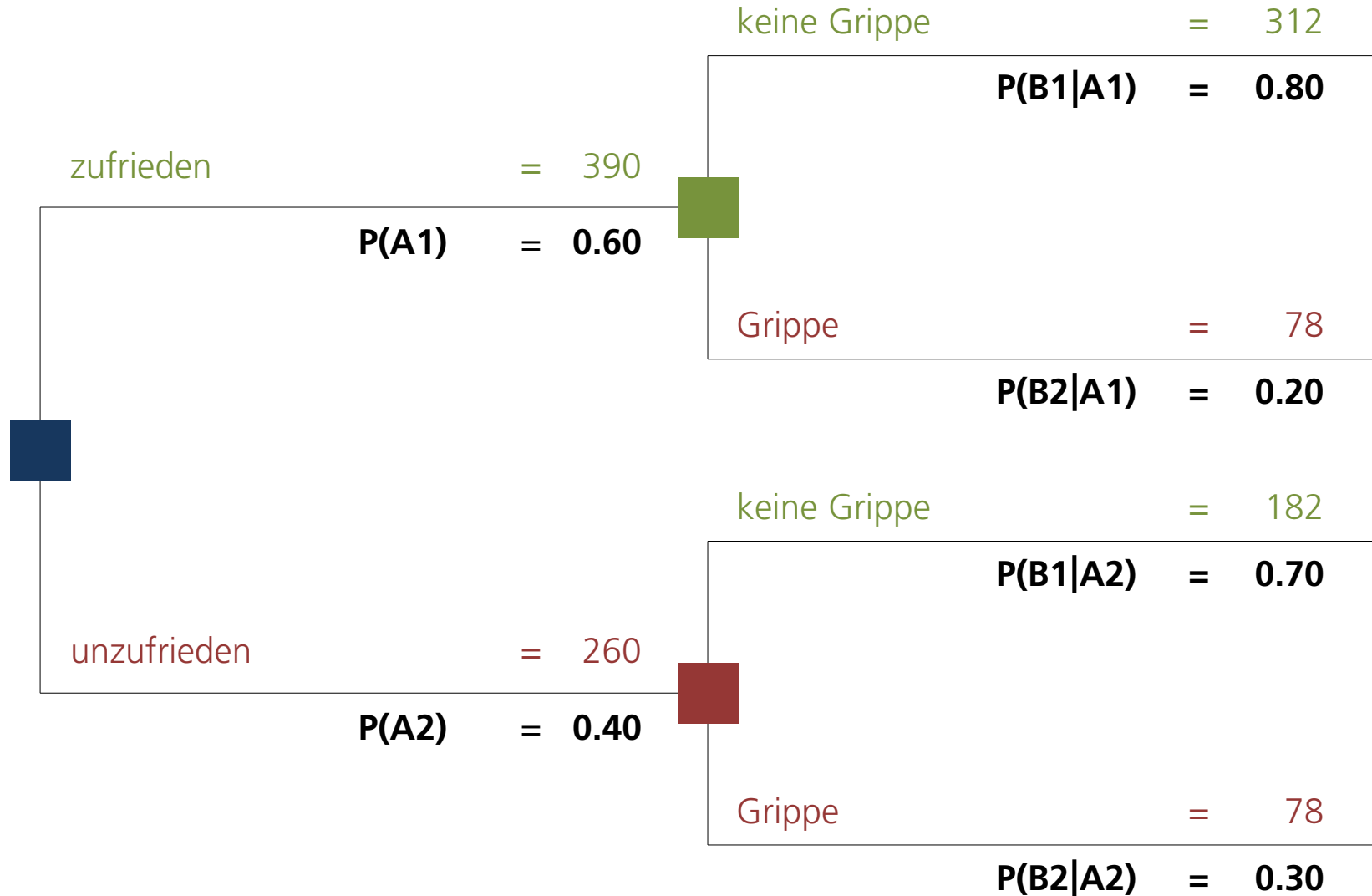
Baumdiagramm



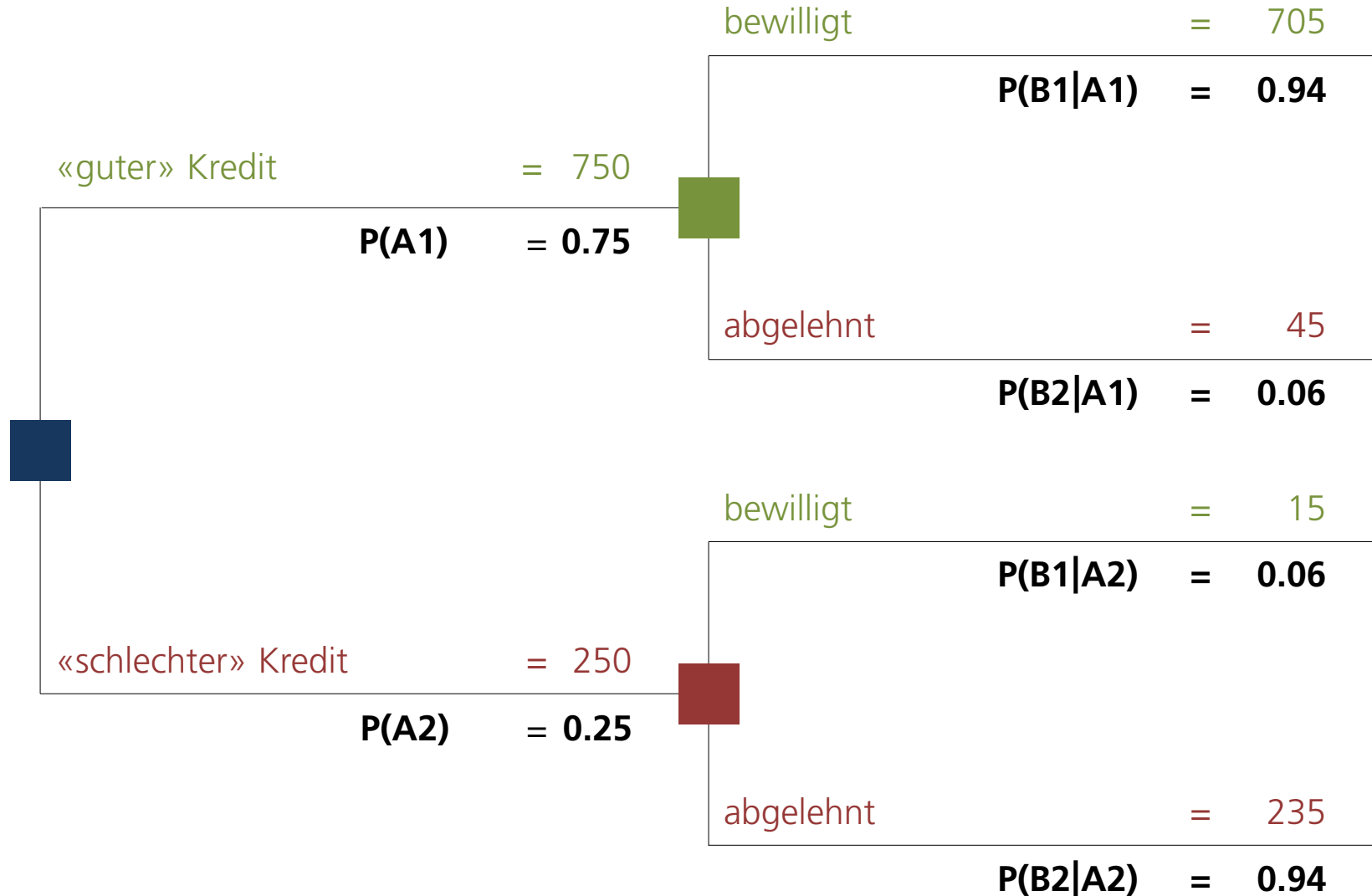
Bedingte Wahrscheinlichkeit: Detailanalyse



Ereignisse und Ereignis-Wahrscheinlichkeiten



Ereignisse und Ereignis-Wahrscheinlichkeiten



Kombinatorik

Variationen

Gegeben sind k sich ausschliessende Ereignisse.

Wie viele verschiedene Ereignisabfolgen sind bei n Versuchen möglich?

Beispiele:

Ereignisabfolgen (Kopf, Zahl) bei n Münzwürfen;

Ereignisabfolgen (1, 2, X) bei n Fussballspielen (Toto-X).

Permutationen

Gegeben sind n verschiedene Elemente.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die verschiedenen Elemente anzuordnen bzw. einzureihen?

Wie viele Anordnungen sind möglich, wenn aus n Elementen k Elemente gezogen werden?

Beispiele:

Anzahl möglicher Sitzordnungen in einer Sechser-Sesselbahn;

Podestanordnungen (1., 2., 3.) bei einem Wettkampf mit 50 Teilnehmern.

Kombinationen

Gegeben sind n verschiedene Elemente.

Wie viele verschiedene Kombinationen* sind möglich, wenn zufällig k Elemente gezogen werden?

* Bei Kombinationen spielt die Reihenfolge der Elemente keine Rolle?

Beispiele:

Zahlenkombinationen beim Lotto 6 aus 40 (oder z.B. 6 aus 50);

Beliebiges Podest (1., 2., 3.) bei einem Wettkampf mit 30 Teilnehmern.

institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

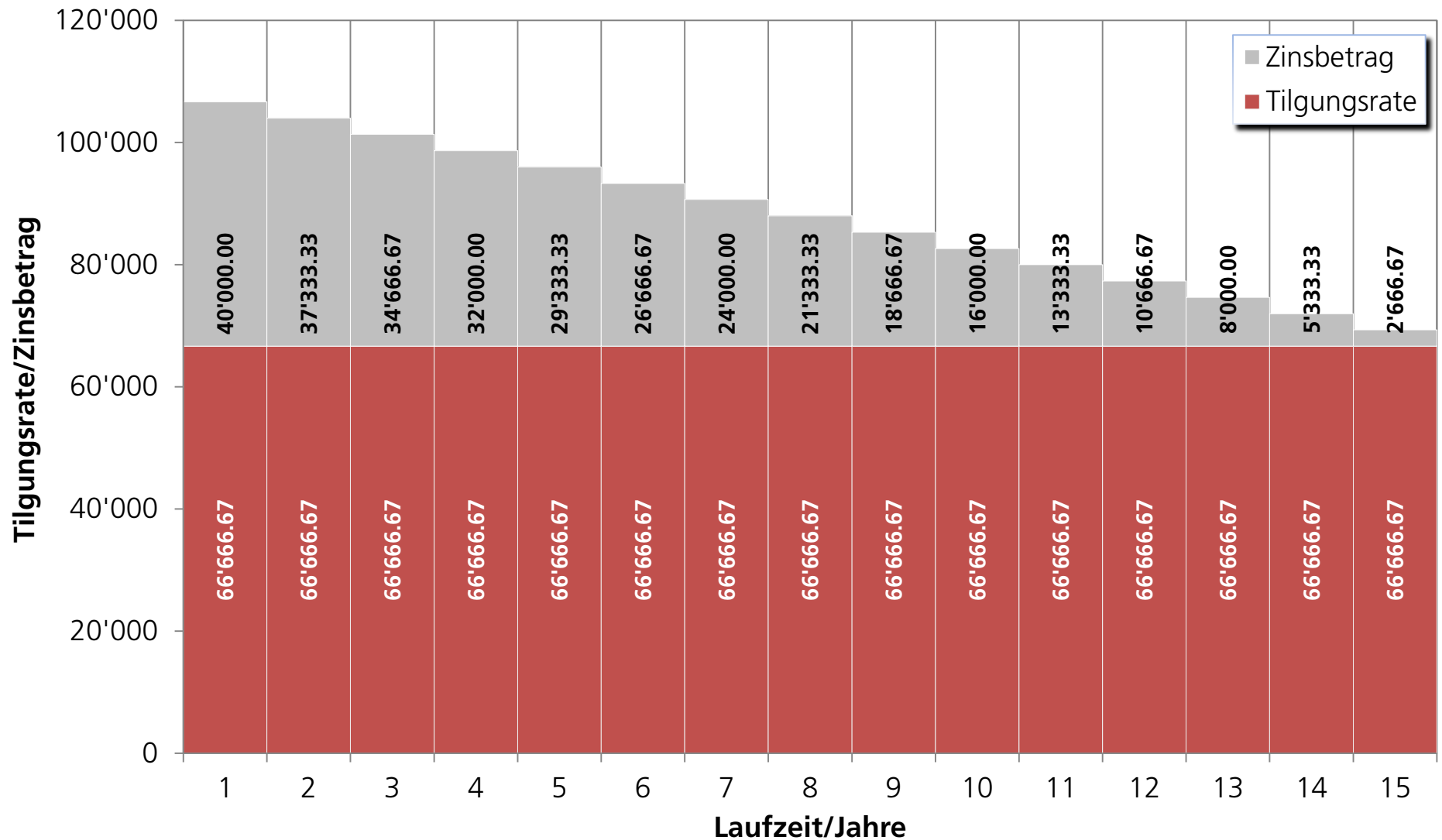
Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
3., überarbeitete Auflage 2016
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 8: **Tilgungsrechnung**

Festtilgung

Kapital: 1'000'000, Laufzeit: 15 Jahre, Zinssatz: 4.00%, Tilgung: 66'666.67

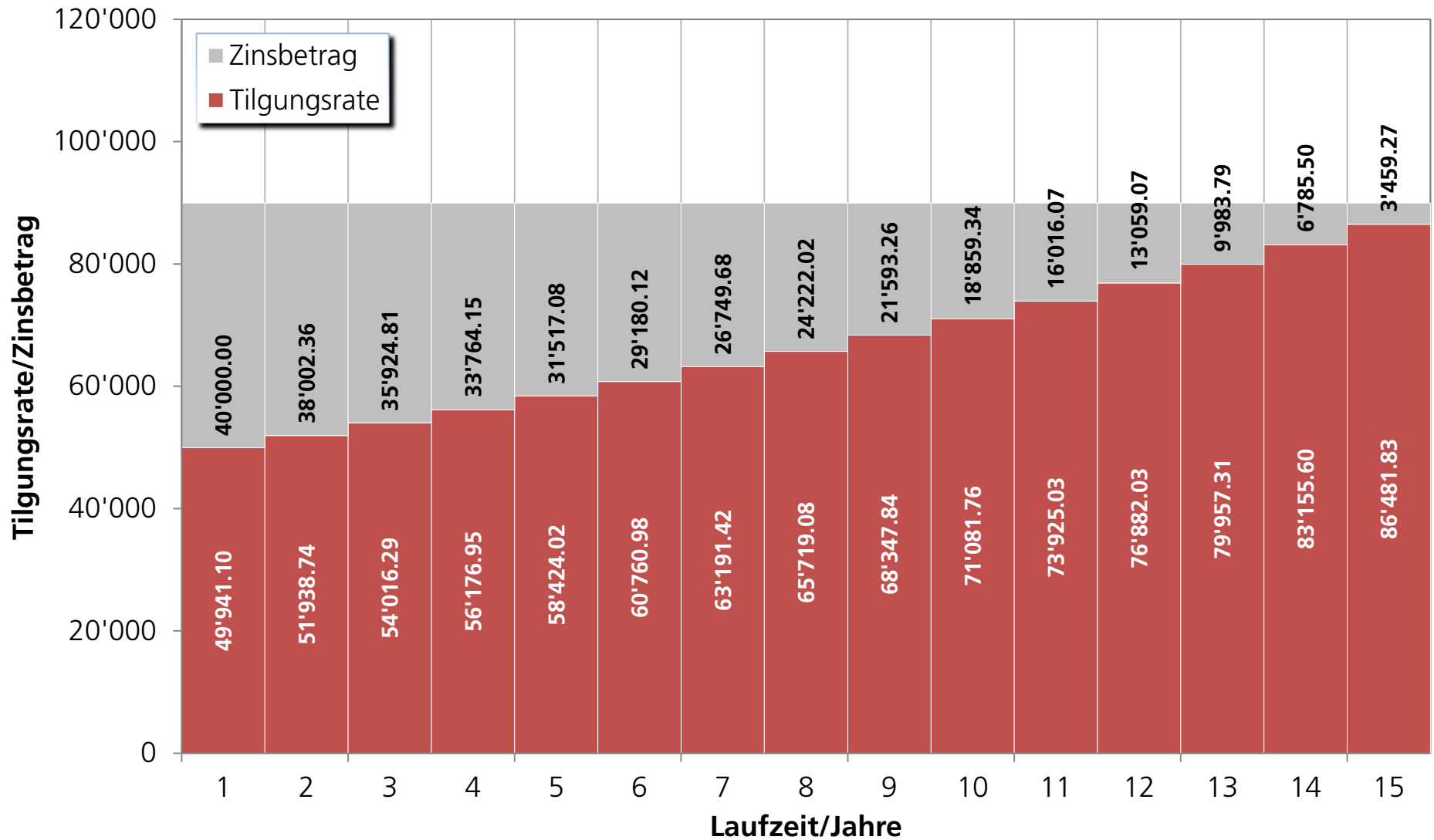


Festtilgung

Rückzahlung (t)	Ratenzahlung (A)	Tilgung (T)	Zins (Z)	Restkredit (K)
1	106'666.67	66'666.67	40'000.00	933'333.33
2	104'000.00	66'666.67	37'333.33	866'666.67
3	101'333.33	66'666.67	34'666.67	800'000.00
4	98'666.67	66'666.67	32'000.00	733'333.33
5	96'000.00	66'666.67	29'333.33	666'666.67
6	93'333.33	66'666.67	26'666.67	600'000.00
7	90'666.67	66'666.67	24'000.00	533'333.33
8	88'000.00	66'666.67	21'333.33	466'666.67
9	85'333.33	66'666.67	18'666.67	400'000.00
10	82'666.67	66'666.67	16'000.00	333'333.33
11	80'000.00	66'666.67	13'333.33	266'666.67
12	77'333.33	66.666.67	10'666.67	200'000.00
13	74'666.67	66.666.67	8'000.00	133'333.33
14	72'000.00	66'666.67	5'333.33	66'666.67
15	69'333.33	66'666.67	2'666.67	0.00

Annuitätentilgung

Kapital: 1'000'000, Laufzeit: 15 Jahre, Zinssatz: 4,00%, Annuität: 89'941.10



Annuitätentilgung

Rückzahlung (t)	Annuität (A)	Tilgung (T)	Zins (Z)	Restkredit (K)
1	89'941.10	49'941.10	40'000.00	950'058.90
2	89'941.10	51'938.74	38'002.36	898'120.16
3	89'941.10	54'016.29	35'924.81	844'103.86
4	89'941.10	56'176.95	33'764.15	787'926.92
5	89'941.10	58'424.02	31'517.08	729'502.89
6	89'941.10	60'760.98	29'180.12	668'741.91
7	89'941.10	63'191.42	26'749.68	605'550.48
8	89'941.10	65'719.08	24'222.02	539'831.40
9	89'941.10	68'347.84	21'593.26	471'483.56
10	89'941.10	71'081.76	18'859.34	400'401.80
11	89'941.10	73'925.03	16'016.07	326'476.77
12	89'941.10	76'882.03	13'059.07	249'594.74
13	89'941.10	79'957.31	9'983.79	169'637.43
14	89'941.10	83'155.60	6'785.50	86'481.83
15	89'941.10	86'481.83	3'459.27	0.00

EU-Annuitätenmethode



Kredit	(K0)	CHF 5'000.00
Rate/Annuität	(A)	CHF 880.12
Anzahl Raten	(m)	6 (zweimonatlich)
Laufzeit	(n)	1 Jahr
Zinssatz (normal)	(i)	9,50%
Zinssatz (EU-Norm)	(i)	9,88%

institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
3., überarbeitete Auflage 2016
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 9: **Investitionsrechnung**

Methoden der Investitionsrechnung

Dynamische (mathematische) Verfahren

Kapitalwertmethode

Annuitätenmethode

Methode des internen Zinssatzes

Dynamische Amortisationsrechnung
(dynamische Payback-Methode)

Statische (buchhalterische) Verfahren

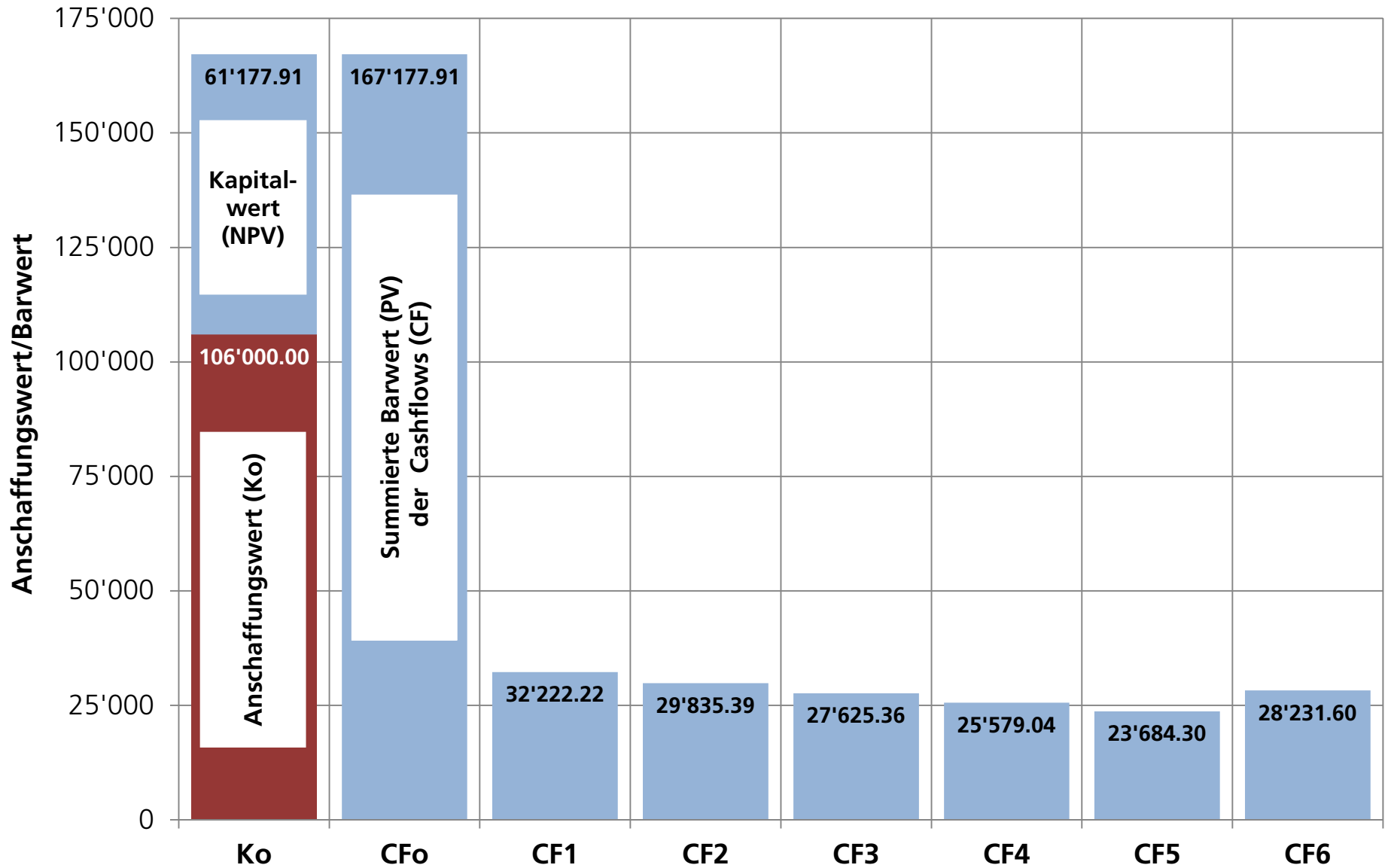
Kostenvergleichsrechnung

Gewinnvergleichsrechnung

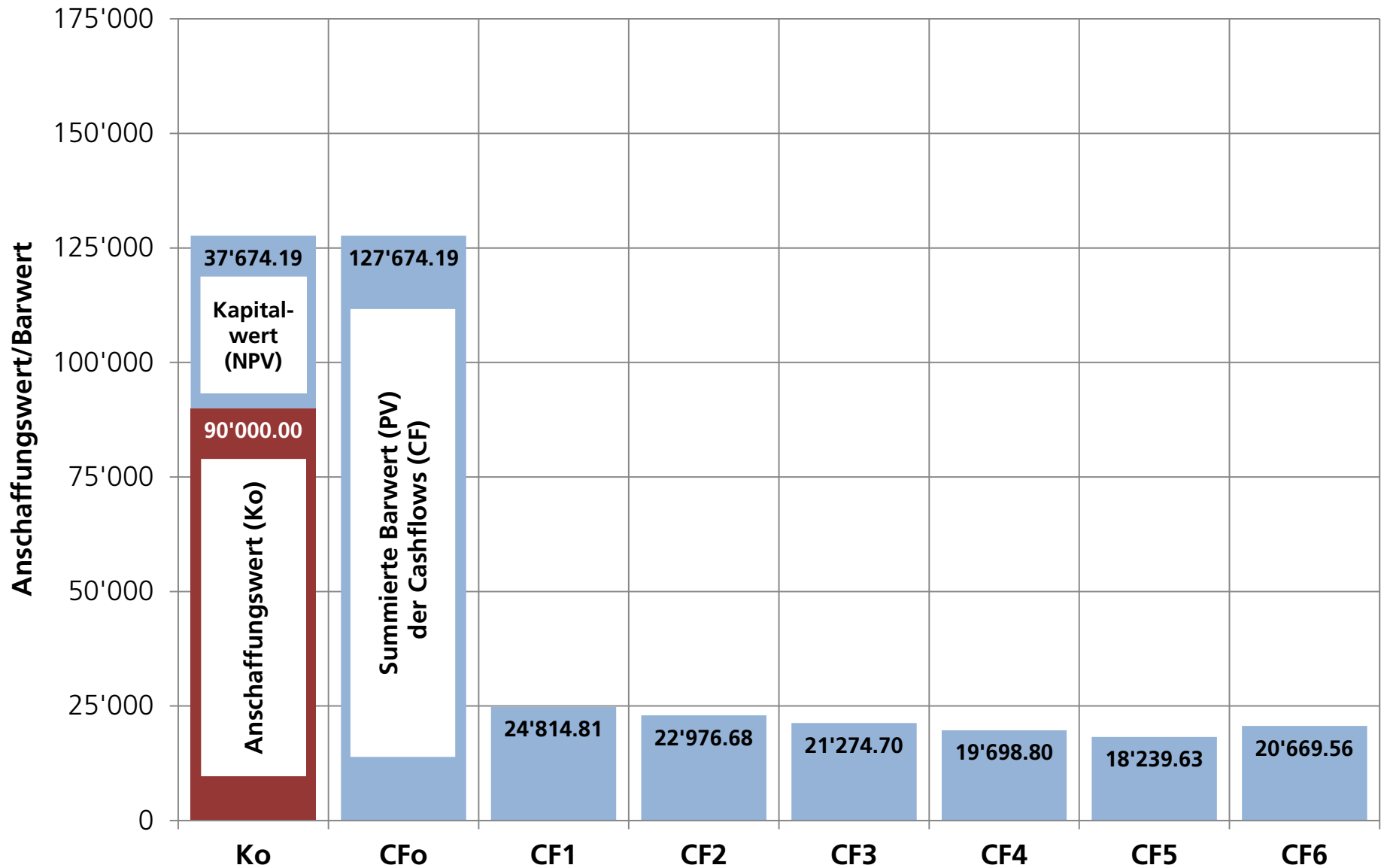
Renditerechnung

Amortisationsrechnung
(Payback-Methode)

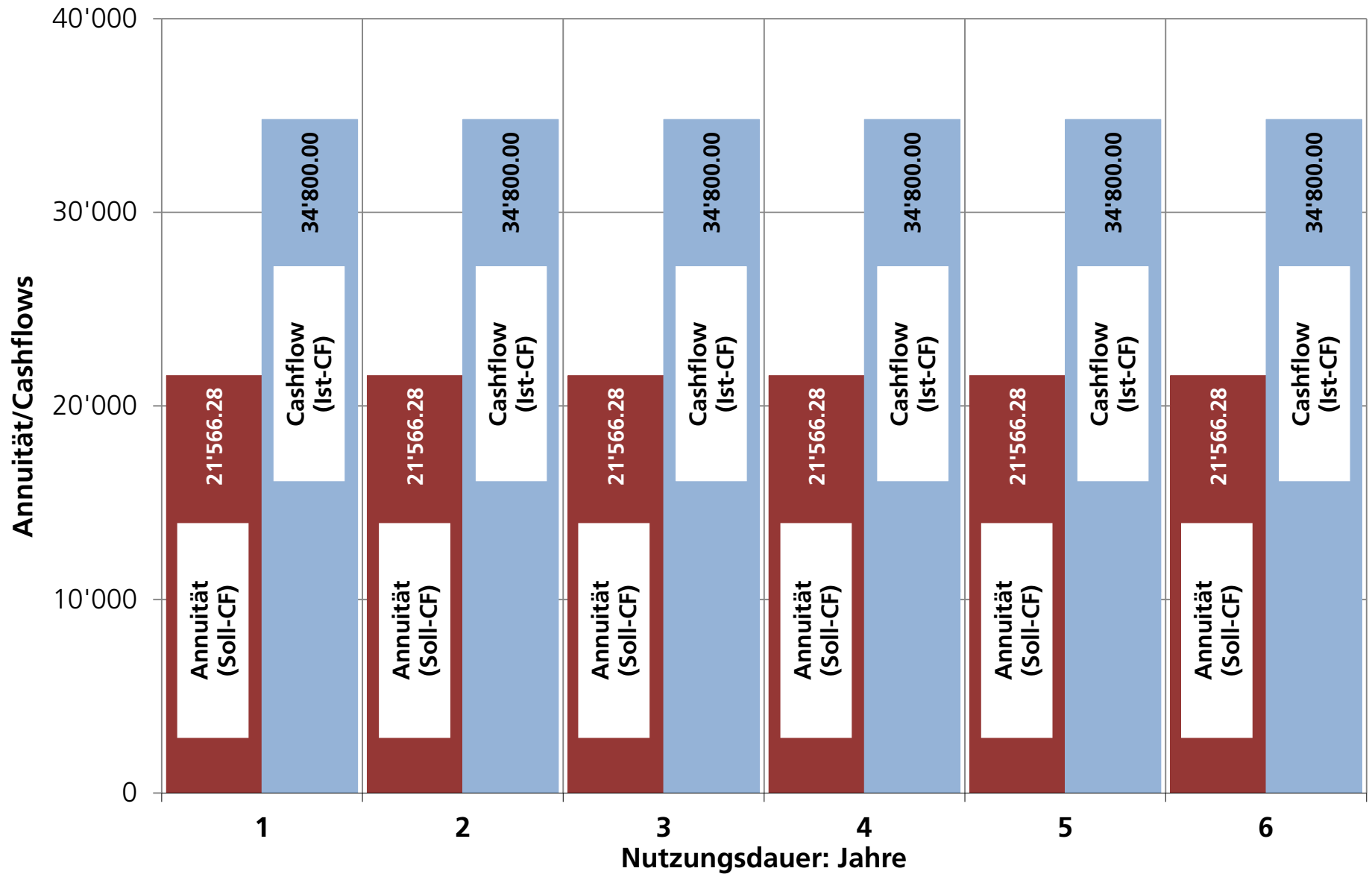
Kapitalwertverfahren: Maschine A



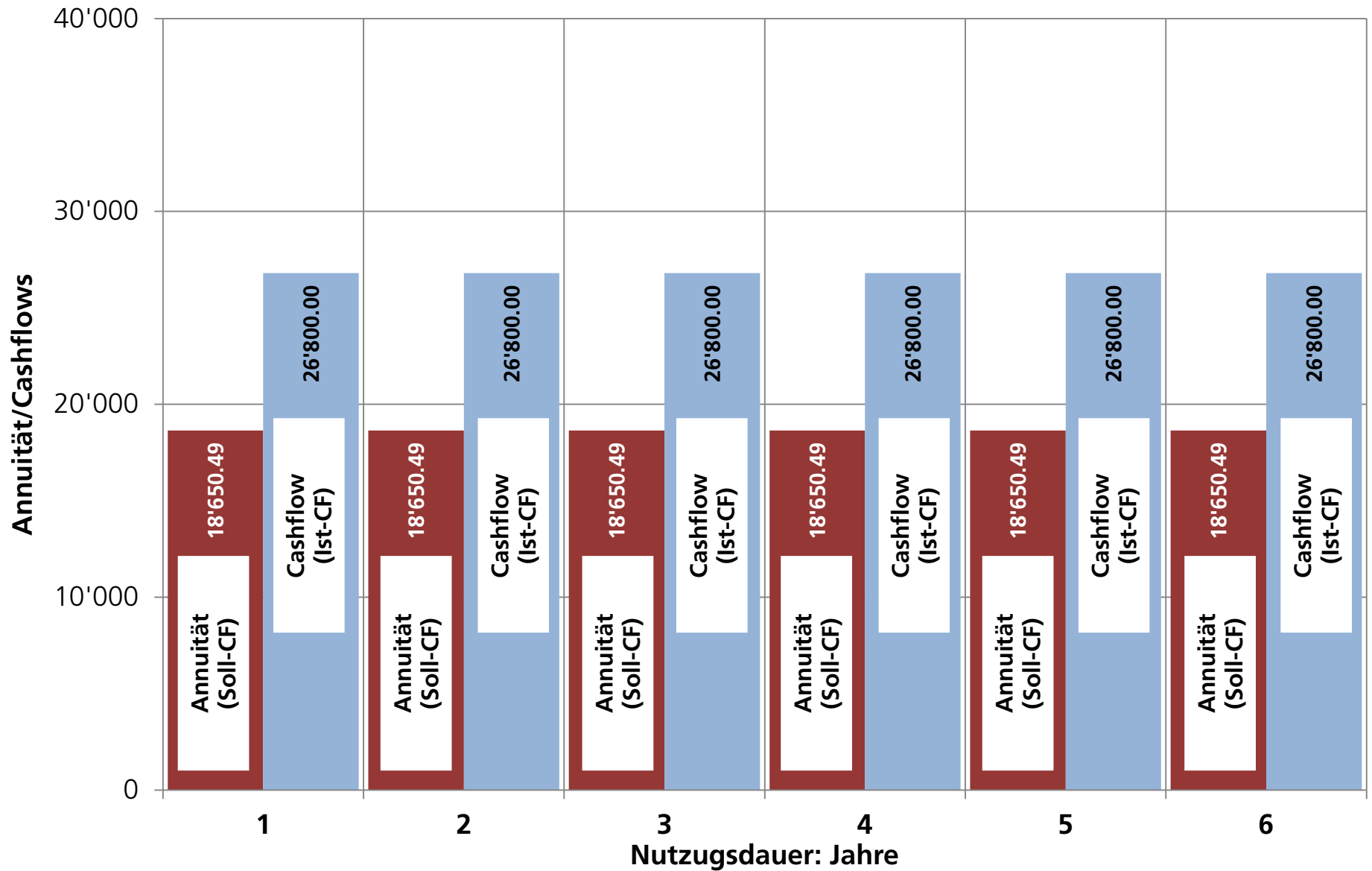
Kapitalwertverfahren: Maschine B



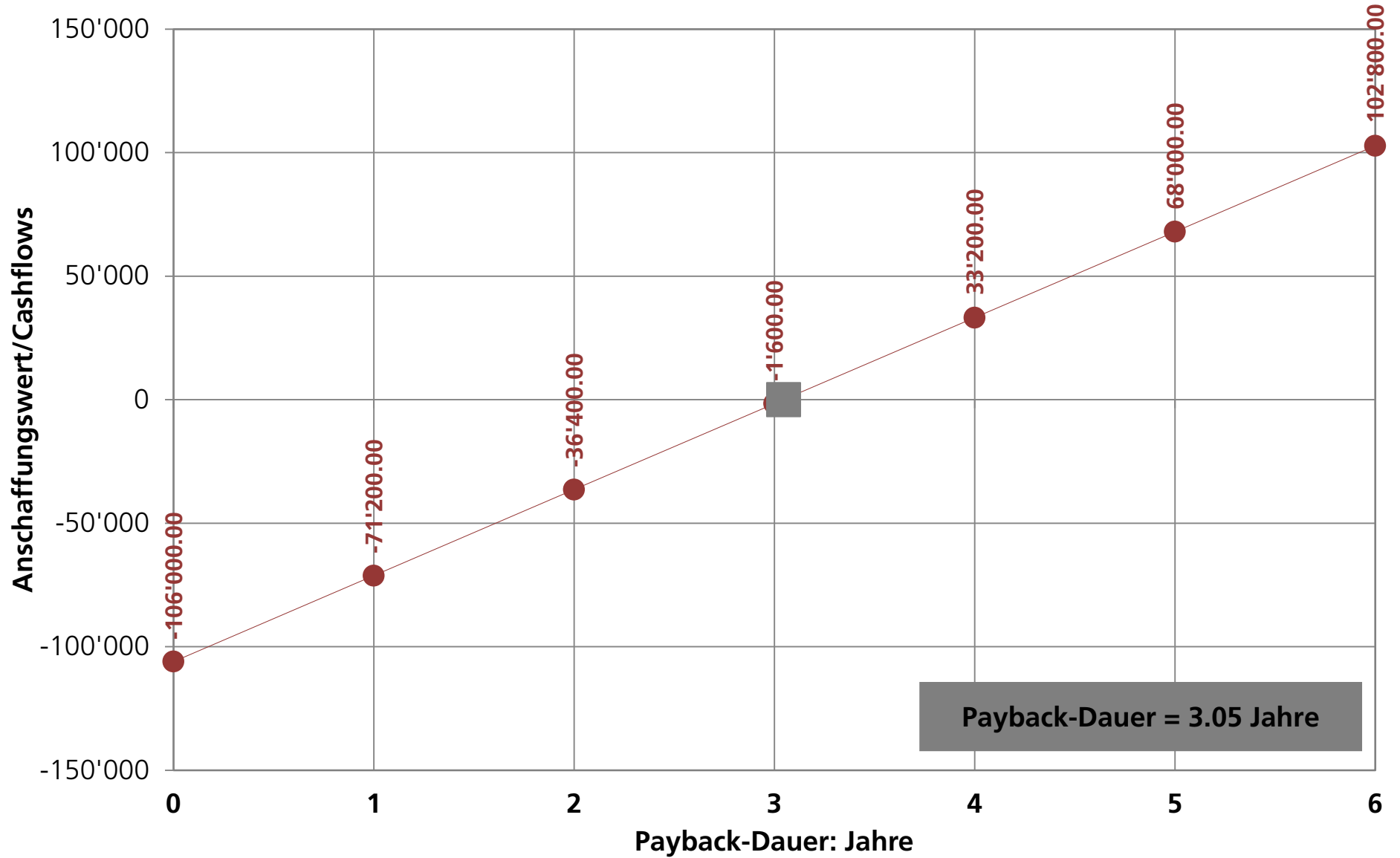
Annuitätenmethode: Maschine A



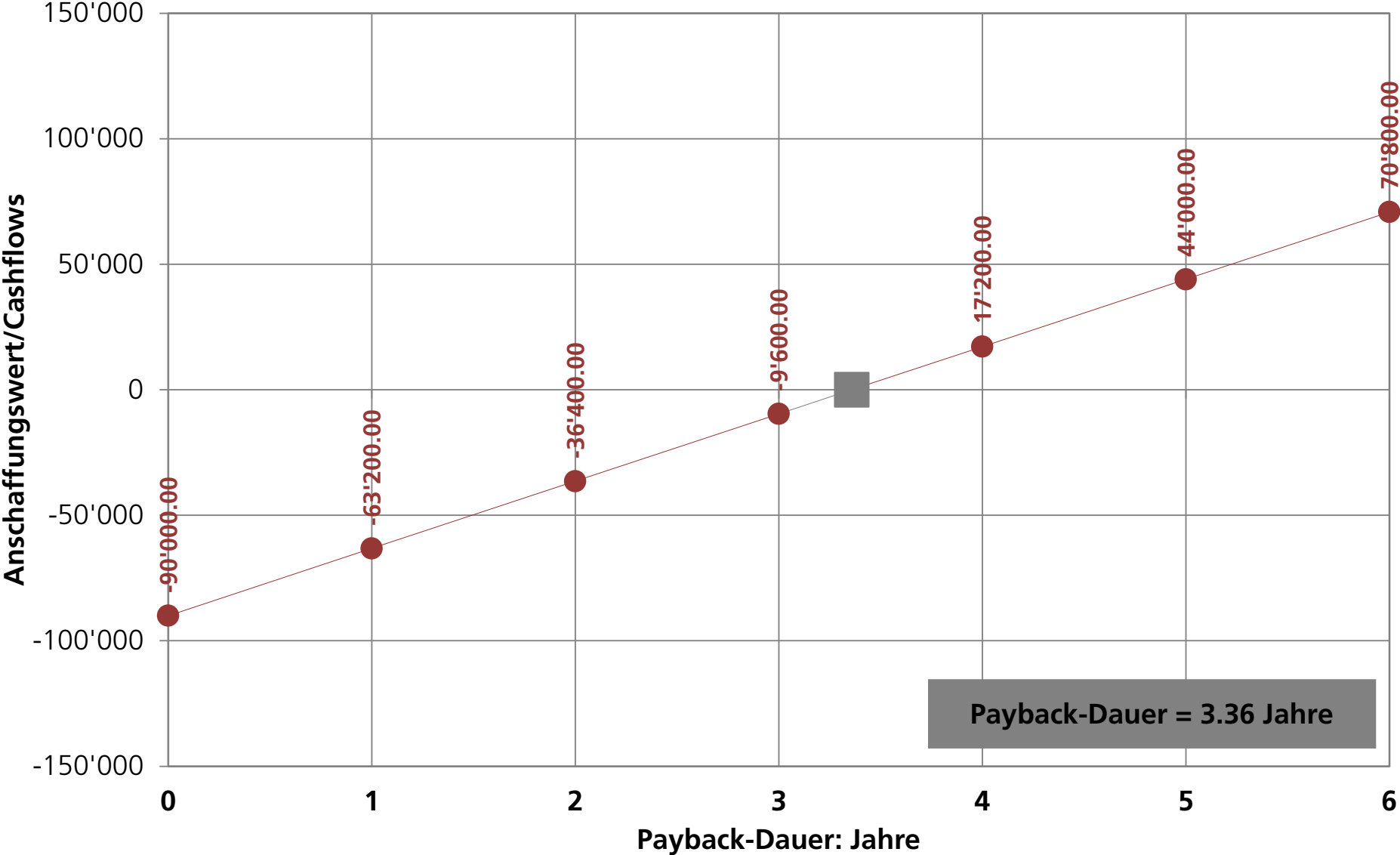
Annuitätenmethode: Maschine B



Payback-Methode: Maschine A



Payback-Methode: Maschine B



institut für **b**anken und **f**inanzplanung
Feldstrasse 41, 7205 Zizers
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch
www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium
Max Lüscher-Marty
3., überarbeitete Auflage 2016
Compendio Bildungsmedien AG

Kapitel 10: **Abschreibungsrechnung**

Abschreibungs- methoden

Lineare Abschreibung

Der Abschreibungs-
betrag ist von Jahr zu Jahr
gleich gross

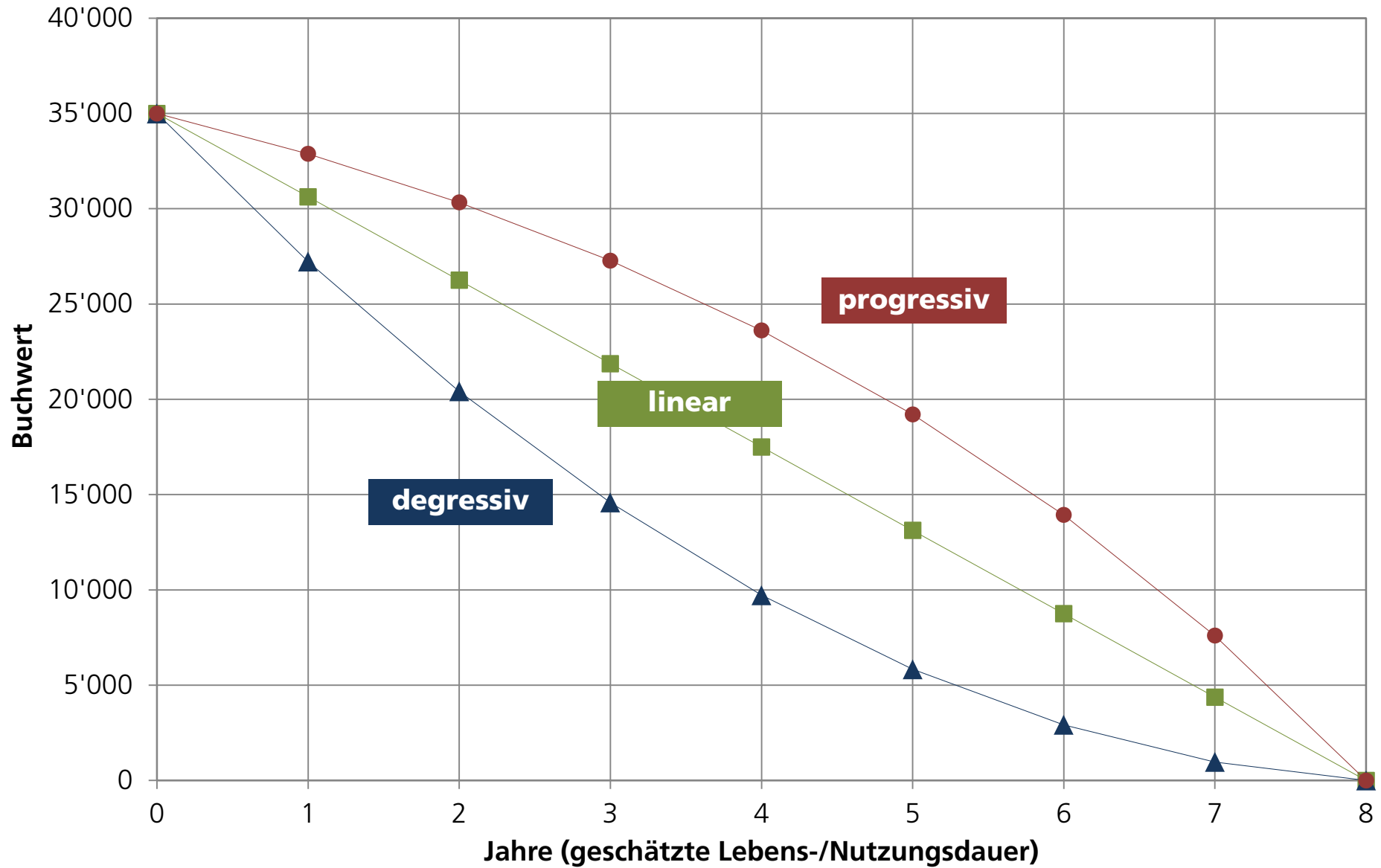
Degressive Abschreibung

Der Abschreibungs-
betrag **verringert** sich
von Jahr zu Jahr.

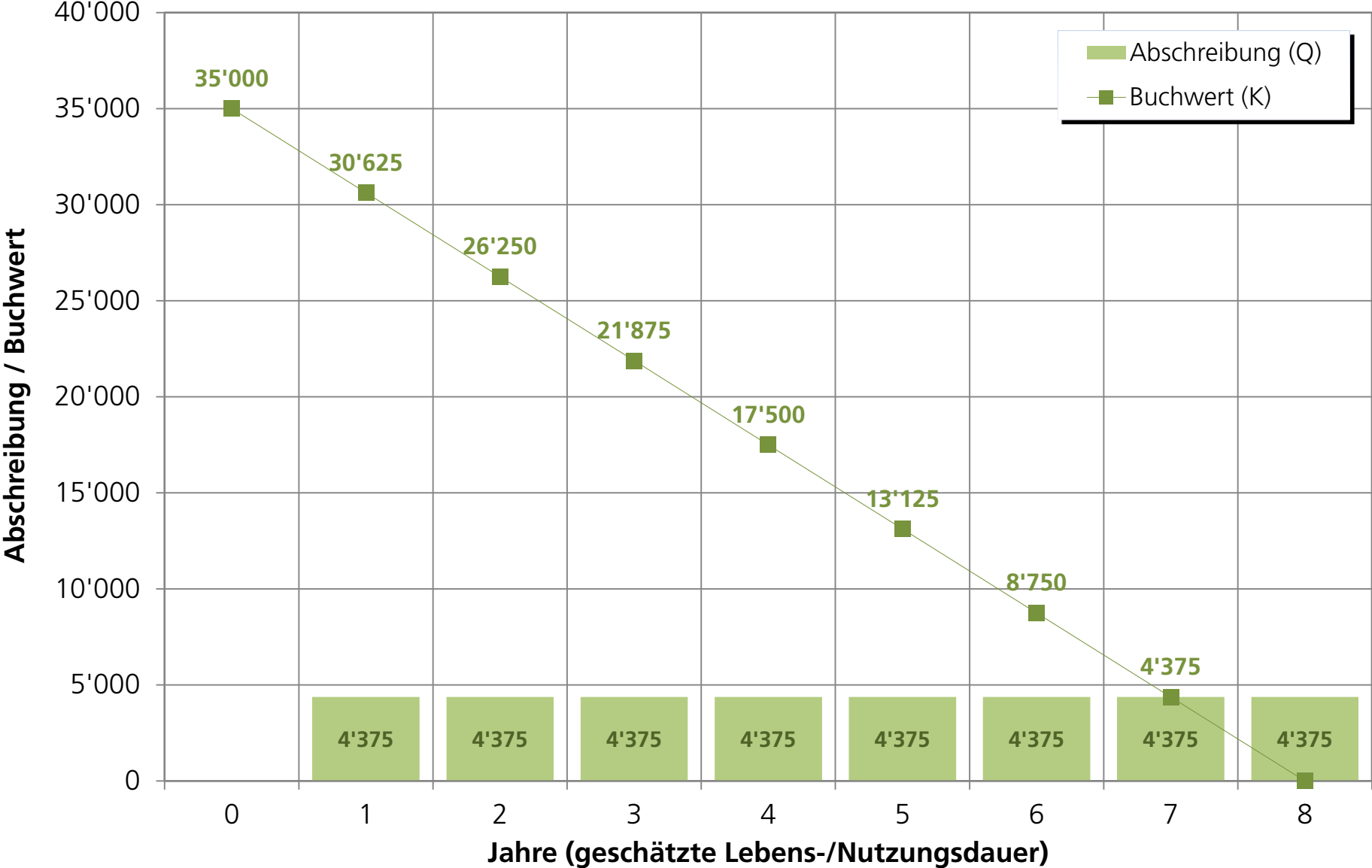
Progressive Abschreibung

Der Abschreibungs-
betrag **vergrössert** sich
von Jahr zu Jahr.

Abschreibungsmethoden



Lineare Abschreibung



Degressive Abschreibung

Arithmetisch-degressive Abschreibung

Der Abschreibungsbetrag vermindert sich Jahr für Jahr um einen fixen Betrag (d)

Grundform

Ausgangspunkt ist die Abschreibung für das erste Jahr.

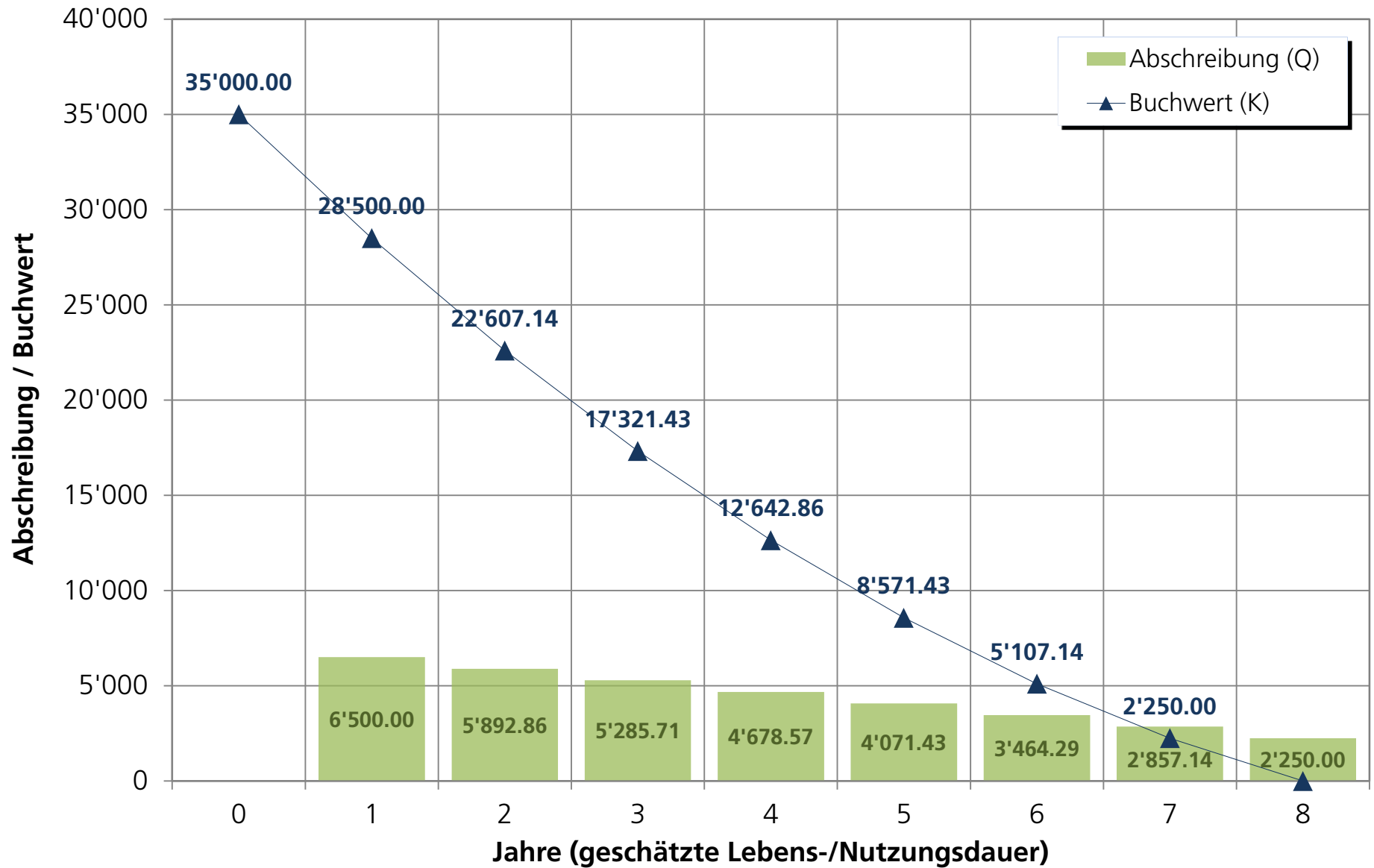
Sonderform

Ausgangspunkt ist die Abschreibung für das letzte Jahr.

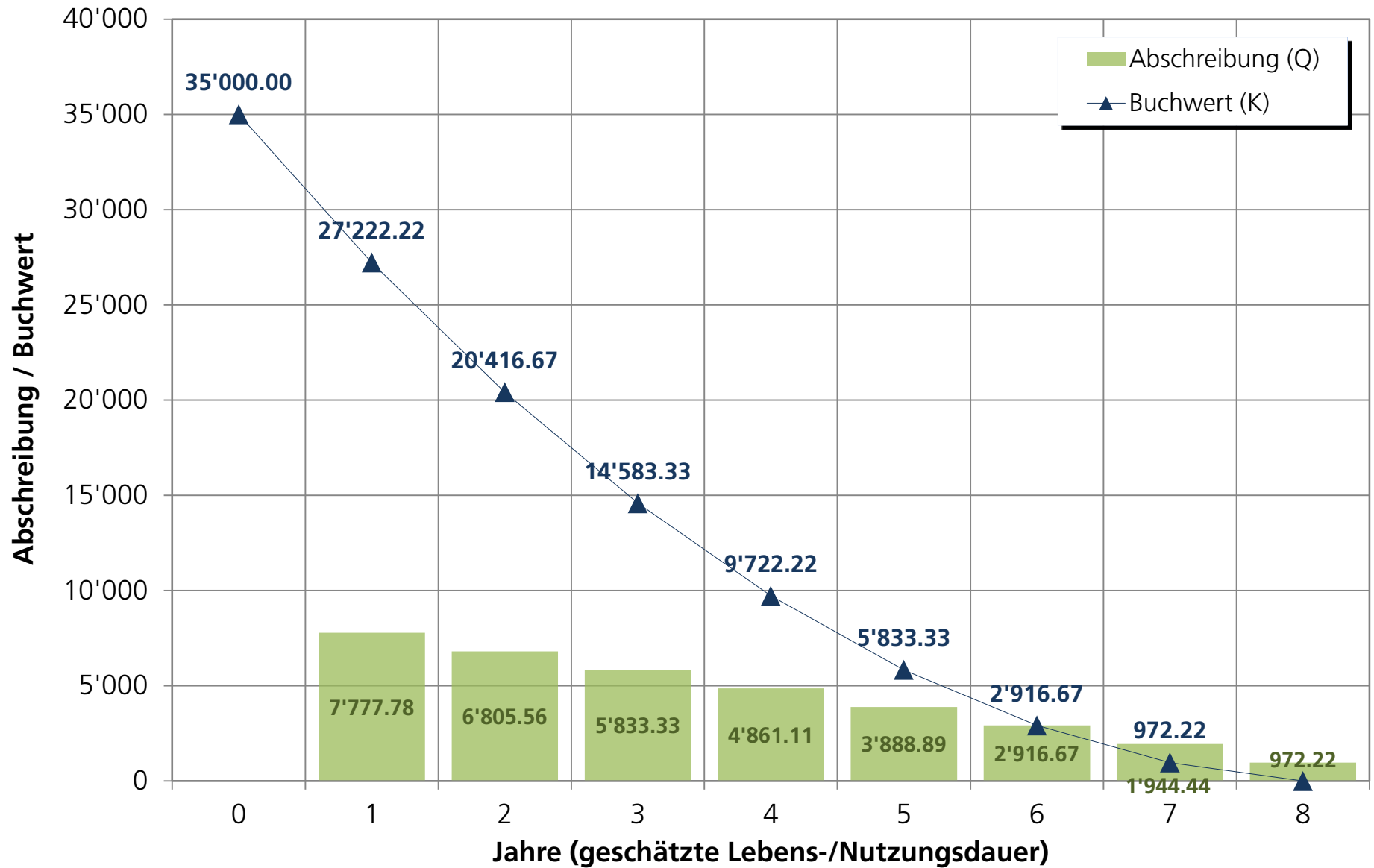
Geometrisch-degressive Abschreibung

Der Abschreibungsbetrag verringert sich Jahr für Jahr um einen fixen Prozentsatz (i)

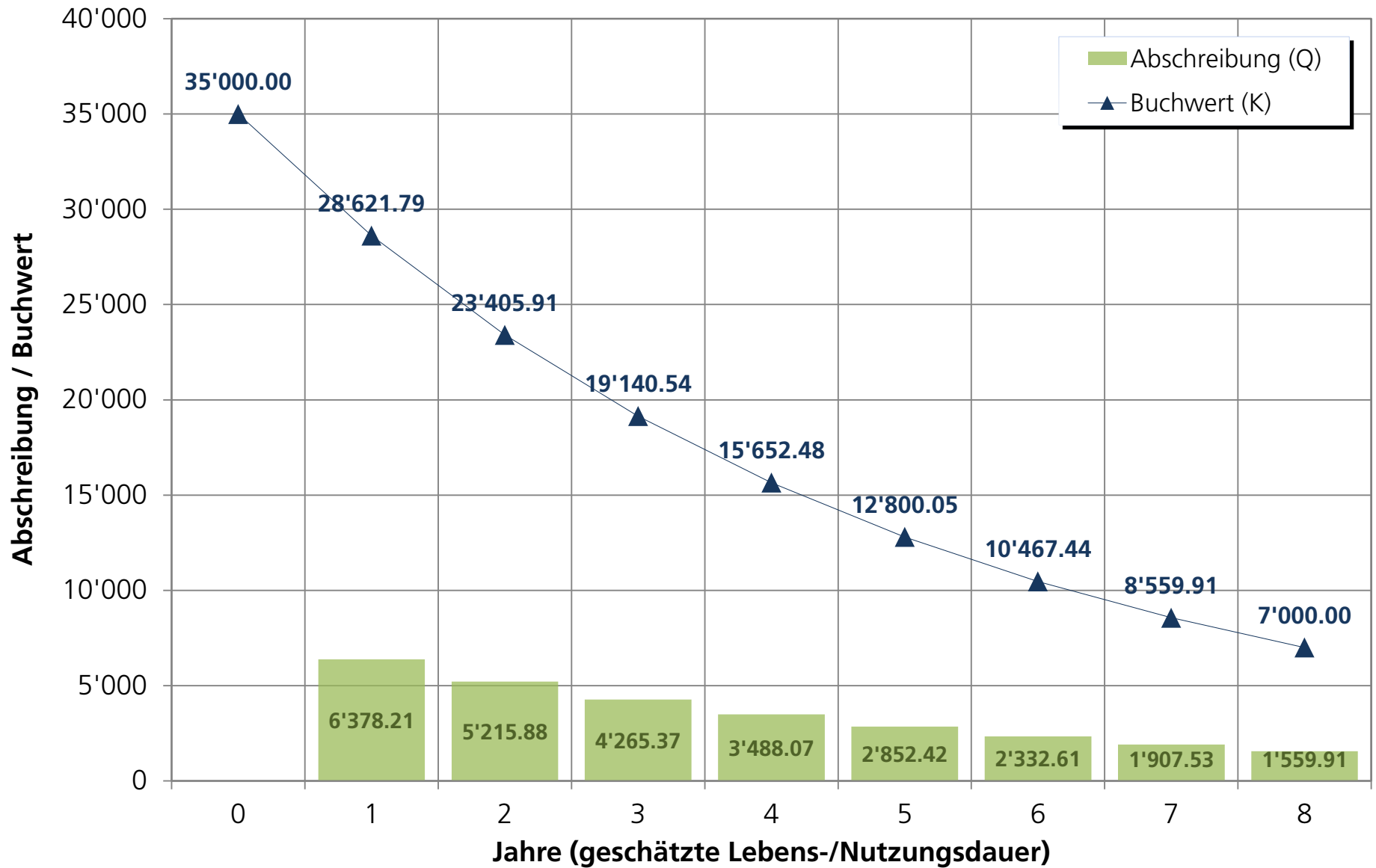
Arithmetisch-degressive Abschreibung



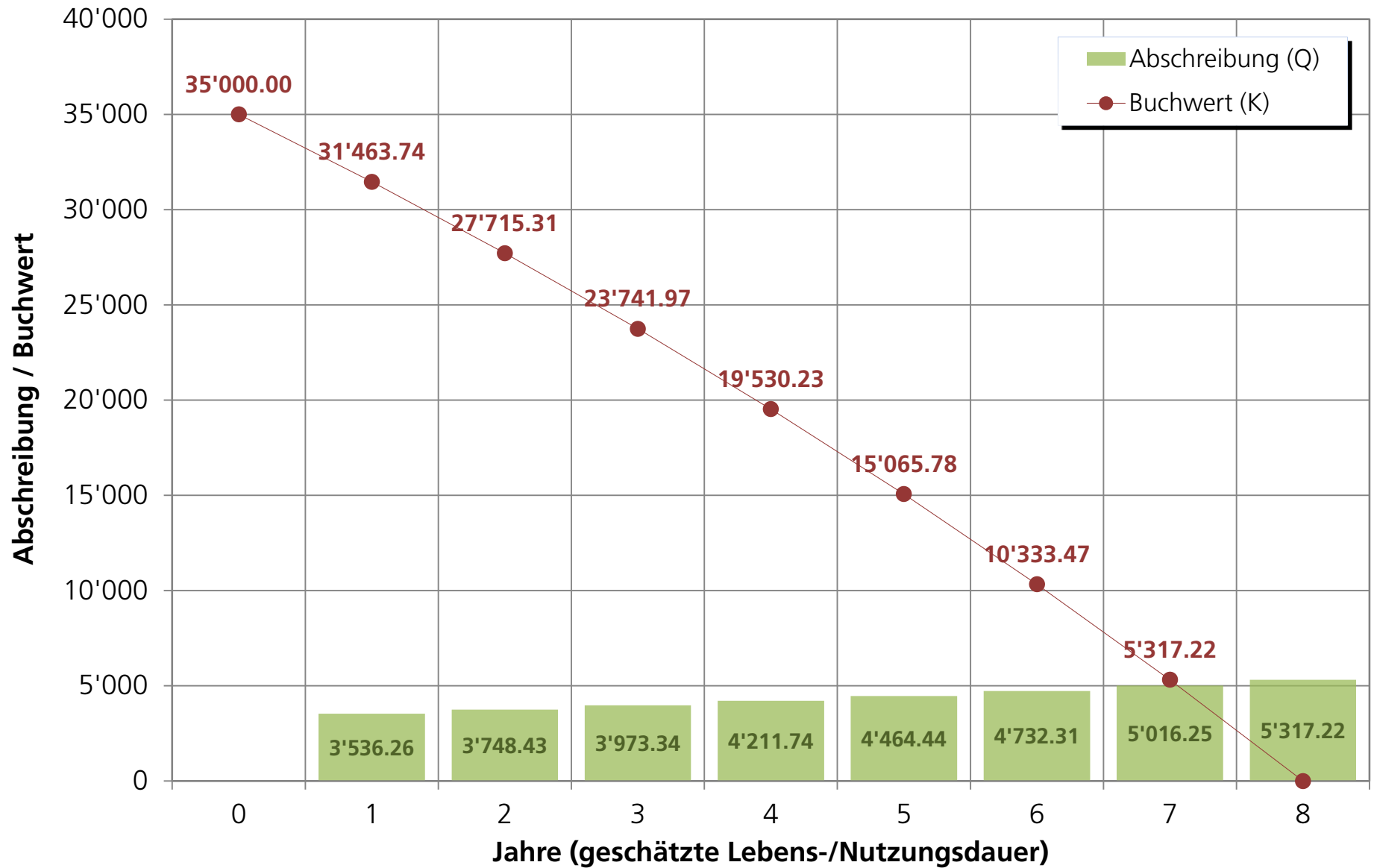
Digitale Abschreibung



Geometrisch-degressive Abschreibung



Progressive Abschreibung (Annuitätensystem)



institut für **b**anken und **f**inanzplanung

Feldstrasse 41, 7205 Zizers

081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch

www.ibf-chur.ch

Diagramme

Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik
Kompakte Einführung für Praxis und Studium

Max Lüscher-Marty

3., überarbeitete Auflage 2016

Compendio Bildungsmedien AG

Anhang:
Algebra

Regeln zum Auflösen von Gleichungen

Die Grundregeln lauten wie folgt:

Regel 1: Tauscht man die rechte Seite einer Gleichung mit der linken Seite, ändert sich die Aussage nicht.

Regel 2: Eine Gleichung bleibt richtig, wenn auf beiden Seiten dieselbe Grösse addiert oder subtrahiert wird.

Regel 3: Eine Gleichung bleibt richtig, wenn beide Seiten mit derselben Grösse multipliziert oder durch dieselbe Grösse dividiert werden. Es darf jedoch nicht durch Null dividiert werden.

Regel 4: Die Auflösung einer Gleichung beginnt mit der höheren Rechenart: Potenzrechnung geht vor Multiplikation. Punktrechnung (Multiplikation und Division) geht vor Strichrechnung (Addition und Subtraktion). Klammern können eine andere Reihenfolge verlangen.

Regel 5: Die gesuchte Grösse gehört auf die linke Seite der Gleichung.