

**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung

Feldstrasse 41, 7205 Zizers

081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch

www.ibf-chur.ch

# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**

Max Lüscher-Marty

3., überarbeitete Auflage 2016

Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 1: **Zinsrechnen**

# Zinsrechnen: Grundfragen

Die Grundfragen der Zinsrechnung lauten:

- a. Welches ist das **Endkapital ( $K_n$ )**, wenn ein bestimmtes Anfangskapital ( **$K_0$** ) zu einem bestimmten Zinssatz ( **$i$** ) während einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) angelegt wird?
- b. Welches ist das **Anfangskapital ( $K_0$ )**, um mit einem bestimmten Zinssatz ( **$i$** ) während einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) ein bestimmtes Endkapital ( **$K_n$** ) zu erreichen?
- c. Welches ist der **Zinssatz ( $i$ )**, damit ein bestimmtes Anfangskapital ( **$K_0$** ) nach einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) auf ein bestimmtes Endkapital ( **$K_n$** ) anwächst?
- d. Welches ist die **Laufzeit ( $n$ )**, damit ein bestimmtes Anfangskapital ( **$K_0$** ), verzinst zu einem bestimmten Zinssatz ( **$i$** ), ein bestimmtes Endkapital ( **$K_n$** ) erreicht?

## Zinssatz ( $i$ , $p$ ), Zinsfaktor ( $q$ ), Zinsertrag

Für den **Zinssatz ( $i$ )** wird auch das Symbol « **$p$** » verwendet. Ist der Zinssatz bspw. 4%, steht « **$i$** » für **0.04** (= dezimale Schreibweise) und « **$p$** » für **4** (= nichtdezimale Schreibweise).

Der **Zinsfaktor ( $q$ )** steht für  **$1 + i$**  (z.B. 1.04 bei einem Zinssatz von 4%).

Der **Zinsertrag** entspricht der Differenz zwischen Endkapital ( $K_n$ ) und Anfangskapital ( $K_0$ ).

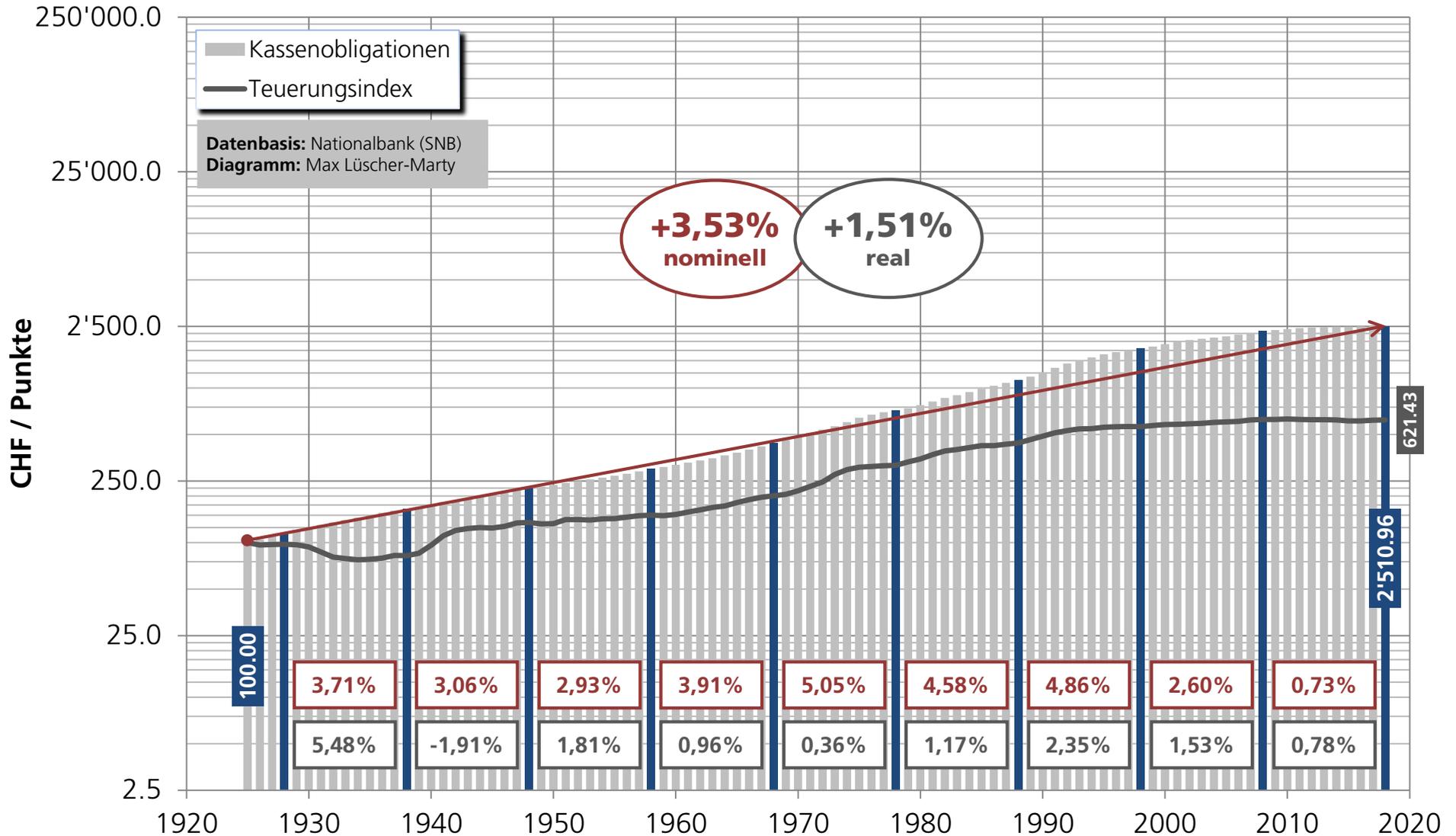
# Zinsrechnen: Ausprägungen

<b>Laufzeit</b>	unterjährige Laufzeit	überjährige Laufzeit		
		zwei, drei, vier und mehr Jahre		zwei, drei, vier und mehr Jahre plus ein angebrochenes Jahr
<b>Zinsperioden</b>	bestimmte Anzahl Zinsperioden diskrete Verzinsung			unendlich viele Zinsperioden stetige Verzinsung
	eine Zinsperiode unterjährlich/jährlich	mehrere Zinsperioden		
		jährlich	½-, ¼-jährlich, usw.	
<b>Verzinsung</b>	Lineare Verzinsung einfacher Zins	exponentielle Verzinsung Zinseszins	gemischte Verzinsung	
<b>Zinsusanz</b>	<b>30/360</b> Deutsche Usanz/ Schweizer Usanz	<b>actual/360</b> internationale/ französische Usanz (Eurozinsmethode)	<b>actual/365</b> englische Usanz	<b>actual/actual</b> echt/echt-Methode (ISMA-Rule)

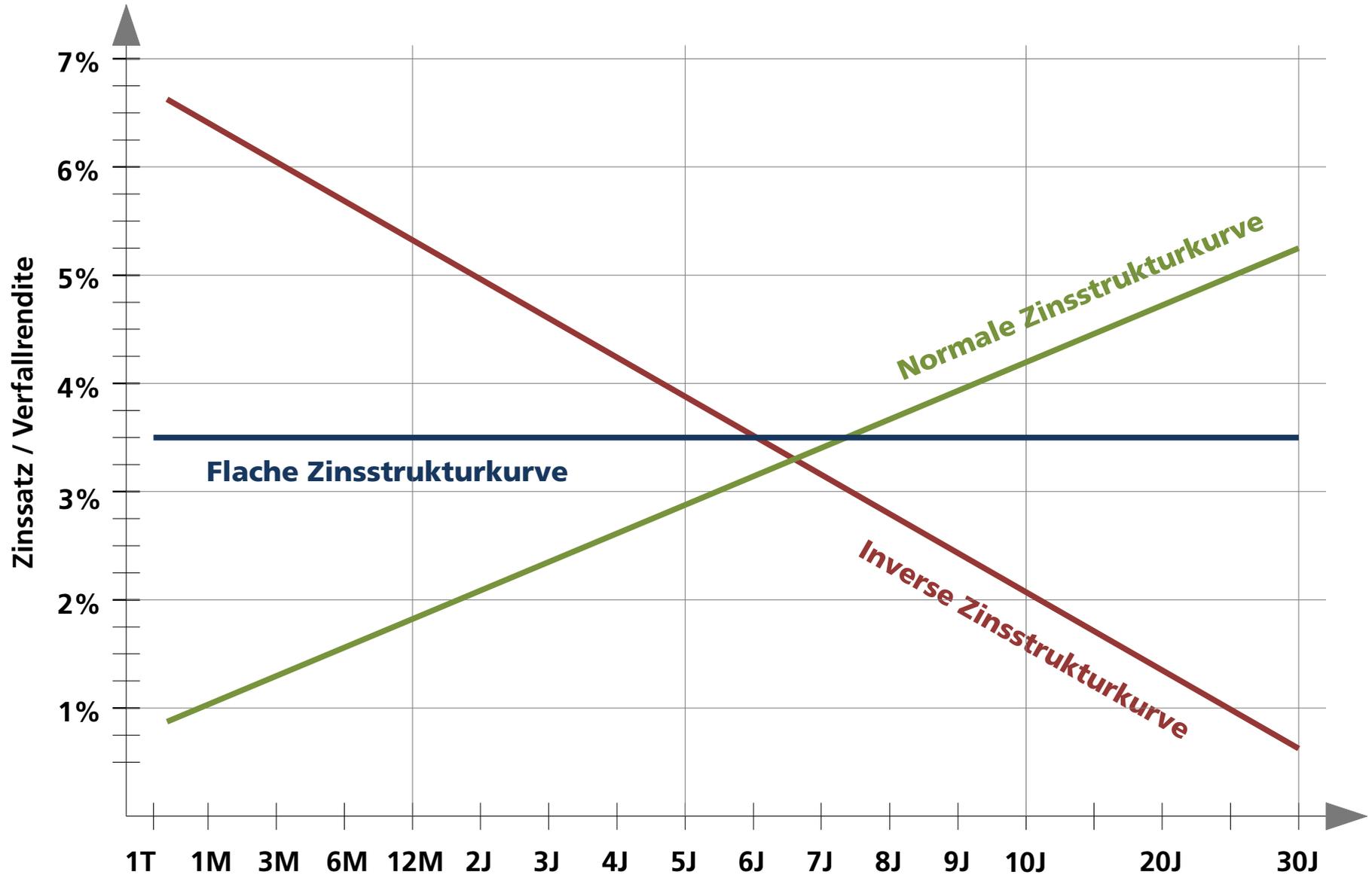
■ **Beispiel:** jährlich verzinstete Spareinlage von CHF 5'000.00 mit einer Laufzeit von 4 Jahren und 158 Tagen

# Banksparen in der Schweiz: Kassenobligationen

Einmaleinlage von CHF 100.00: 31.12.1925-31.12.2018

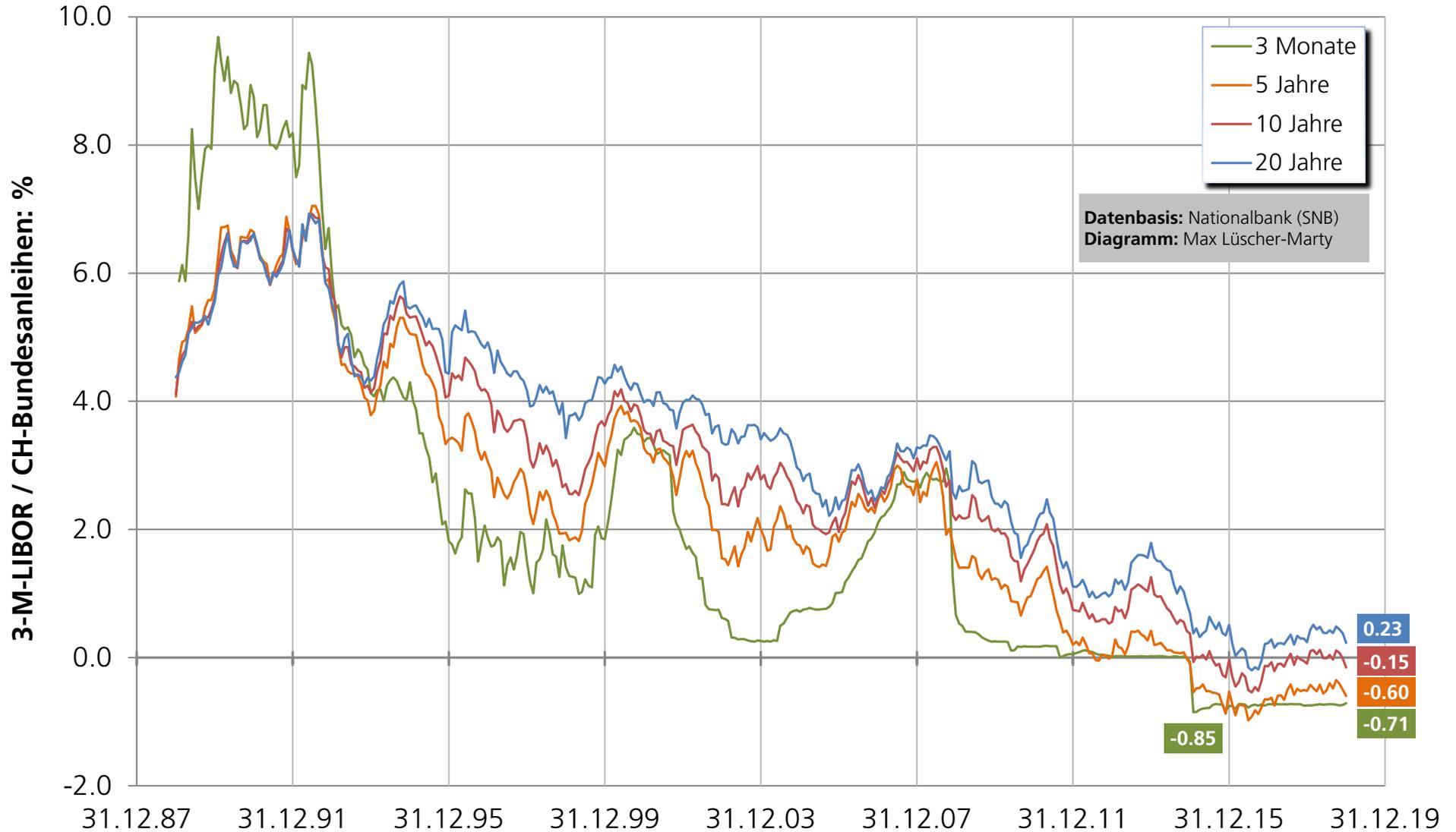


# Zinsstrukturkurven



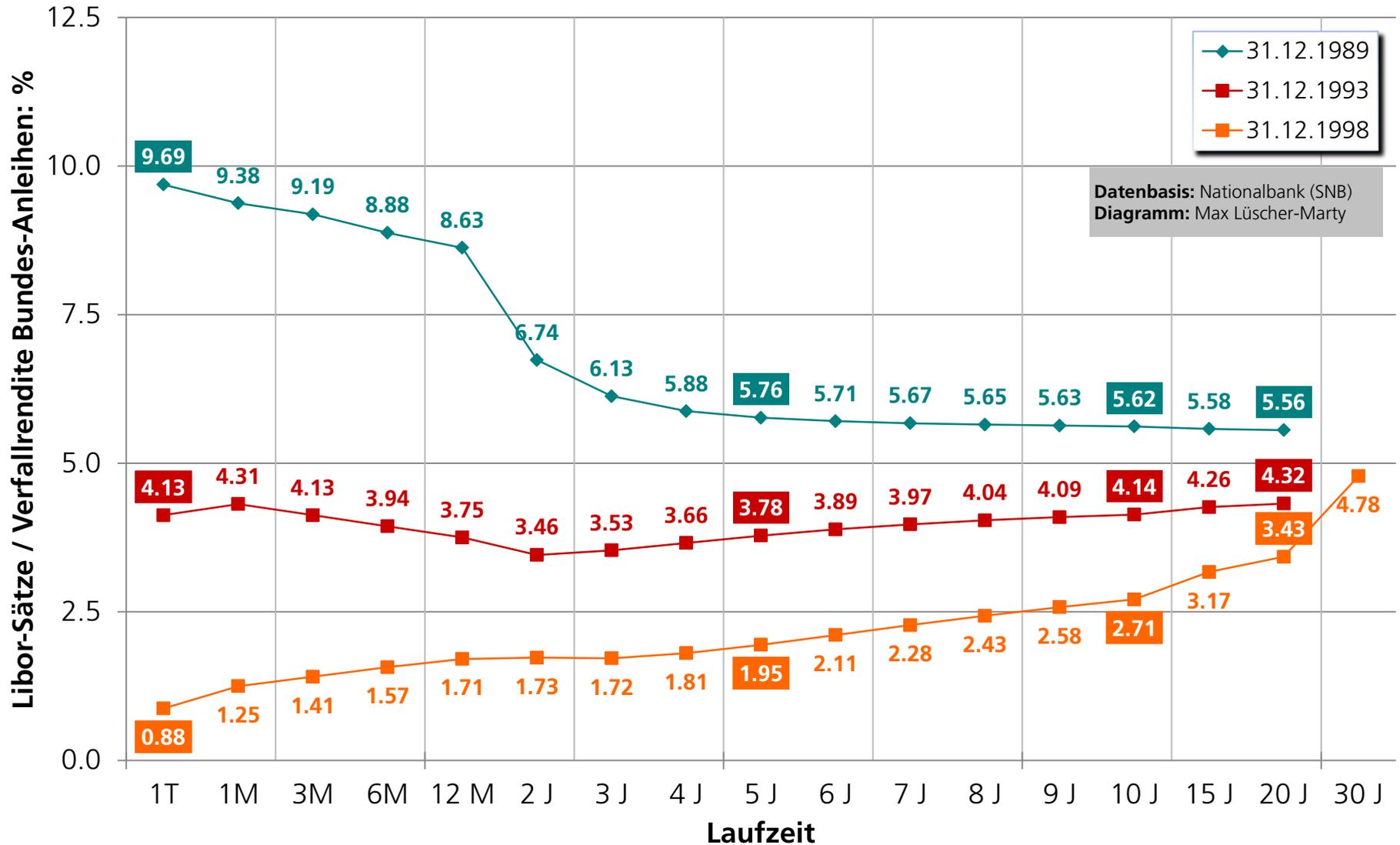
# Geld- und Kapitalmarktsätze Schweiz

Monatsendwerte: 31.12.1988-31.12.2018



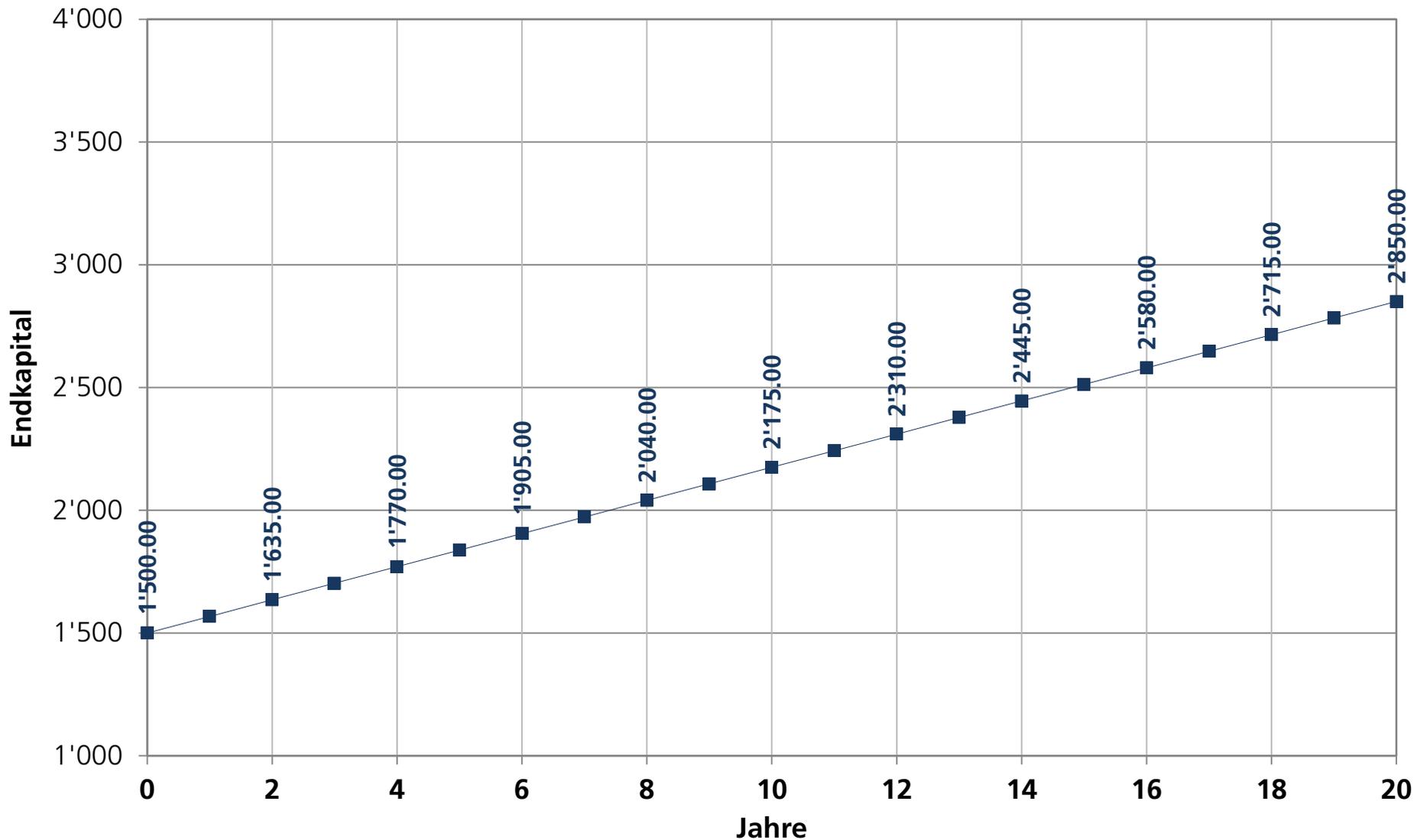
# Zinsstrukturkurven Schweiz

Monatsendwerte: 31.12.1989, 31.12.1993, 31.12.1998



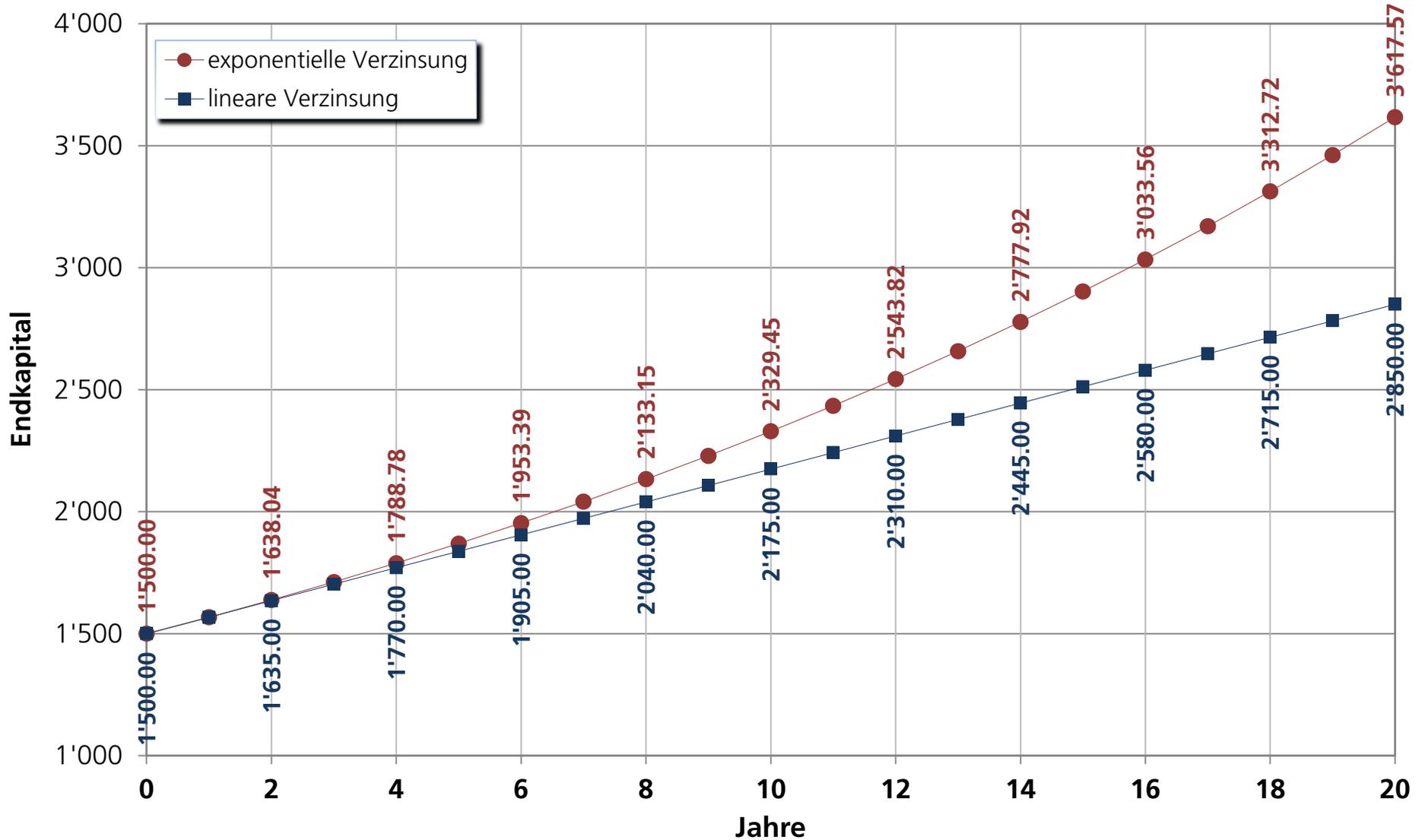
# Kapitalentwicklung bei linearer (einfacher) Verzinsung

Anfangskapital: 1'500.00, Zinssatz: 4,50%



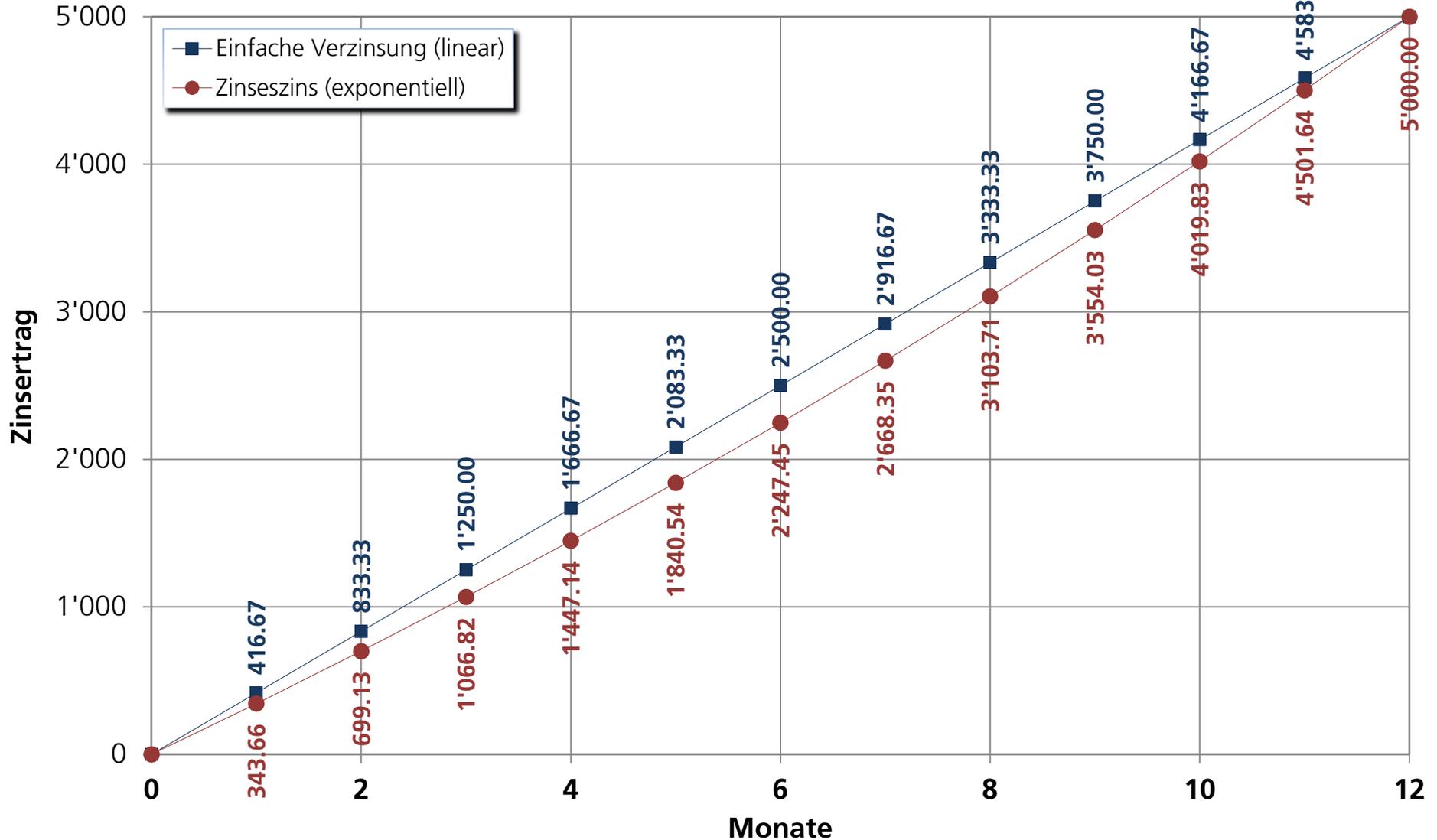
# Kapitalentwicklung bei exponentieller und linearer Verzinsung

Anfangskapital: 1'500.00, Zinssatz: 4,50%



# Lineare und exponentielle Verzinsung im Vergleich

Monatliche Entwicklung des Zinsertrags; Kapital: 10'000.00, Zinssatz: 50%



**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung  
Feldstrasse 41, 7205 Zizers  
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch  
www.ibf-chur.ch

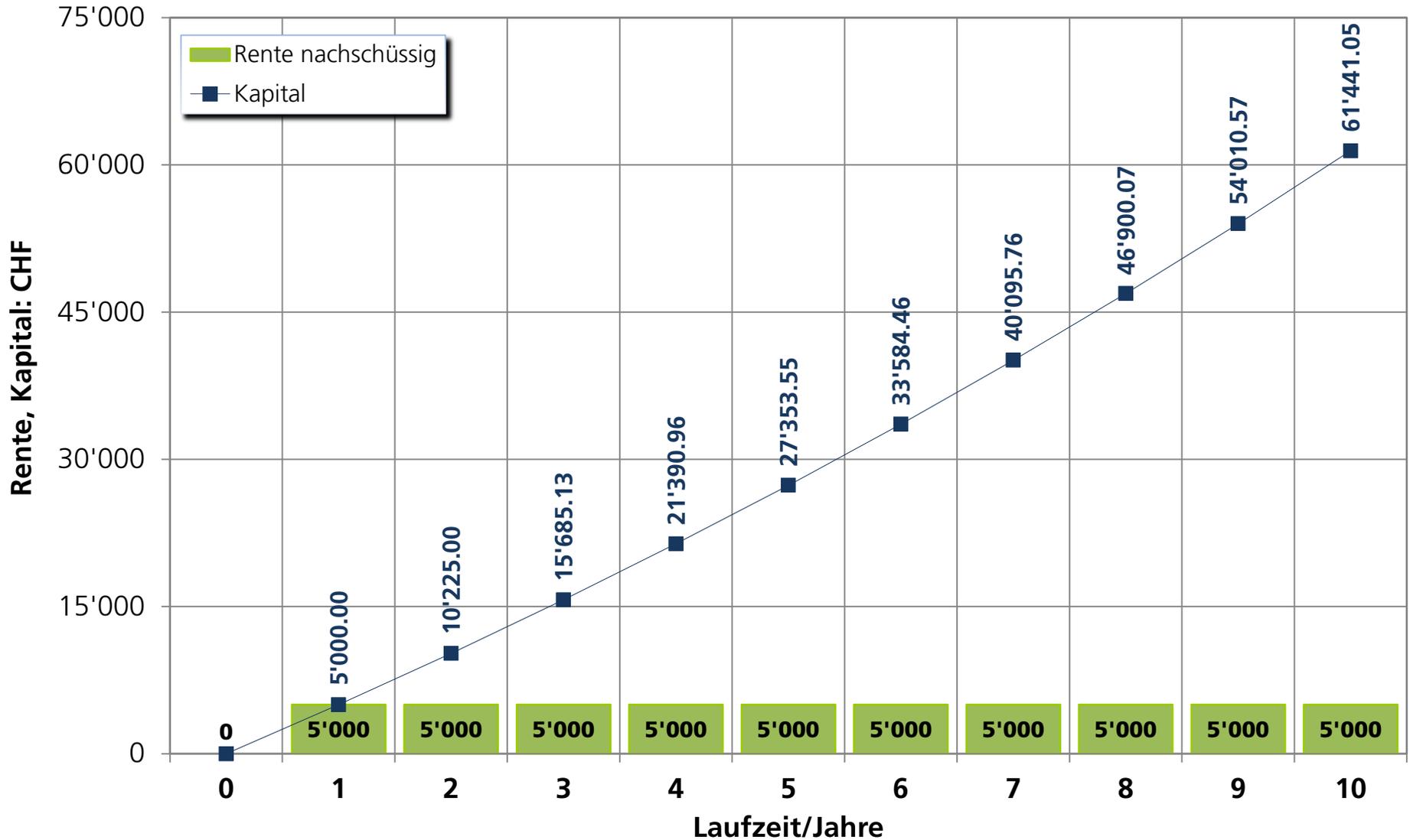
# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**  
Max Lüscher-Marty  
3., überarbeitete Auflage 2016  
Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 2: **Rentenrechnen**

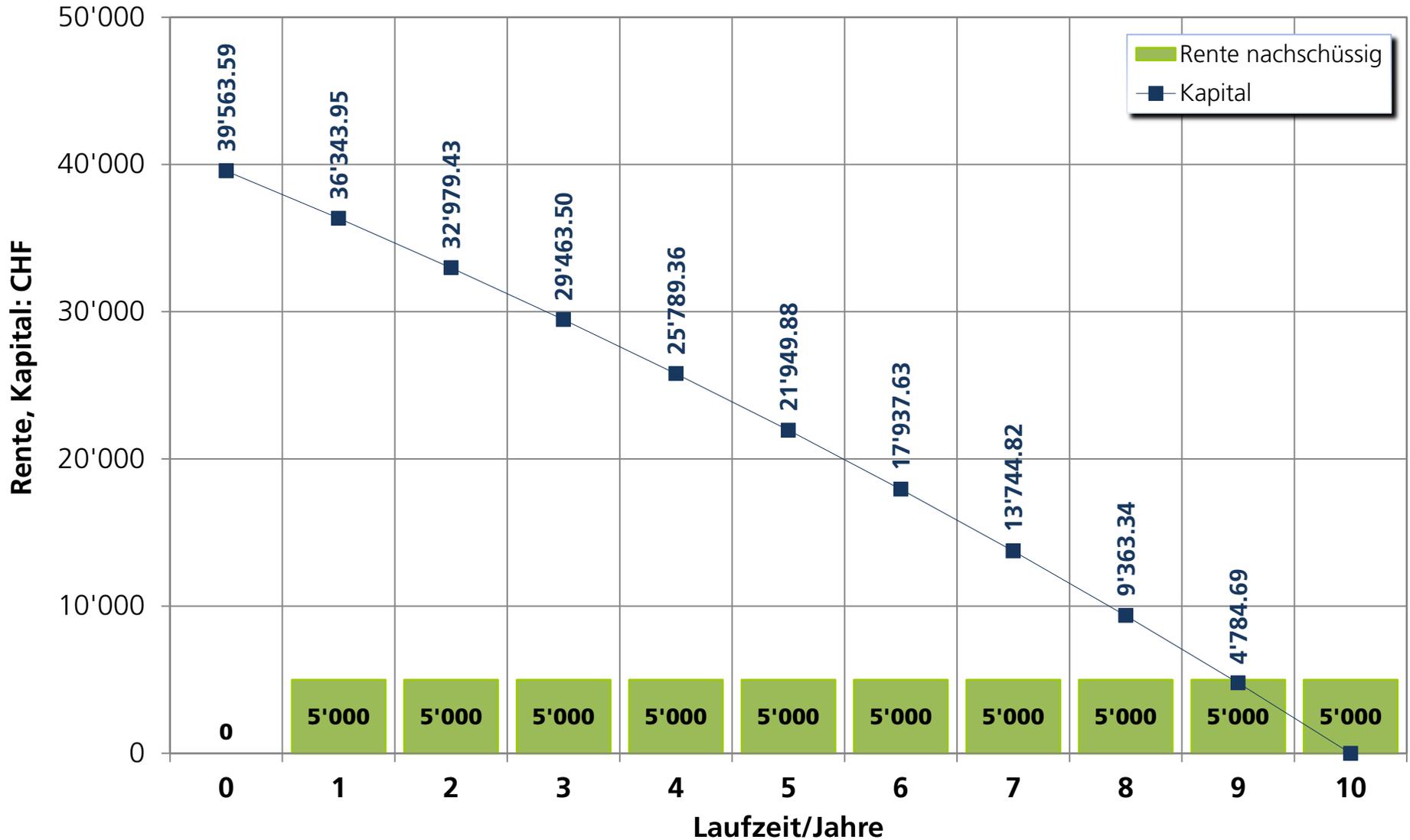
# Rentenrechnen: Kapitalaufbau

Rente/nachschüssig: CHF 5'000.00, Zinssatz: 4,5%, Laufzeit: 10 Jahre



# Rentenrechnen: Kapitalabbau

Rente/nachschüssig: CHF 5'000.00, Zinssatz: 4,5%, Laufzeit: 10 Jahre



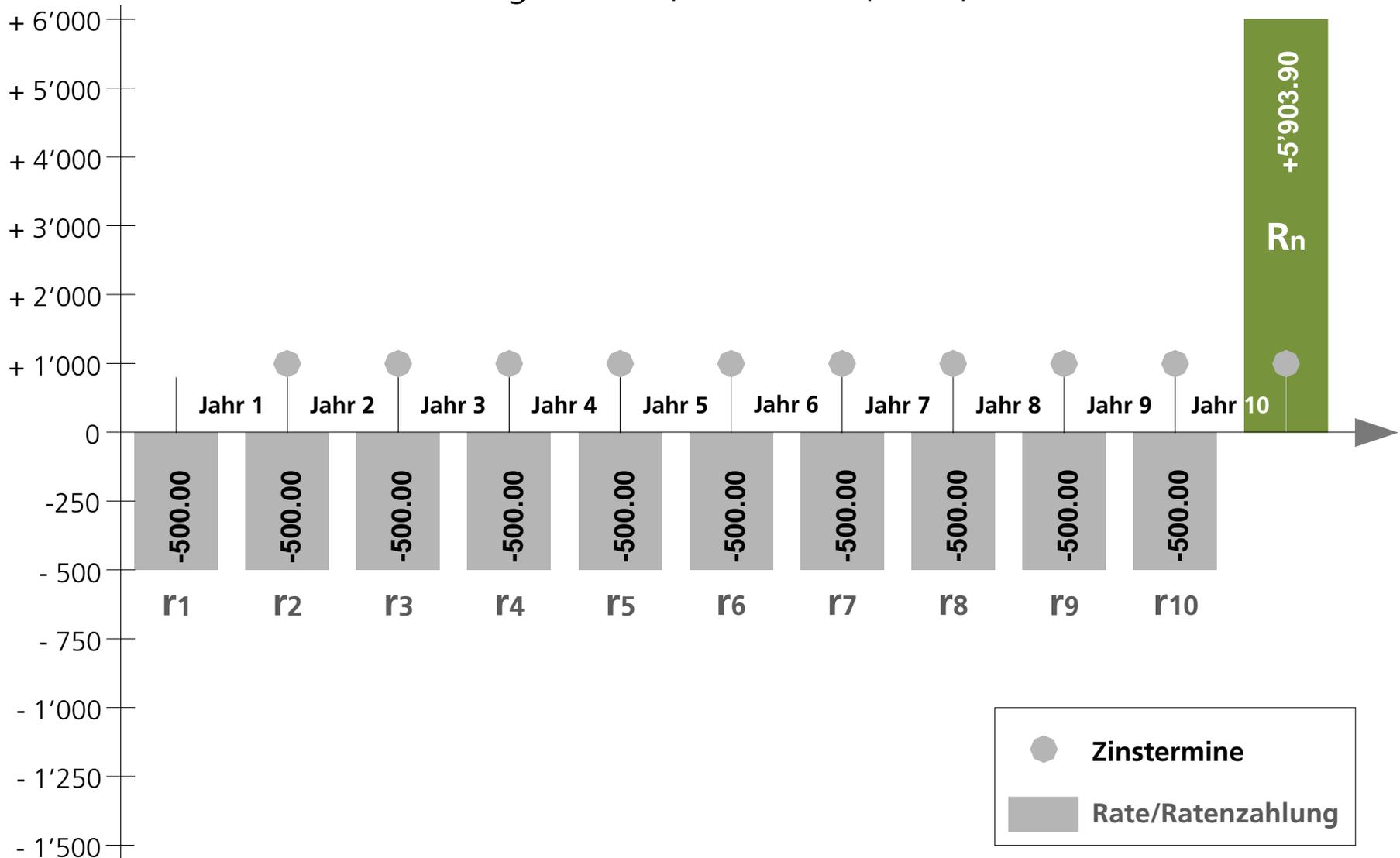
# Rentenrechnen: Ausprägungen/Formen

<b>Rentenhöhe</b>	<b>Konstante (fixe) Renten</b>	<b>veränderliche Renten</b>			
		<b>sich regelmässig ändernde Renten</b>		<b>sich regellos ändernde Renten</b>	
<b>Rentendauer</b>	<b>endliche Renten</b> befristete Renten		<b>unendliche Renten</b> endlose Renten		
<b>Rentenzahlung</b>	<b>vorschüssige Renten</b> zu Beginn einer Rentenperiode		<b>nachschüssige Renten</b> am Ende einer Rentenperiode		
<b>Rentenperioden</b>	<b>jährlich</b>	<b>unterjährlich</b>			
		<b>halb-jährlich</b>	<b>quartals-weise</b>	<b>monatlich</b>	<b>usw.</b>
<b>Zinsperioden</b>	<b>jährlich</b>	<b>unterjährlich</b>			
		<b>halb-jährlich</b>	<b>quartals-weise</b>	<b>monatlich</b>	<b>usw.</b>

■ **Beispiel:** jährliche Einzahlung von CHF 6'500.00 auf ein 3a-Konto, jeweils am 31. Dezember

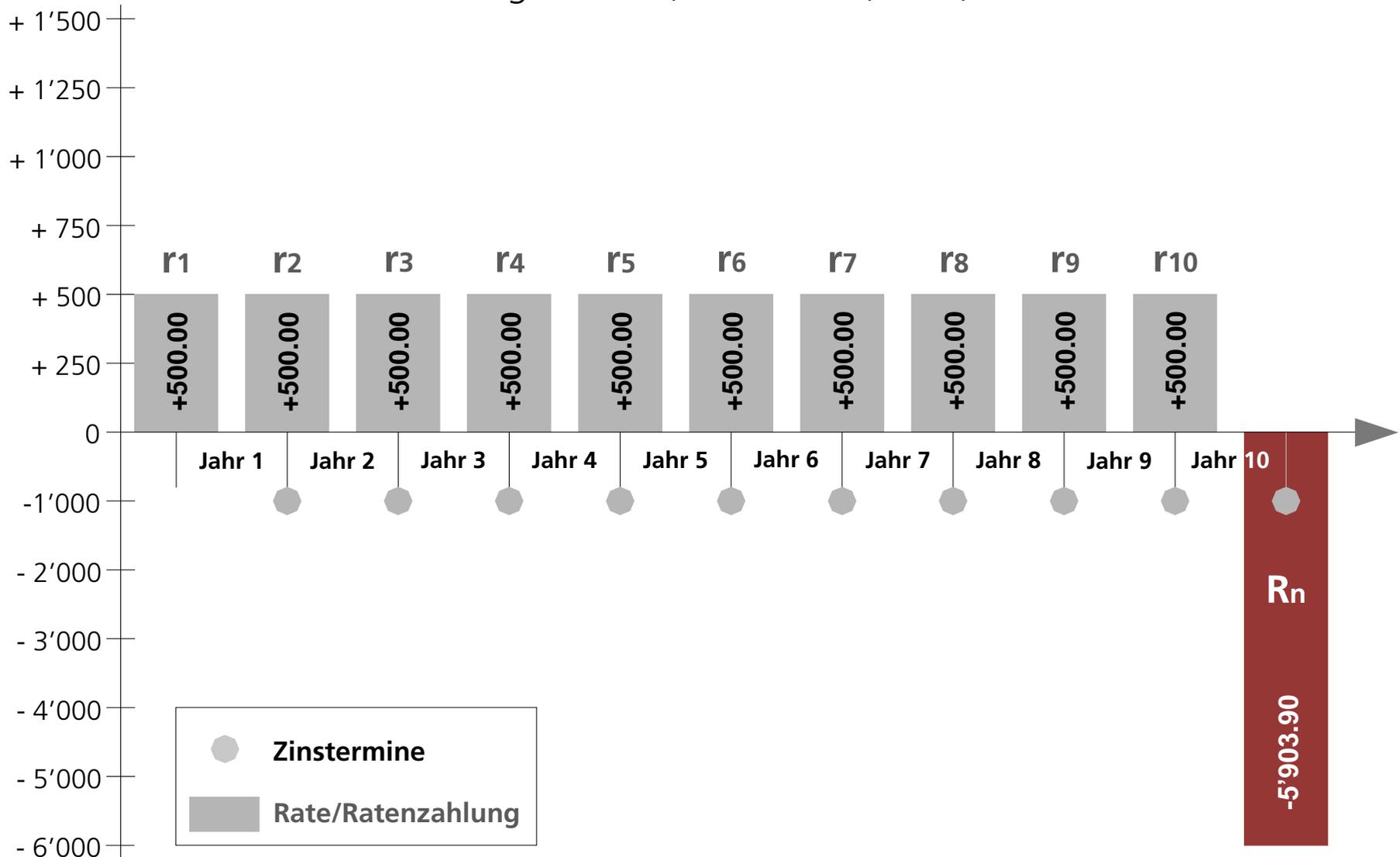
# Endkapital einer vorschüssigen Rente: Optik Geldgeber (Sparer)

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



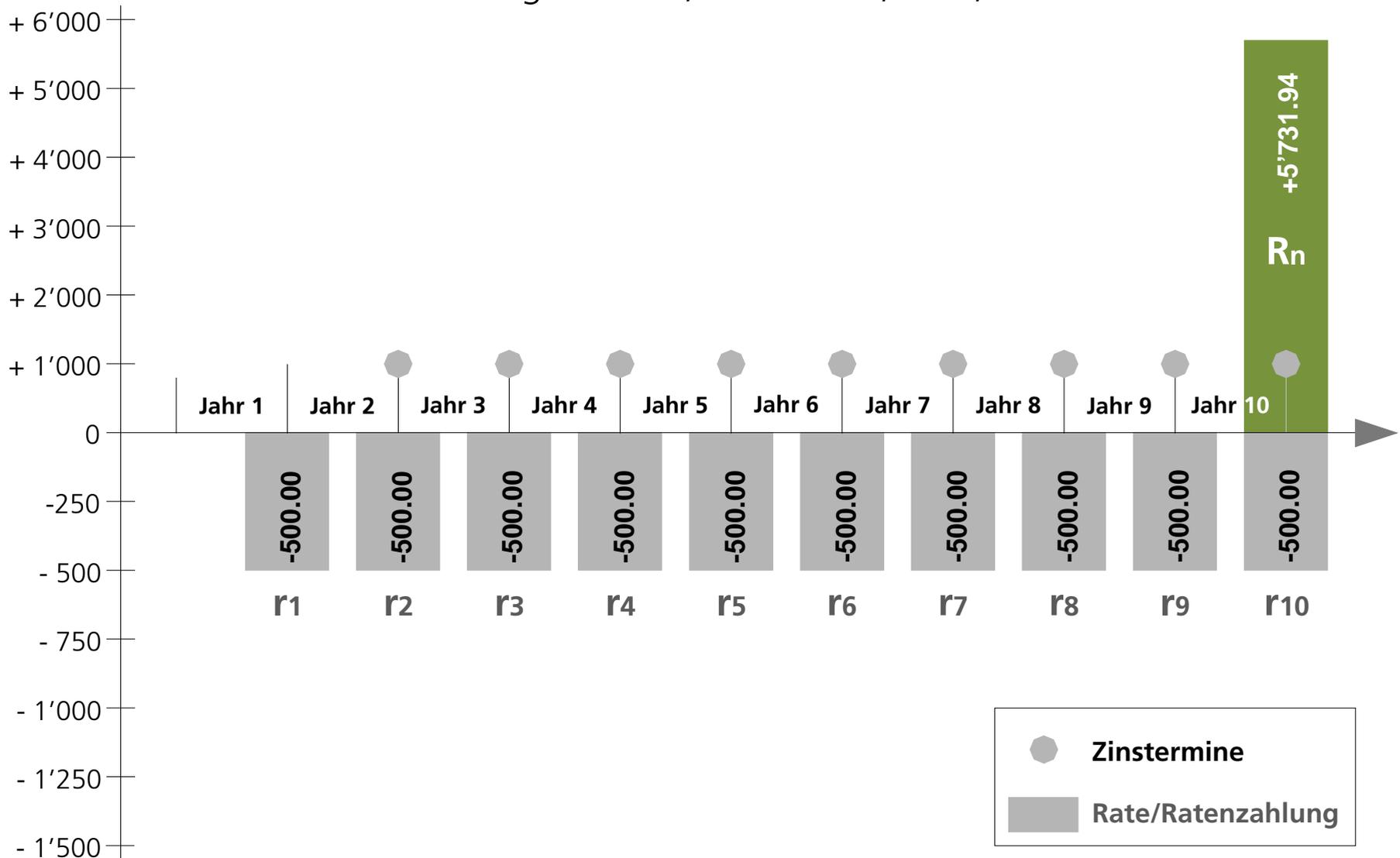
# Endkapital einer vorschüssigen Rente: Optik Geldnehmer (Bank)

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



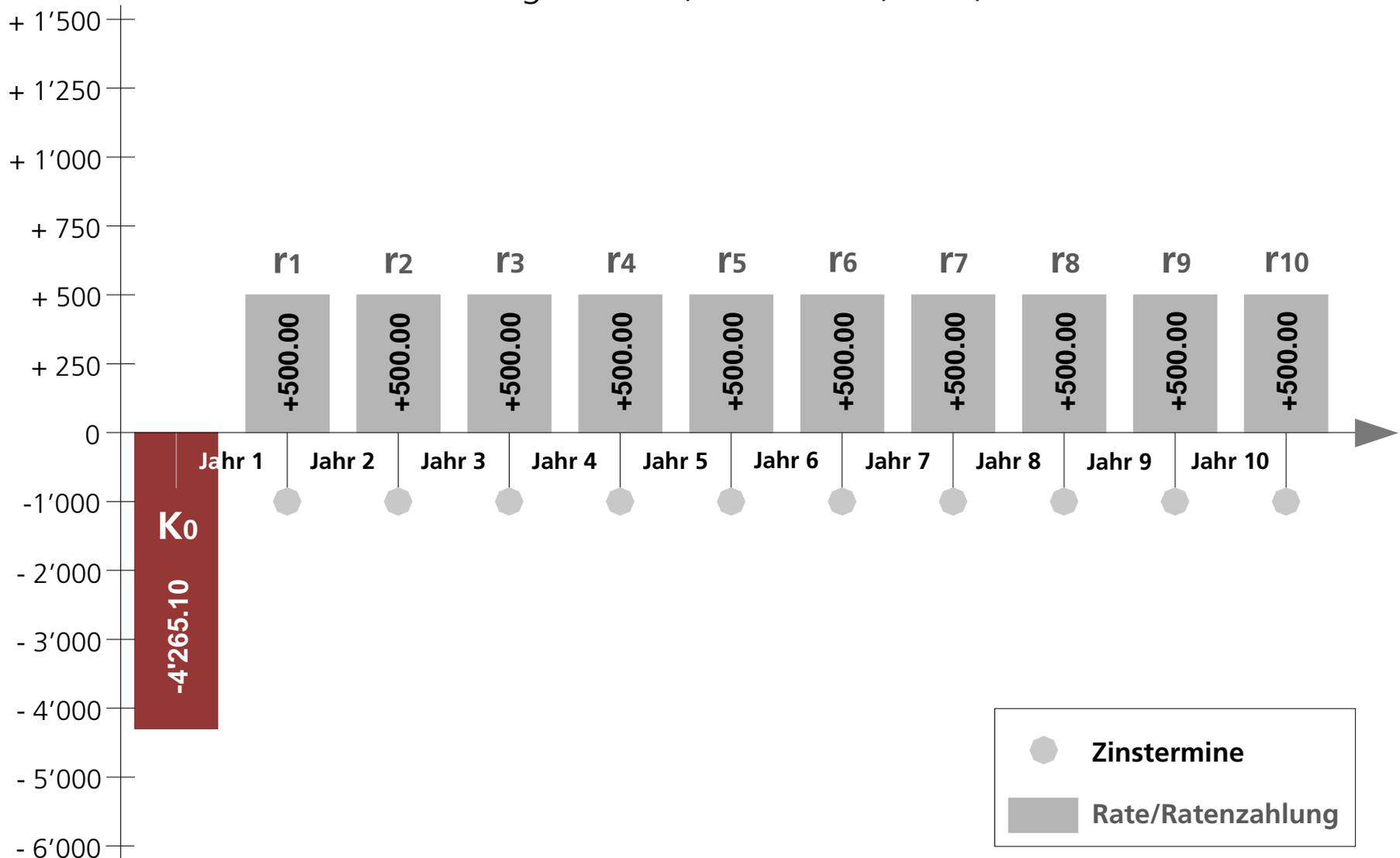
# Endkapital einer nachschüssigen Rente: Optik Geldgeber (Sparer)

Jahresrente/nachschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



# Anfangskapital einer nachschüssigen Rente: Optik Versicherter

Jahresrente/nachschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



# Rentenrechnen: Endwert nachschüssiger Jahresrenten

Der Aufbau eines Kapitals auf der Basis jährlicher nachschüssiger Zahlungen kann mit folgenden Fragestellungen verknüpft sein:

- a. Welches ist der **Rentenendwert ( $R_n$ )**, wenn eine jährliche nachschüssige Rente ( **$r$** ) während einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) zum jährlichen Zinssatz ( **$i$** ) angespart wird?
- b. Welches ist die jährliche nachschüssige **Rente ( $r$ )**, verzinst zum jährlichen Zinssatz ( **$i$** ), damit nach einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) ein bestimmter Rentenendwert ( **$R_n$** ) erreicht wird?
- c. Welches ist der jährliche **Zinssatz ( $i$ )**, damit eine jährliche nachschüssige Rente ( **$r$** ) während einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) einen bestimmten Rentenendwert ( **$R_n$** ) ergibt?
- d. Welches ist die **Laufzeit ( $n$ )**, damit eine jährliche nachschüssige Rente ( **$r$** ), verzinst zum jährlichen Zinssatz ( **$i$** ), einen bestimmten Rentenendwert ( **$R_n$** ) ergibt?

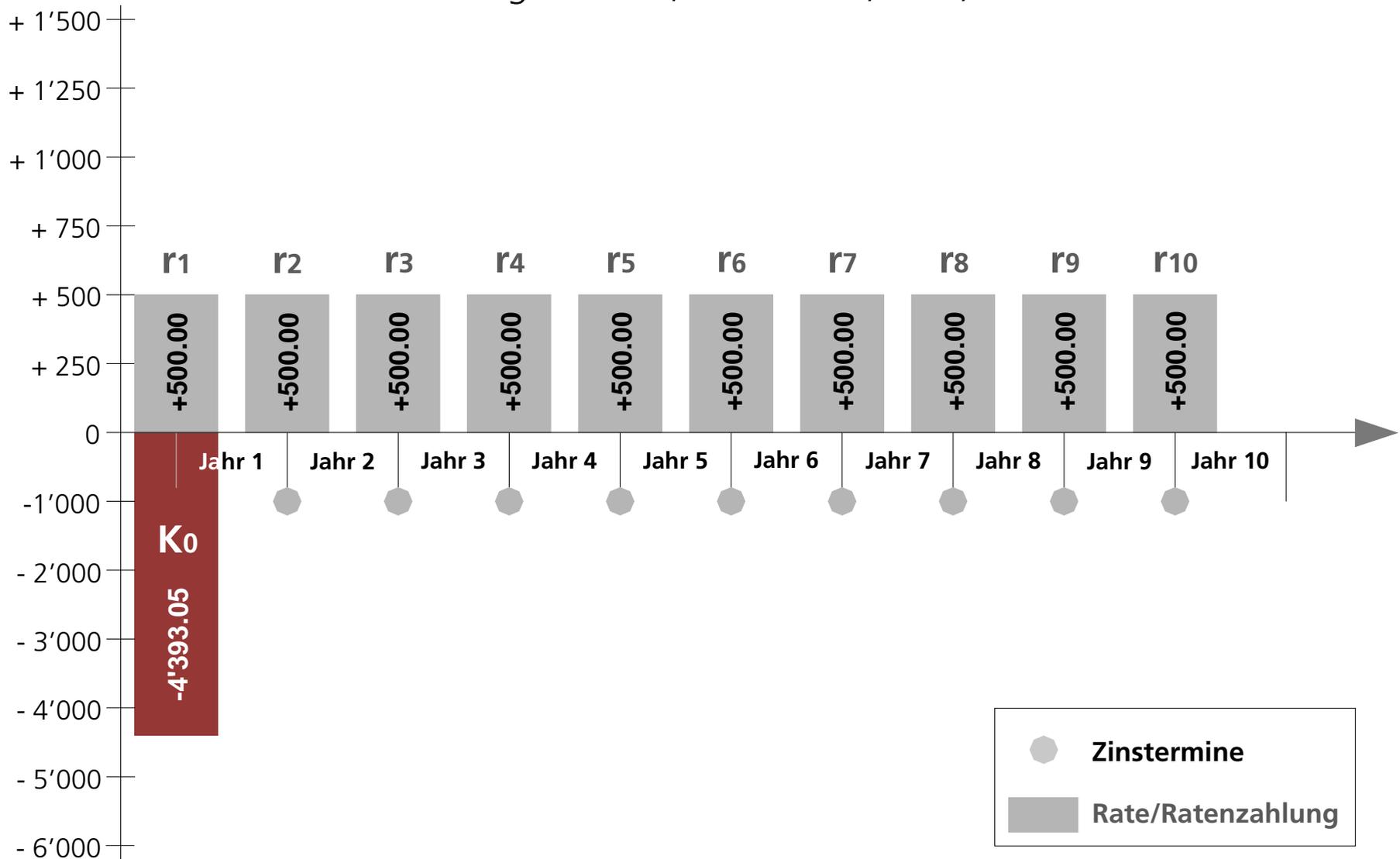
# Rentenrechnen: Barwert nachschüssiger Jahresrenten

Der Kapitalabbau auf der Basis jährlicher nachschüssiger Zahlungen ist mit folgenden Fragestellungen verknüpft:

- a. Welches Kapital bzw. welcher **Rentenbarwert ( $R_0$ )** muss heute vorliegen, um – bei einem jährlichen Zinssatz ( **$i$** ) – eine jährliche nachschüssige Rente ( **$r$** ) während einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) auszahlen zu können?  
oder: Welches ist, abgezinst zum jährlichen Zinssatz ( $i$ ), der heutige Wert (Gegenwartswert, Present Value) bzw. der Rentenbarwert ( $R_0$ ) jährlicher nachschüssiger Zahlungen ( $r$ ), die während einer bestimmten Laufzeit ( $n$ ) anfallen?
- b. Welches ist die jährliche nachschüssige **Rente ( $r$ )**, verzinst zum jährlichen Zinssatz ( **$i$** ), die während einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts ( **$R_0$** ) geleistet werden kann?
- c. Welches ist der jährliche **Zinssatz ( $i$ )**, damit eine jährliche nachschüssige Rente ( **$r$** ) während einer bestimmten Laufzeit ( **$n$** ) aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts ( **$R_0$** ) geleistet werden kann?
- d. Welches ist die **Laufzeit ( $n$ )**, während der eine jährliche nachschüssige Rente ( **$r$** ), verzinst zum jährlichen Zinssatz ( **$i$** ), aufgrund eines bestimmten Anfangskapitals bzw. Rentenbarwerts ( **$R_0$** ) geleistet werden kann?

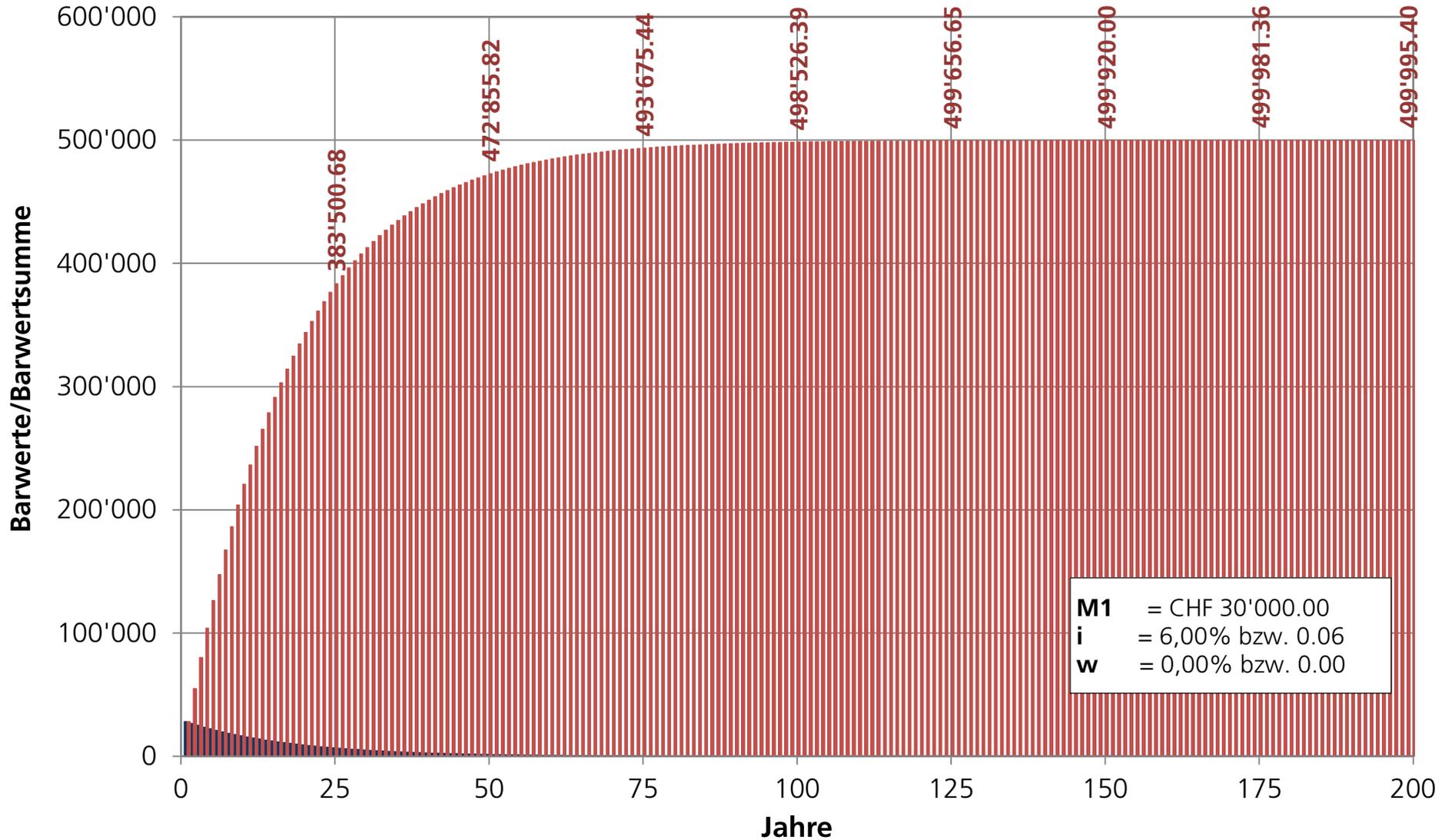
# Anfangskapital einer vorschüssigen Rente: Optik Versicherter

Jahresrente/vorschüssig: 500.00, Zinssatz: 3,00%, Laufzeit: 10 Jahre



# Immobilienbewertung

Barwert konstanter Nettomietzinseinnahmen



**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung

Feldstrasse 41, 7205 Zizers

081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch

www.ibf-chur.ch

# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**

Max Lüscher-Marty

3., überarbeitete Auflage 2016

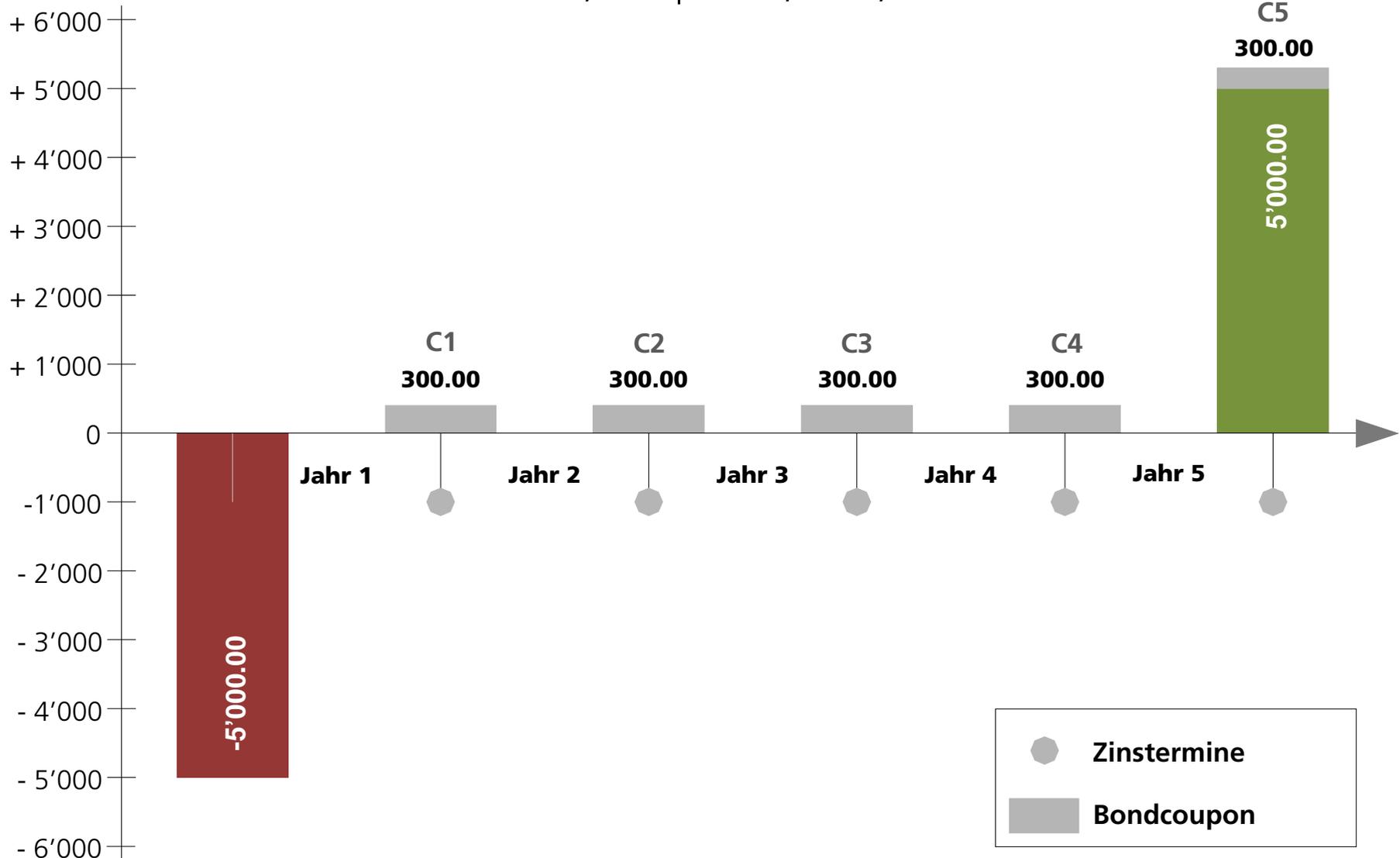
Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 3:

## **Bondrechnen**

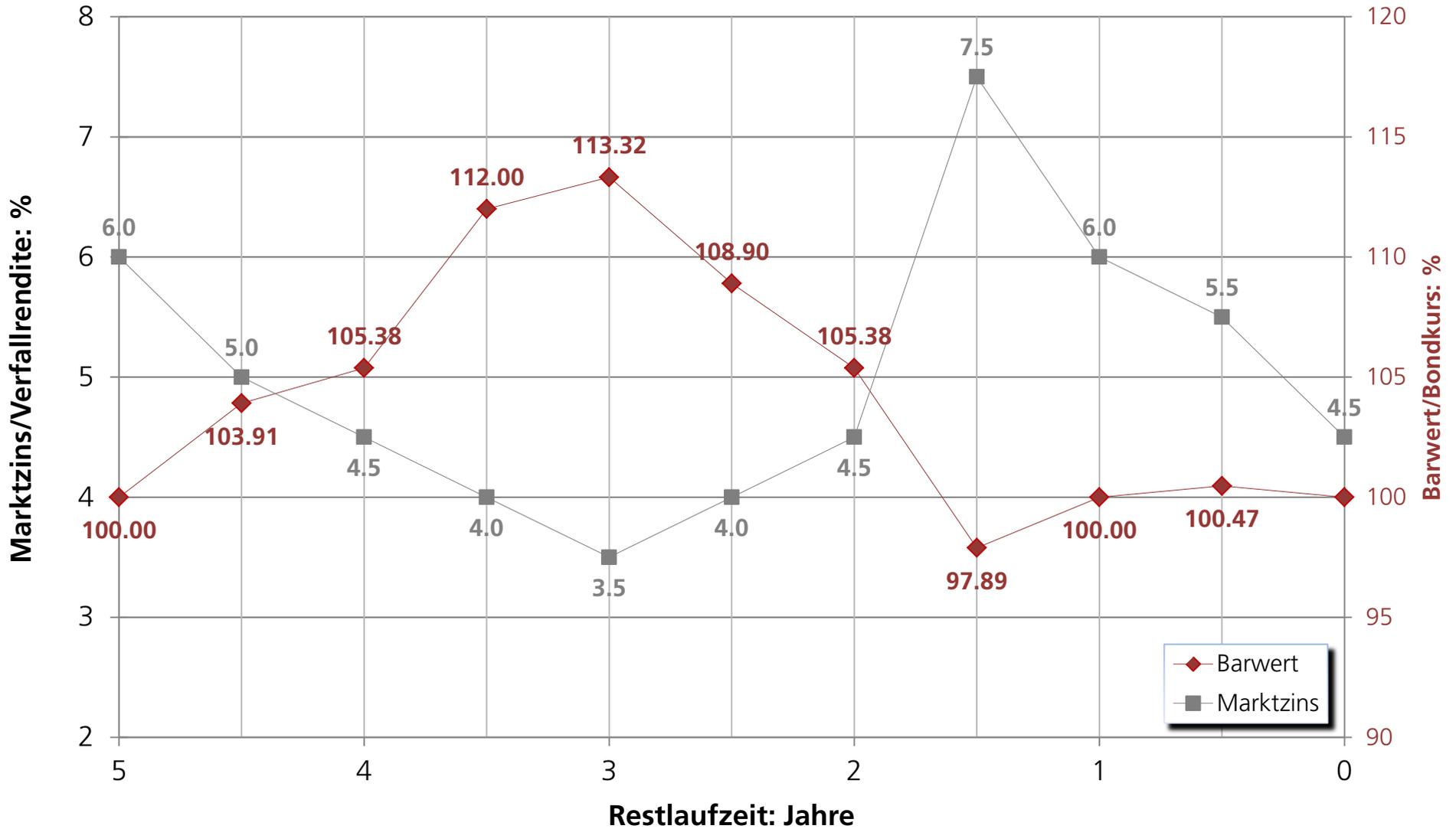
# Obligation (Bond): Optik Geldgeber

Nennwert: 5'000.00, Coupon: 6,00%, Laufzeit: 5 Jahre



# Zinssensitivität einer Obligation

Coupons 6%, Laufzeit 5 Jahre



## Barwert einer Obligation

Coupon 6,00%, Verfallrendite 4,00%, Nennwert CHF 5'000.00, Restlaufzeit 5 Jahre

Zinstermine/ Rückzahlung (t)	Zahlungsströme (Z)	Barwerte
heute in 1 Jahr	300.00	$300.00 \div 1.04 = 288.46$
heute in 2 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.04^2 = 277.37$
heute in 3 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.04^3 = 266.70$
heute in 4 Jahren	300.00	$300.00 \div 1.04^4 = 256.44$
heute in 5 Jahren	5'300.00	$5'300.00 \div 1.04^5 = 4'356.21$

$$\text{Total} \quad \sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t} = \underline{\underline{5'445.18}} \quad \underline{\underline{108,90\%}}$$

Der Barwert der Obligation ist CHF 5'445.18.

Das entspricht einem Börsenkurs von 108,90% (CHF 5'445.18 von CHF 5'000.00).

## Barwert einer Obligation

Coupon 6,00%, Verfallrendite 3,00%, Nennwert CHF 5'000.00, Restlaufzeit 3.5 Jahre

Zinstermine/ Rückzahlung (t)	Zahlungsströme (Z)	Barwerte
heute in 0.5 Jahren	300.00	300.00 ÷ 1.03 <sup>0.5</sup> = 295.60
heute in 1.5 Jahren	300.00	300.00 ÷ 1.03 <sup>1.5</sup> = 286.99
heute in 2.5 Jahren	300.00	300.00 ÷ 1.03 <sup>2.5</sup> = 278.63
heute in 3.5 Jahren	5'300.00	5'300.00 ÷ 1.03 <sup>3.5</sup> = 4'779.09
<b>Total</b>		<b>= 5'640.31</b>
<b>./. Marchzins für 180 Tage</b>		<b>= -150.00</b>
<b>= Börsenkurs</b>		<b>= <u>5'490.31</u>      <u>109,81%</u></b>

## Duration einer Obligation bei Emission

Coupon 6.00%, Nennwert CHF 5'000.00, Laufzeit 5 Jahre

(1) Zinstermine/ Rückzahlung (t)	(2) Zahlungs- ströme (Z <sub>t</sub> )	(3) Barwerte	(4) Barwert- anteile	(5) Kapitalbindung der Zahlungs- ströme in Jahren	(6) mit der Kapitalbin- dung gewichtete Barwertanteile (4) x (5)
in 1 Jahr	6.00	6 ÷ 1.06 = 5.6604	5,6604%	1 Jahr	0.0566
in 2 Jahren	6.00	6 ÷ 1.06 <sup>2</sup> = 5.3400	5,3400%	2 Jahre	0.1068
in 3 Jahren	6.00	6 ÷ 1.06 <sup>3</sup> = 5.0377	5,0377%	3 Jahre	0.1511
in 4 Jahren	6.00	6 ÷ 1.06 <sup>4</sup> = 4.7256	4,7526%	4 Jahre	0.1901
in 5 Jahren	106.00	106 ÷ 1.06 <sup>5</sup> = 79.2093	79,2093%	5 Jahre	3.9605

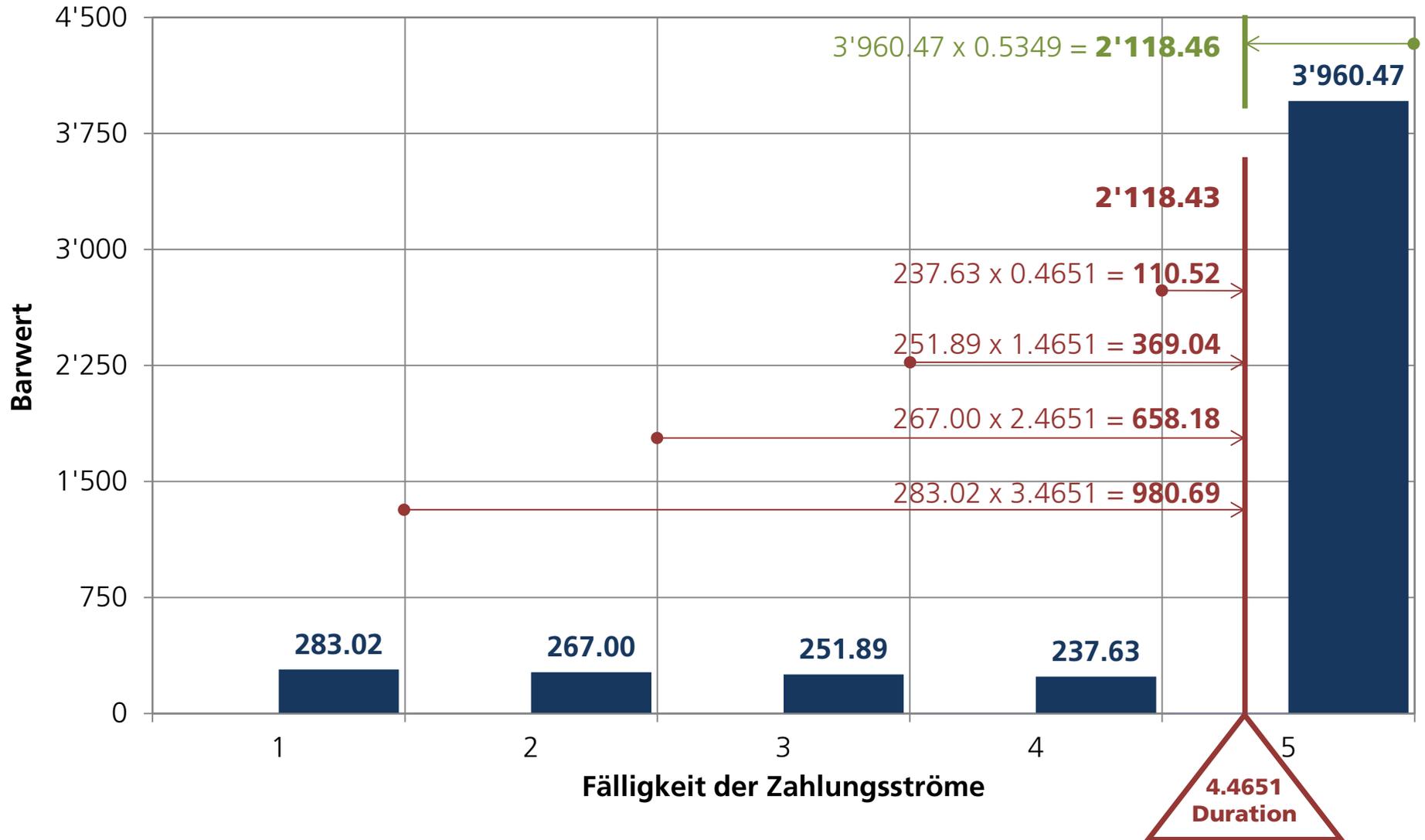
$$\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}$$

$$= 100.0000 \quad 100,0000\%$$

$$\sum_{t=1}^n t \cdot \frac{\frac{Z_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}} = \underline{\underline{4.4651}}$$

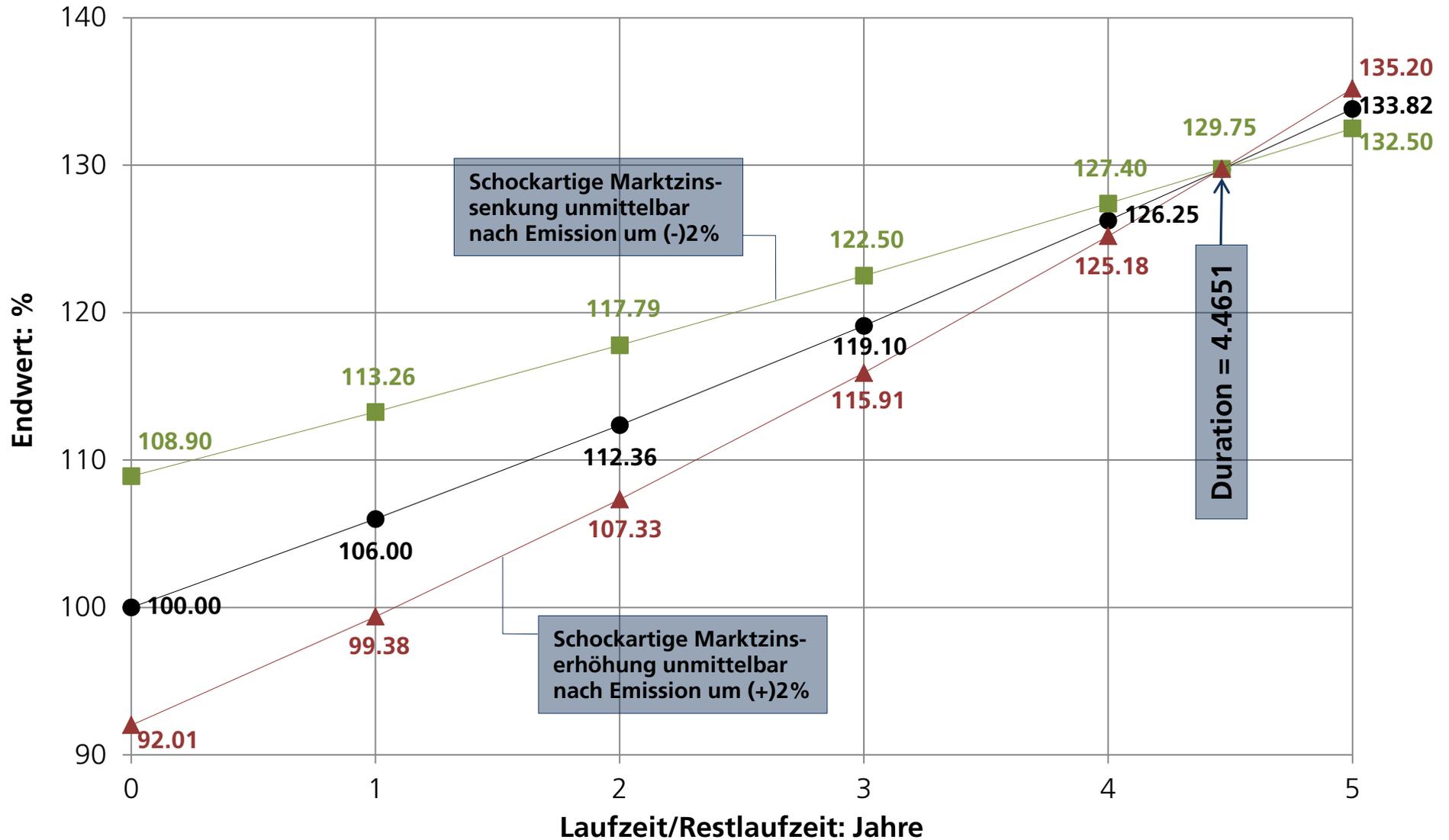
# Duration einer Obligation

Coupon 6%, Nennwert CHF 5'000, Laufzeit 5 Jahre



# Duration einer Obligation

Coupon 6%, Nennwert CHF 5'000, Laufzeit 5 Jahre



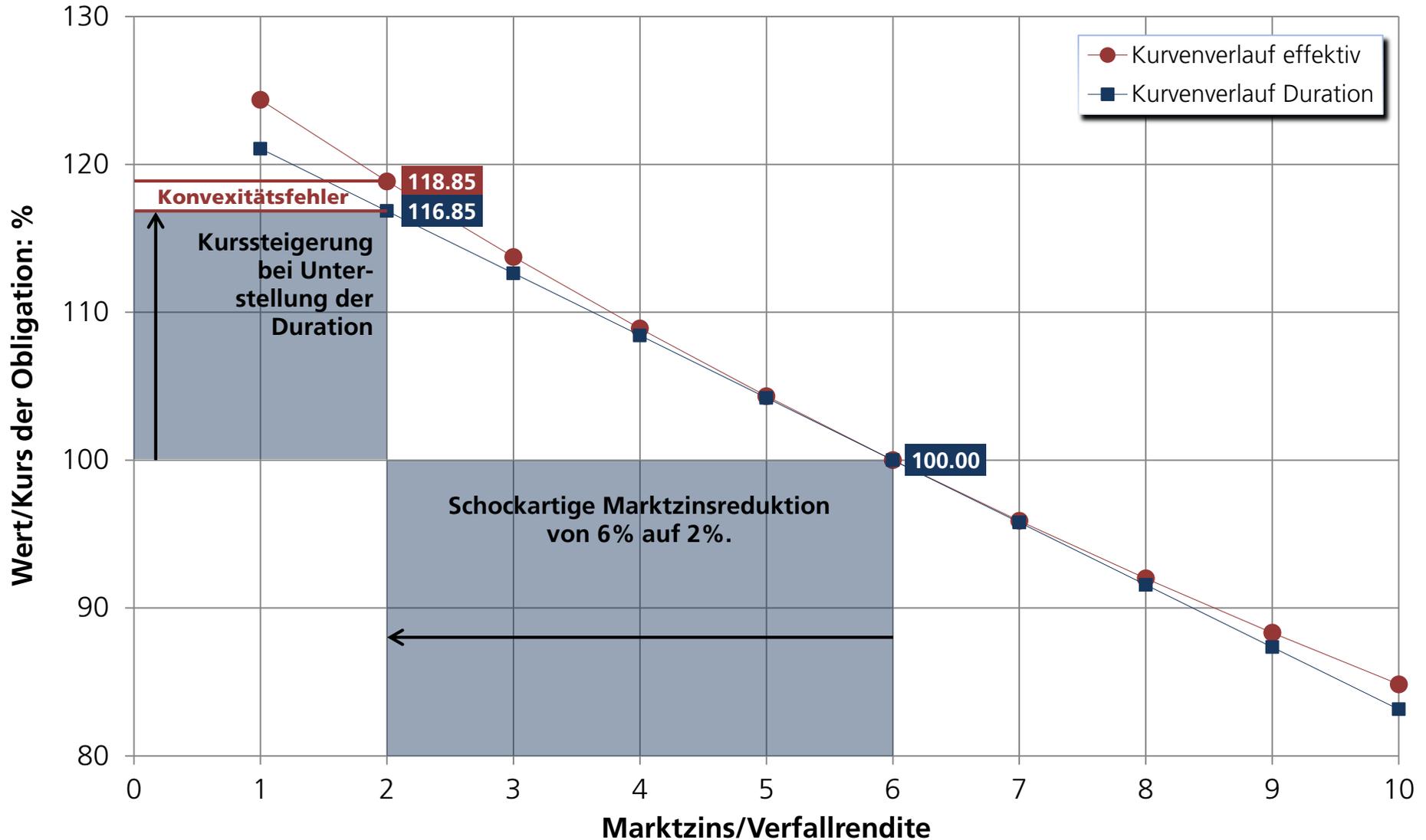
## Duration einer Obligation während der Laufzeit

Coupon 6.00%, Verfallrendite 5,00%, Nennwert CHF 5'000.00, Restlaufzeit 3.25 Jahre

(1) Zinstermine/ Rückzahlung (t)	(2) Zahlungs- ströme (Z <sub>t</sub> )	(3) Barwerte	(4) Barwert- anteile	(5) Kapitalbindung der Zahlungs- ströme in Jahren	(6) mit der Kapitalbin- dung gewichtete Barwertanteile (4) x (5)
<b>in 3 Monaten</b>	<b>6.00</b>	<b>6 ÷ 1.05<sup>0.25</sup> = 5.9273</b>	<b>5,5186%</b>	<b>0.25 Jahre</b>	<b>0.0138</b>
<b>in 1.25 Jahren</b>	<b>6.00</b>	<b>6 ÷ 1.05<sup>1.25</sup> = 5.6450</b>	<b>5,2558%</b>	<b>1.25 Jahre</b>	<b>0.0657</b>
<b>in 2.25 Jahren</b>	<b>6.00</b>	<b>6 ÷ 1.05<sup>2.25</sup> = 5.3762</b>	<b>5,0055%</b>	<b>2.25 Jahre</b>	<b>0.1126</b>
<b>in 3.25</b>	<b>106.00</b>	<b>106 ÷ 1.05<sup>3.25</sup> = 90.4567</b>	<b>84.2201%</b>	<b>3.25 Jahre</b>	<b>2.7372</b>
$\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t} = 107,4052 \quad 100,0000\%$				$\sum_{t=1}^n t \cdot \frac{\frac{Z_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}} = \underline{\underline{2.9293}}$	

# Konvexität

## Zinssensitivität von Obligationen



**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung  
Feldstrasse 41, 7205 Zizers  
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch  
www.ibf-chur.ch

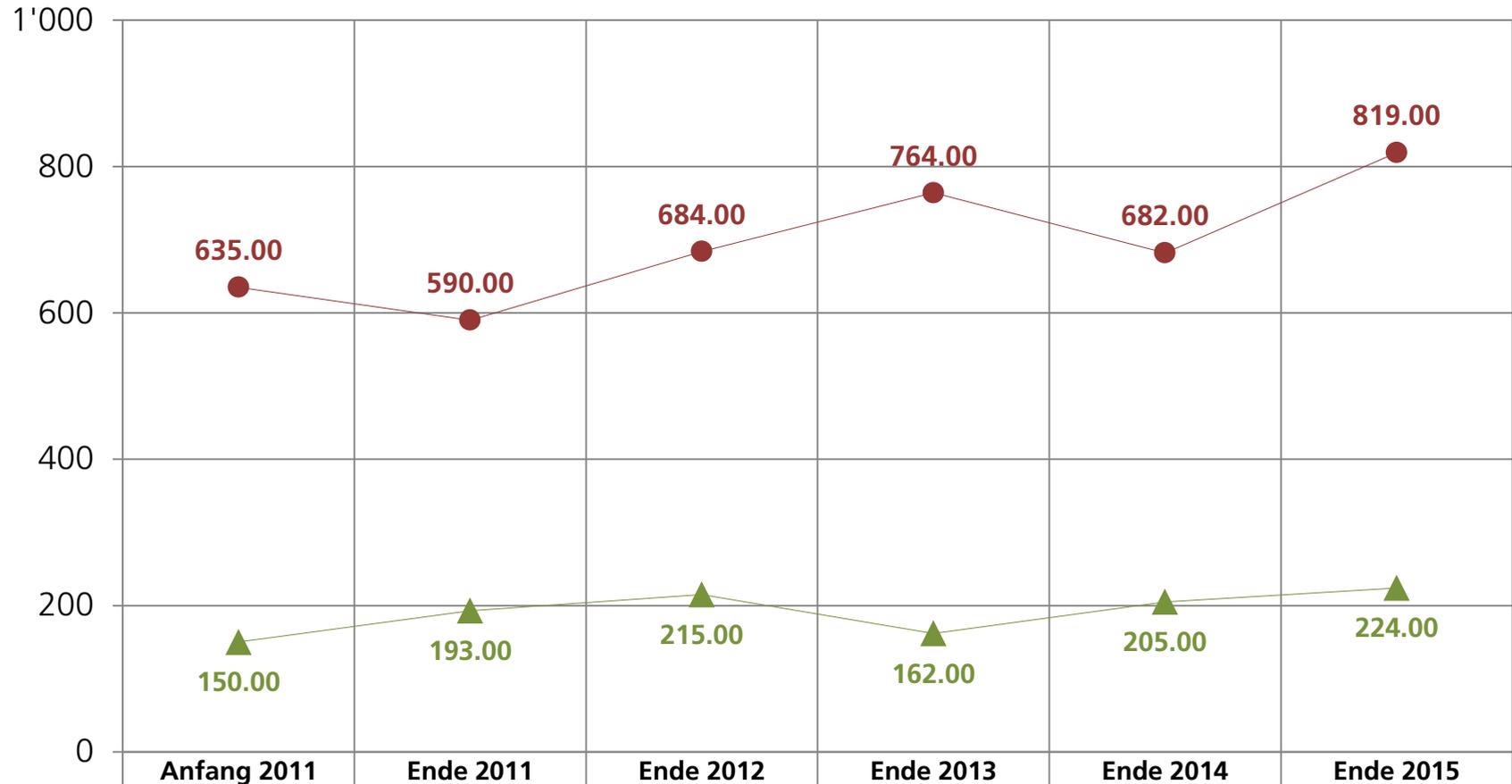
# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**  
Max Lüscher-Marty  
3., überarbeitete Auflage 2016  
Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 4: **Performancerechnen**

# Aktie A, Aktie B: Kurse und Dividenden

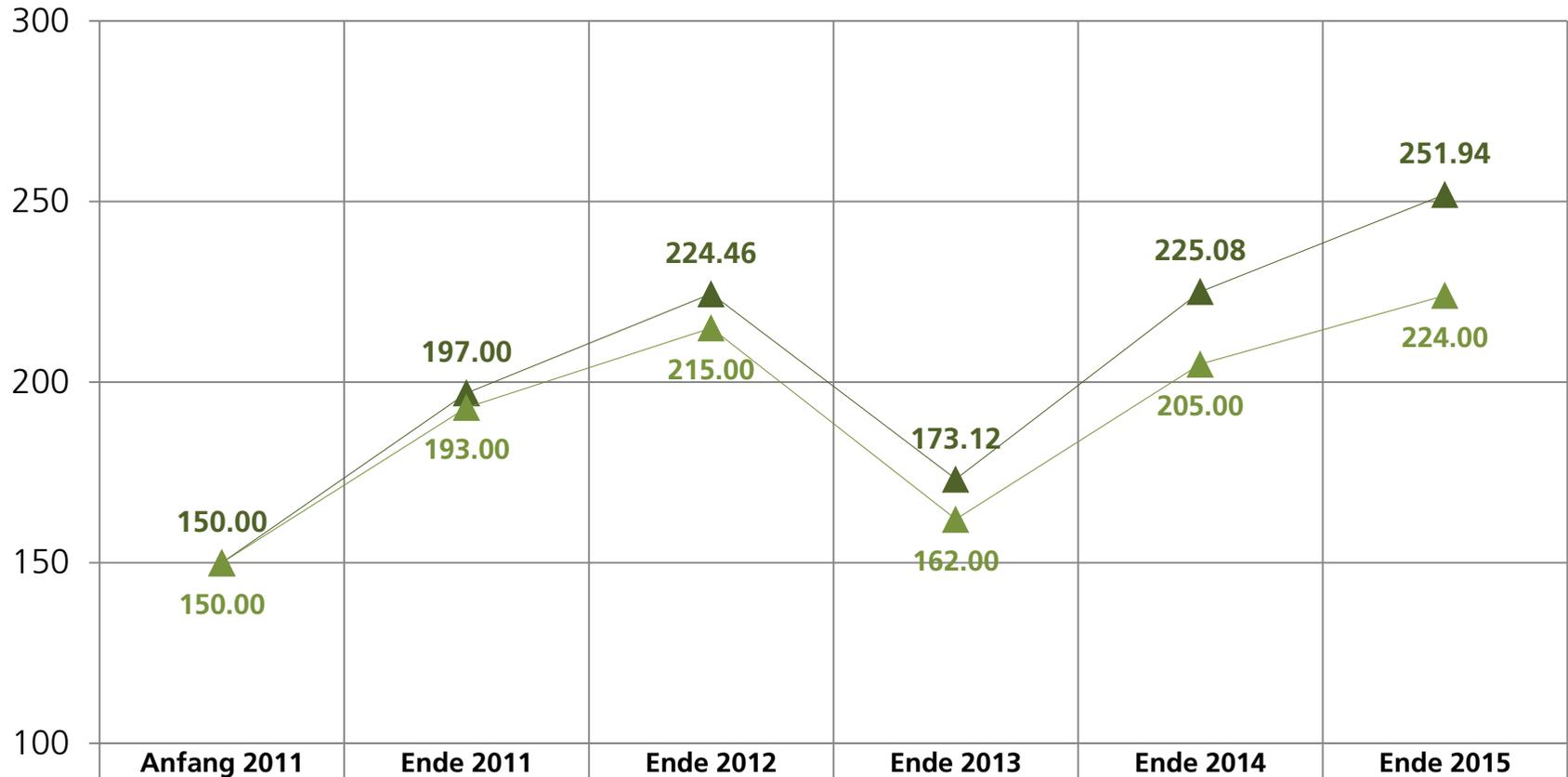
Arithmetische Skala



—●— Kurs Aktie B	635.00	590.00	684.00	764.00	682.00	819.00
Dividende B		7.00	8.00	8.00	8.00	9.00
—▲— Kurs Aktie A	150.00	193.00	215.00	162.00	205.00	224.00
Dividende A		4.00	5.00	4.00	6.00	6.00

# Aktie A: Kurs- und Kapitalentwicklung

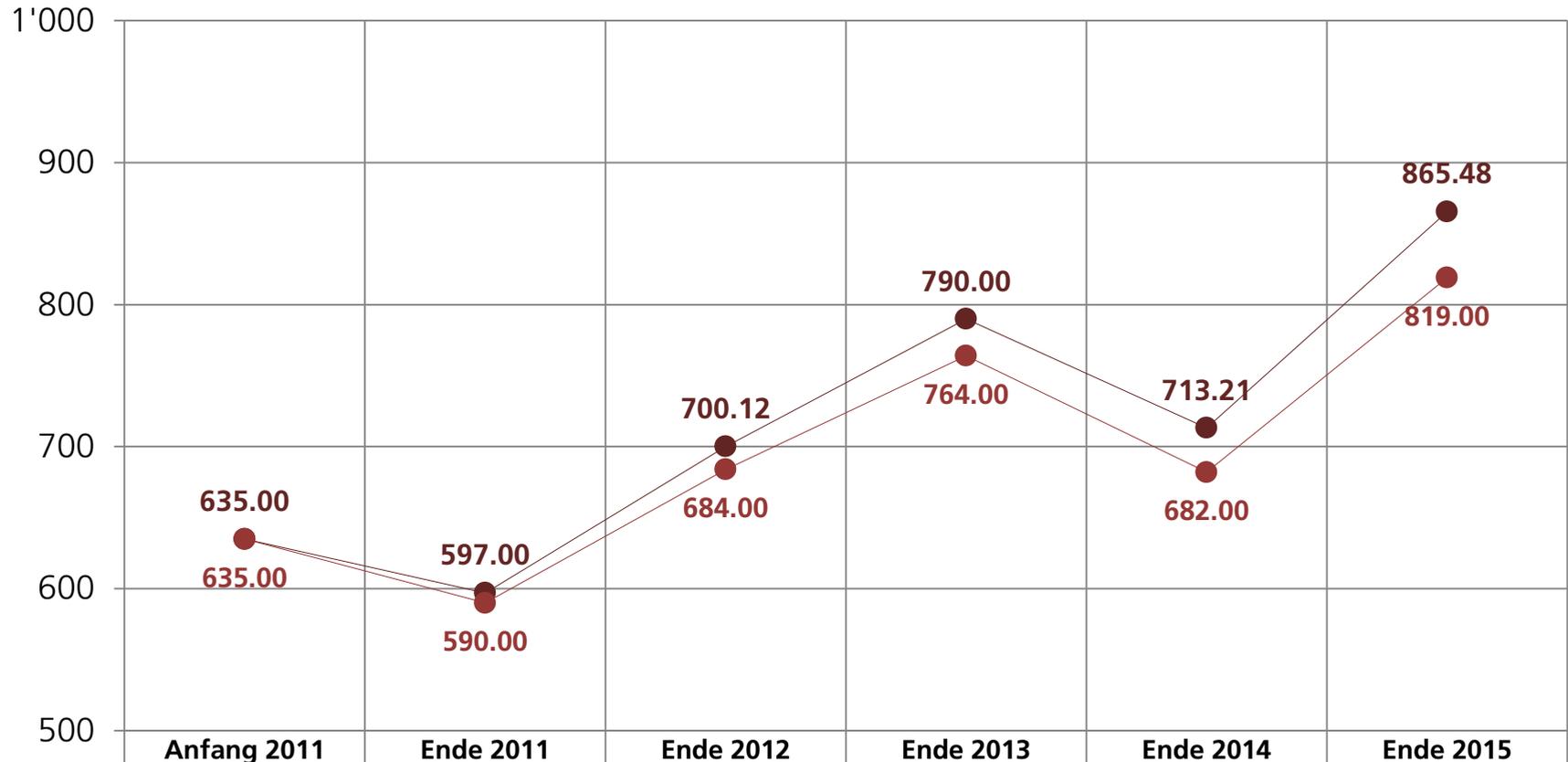
## Arithmetische Skala



▲ Endkapital A	150.00	197.00	224.46	173.12	225.08	251.94
▲ Kurs Aktie A	150.00	193.00	215.00	162.00	205.00	224.00
Dividende		4.00	5.00	4.00	6.00	6.00
TR diskret		31.33%	13.94%	-22.87%	30.01%	11.93%
TR stetig		27.26%	13.05%	-25.97%	26.24%	11.27%

## Aktie B: Kurs- und Kapitalentwicklung

Arithmetische Skala



● Endkapital B	635.00	597.00	700.12	790.00	713.21	865.48
● Kurs Aktie B	635.00	590.00	684.00	764.00	682.00	819.00
Dividende		7.00	8.00	8.00	8.00	9.00
TR diskret		-5.98%	17.27%	12.84%	-9.72%	21.35%
TR stetig		-6.17%	15.93%	12.08%	-10.23%	19.35%

# Renditebestimmung bei Einlagen/Entnahmen

Betrachtungszeitraum: 31.12.2015-31.12.2016

Datum	Depotbestand vor Einlagen/Entnahmen	Einlagen Einzahlungen	Entnahmen Rückzahlungen	Depotbestand nach Einlagen/Entnahmen	Rendite
31. Dezember 2015	1'000'000.00			1'000'000.00	
12. März 2016	1'015'000.00	50'000.00		1'065'000.00	+1,50%
30. Juni 2016	1'086'300.00	23'700.00		1'110'000.00	+2,00%
12. September 2016	1'079'475.00		39'475.00	1'040'000.00	-2,75%
31. Dezember 2016	1'081'600.00				+4,00%

## Zeitgewichtete Rendite

$$\left[ \frac{1'015'000.00}{1'000'000.00} \circ \frac{1'086'300.00}{1'065'000.00} \circ \frac{1'079'475.00}{1'110'000.00} \circ \frac{1'081'600.00}{1'040'000.00} \right]^{-1} = 0.047102 \text{ bzw. } \underline{\underline{+4,7102\%}}$$

$$\left[ 1.015 \circ 1.02 \circ 0.9725 \circ 1.04 \right]^{-1} = 0.047102 \text{ bzw. } \underline{\underline{+4,7102\%}}$$

# Renditebestimmung bei Einlagen/Entnahmen

Betrachtungszeitraum: 31.12.2015-31.01.2016

Datum	Depotbestand vor Einlagen/Entnahmen	Einlagen Einzahlungen	Entnahmen Rückzahlungen	Depotbestand nach Einlagen/Entnahmen	Rendite
31. Dezember 2015	1'000'000.00			1'000'000.00	
06. Januar 2016	1'015'000.00	50'000.00		1'065'000.00	+1,50%
15. Januar 2016	1'086'300.00	23'700.00		1'110'000.00	+2,00%
21. Januar 2016	1'079'475.00		39'475.00	1'040'000.00	-2,75%
31. Januar 2016	1'081'600.00				+4,00%

## Zeitgewichtete Rendite

$$\left[ \frac{1'015'000.00}{1'000'000.00} \circ \frac{1'086'300.00}{1'065'000.00} \circ \frac{1'079'475.00}{1'110'000.00} \circ \frac{1'081'600.00}{1'040'000.00} \right]^{-1} = 0.047102 \text{ bzw. } \underline{\underline{+4,7102\%}}$$

$$\left[ 1.015 \circ 1.02 \circ 0.9725 \circ 1.04 \right]^{-1} = 0.047102 \text{ bzw. } \underline{\underline{+4,7102\%}}$$

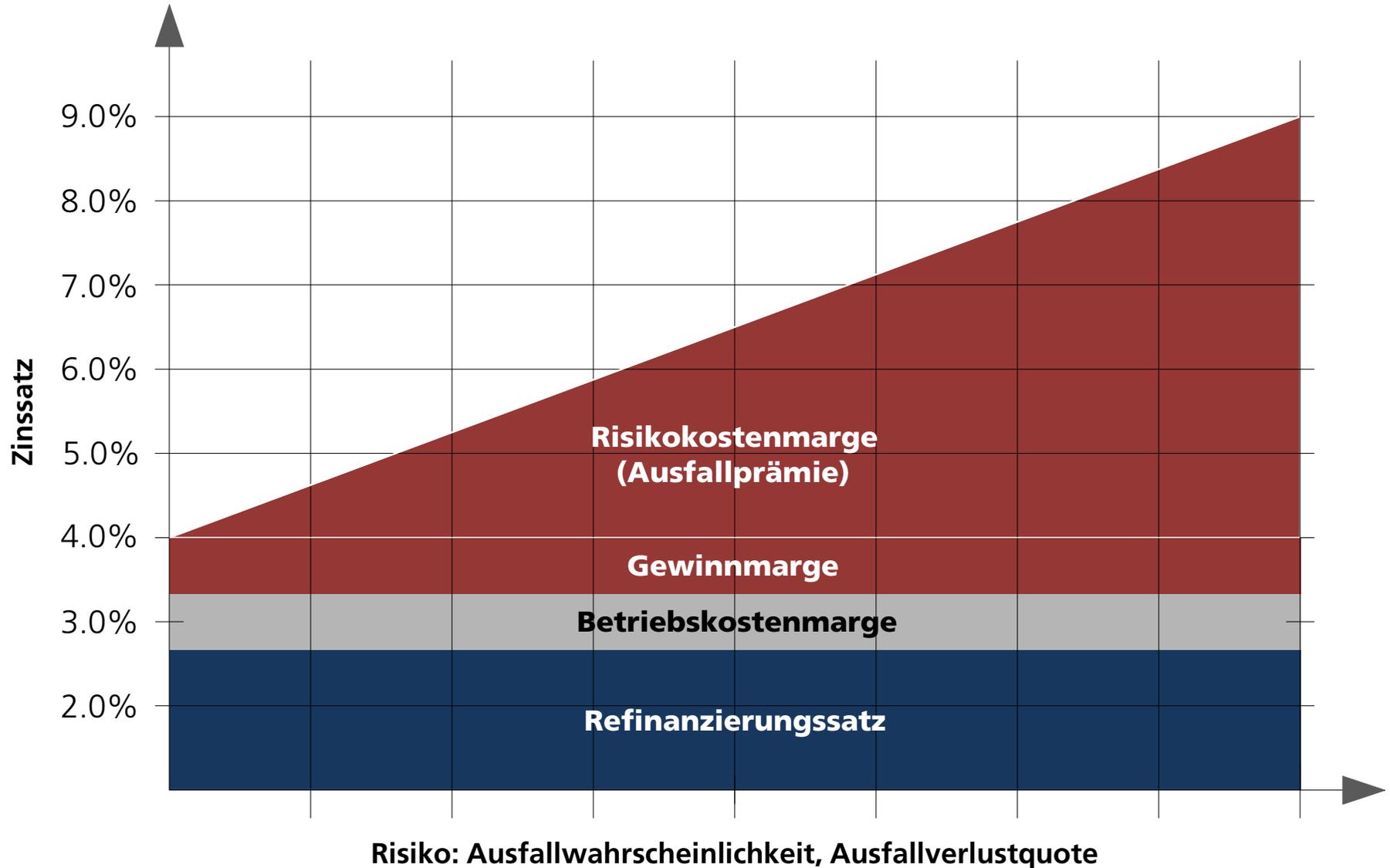
**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung  
Feldstrasse 41, 7205 Zizers  
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch  
www.ibf-chur.ch

# Diagramme

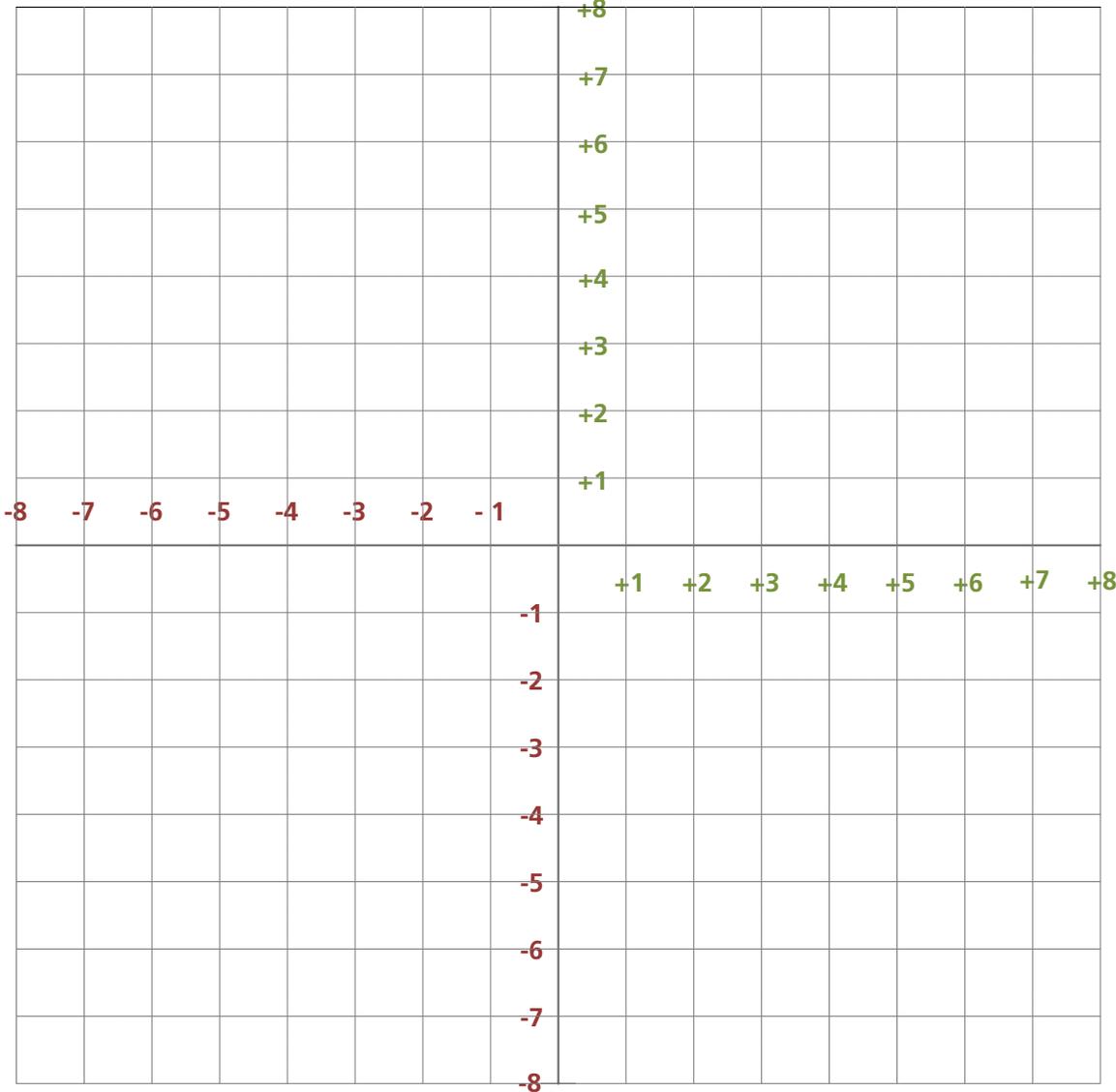
**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**  
Max Lüscher-Marty  
3., überarbeitete Auflage 2016  
Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 5: **Funktionen und Diagramme**

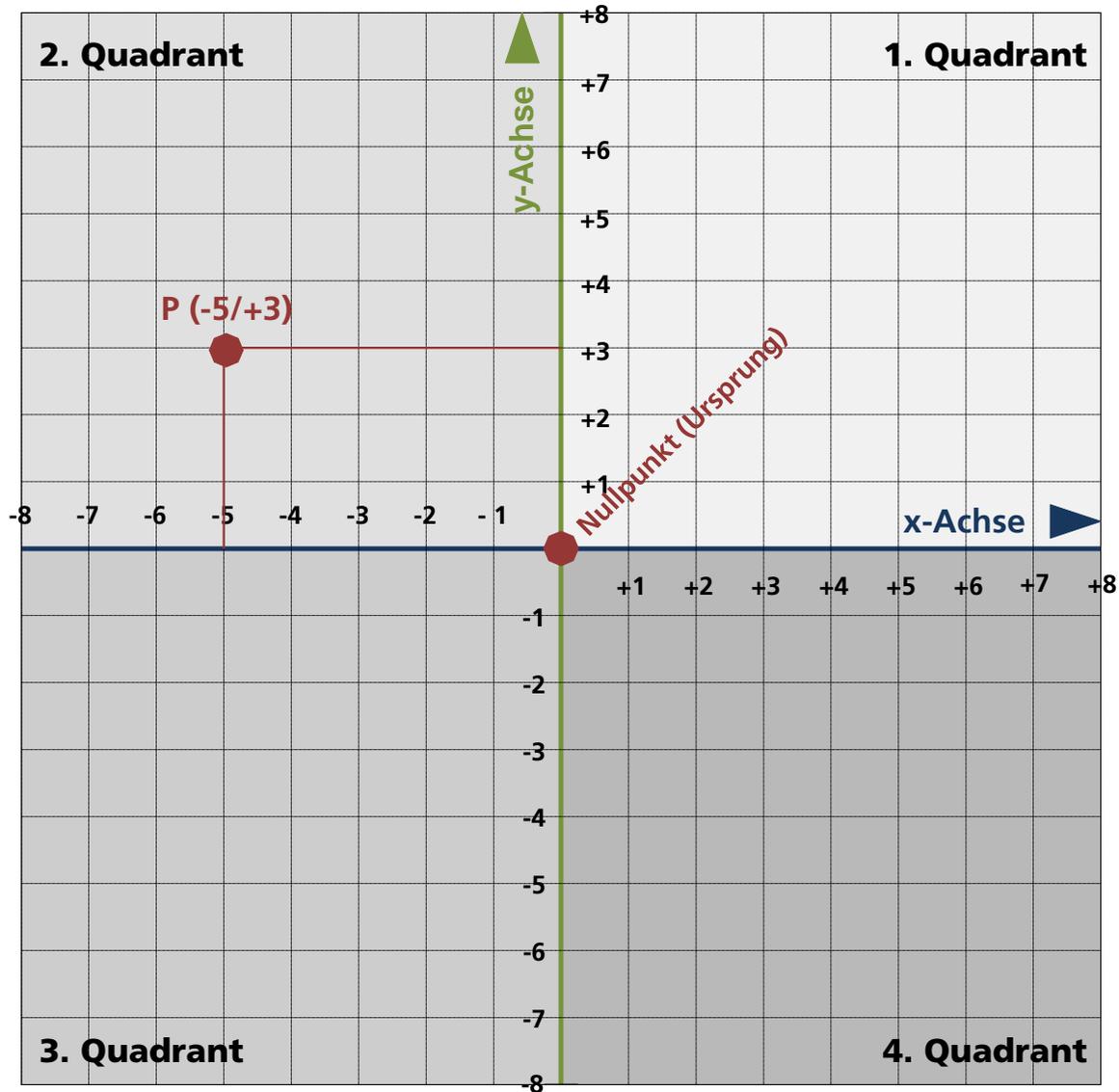
# Risk Adjusted Pricing



# Kartesisches Koordinatensystem

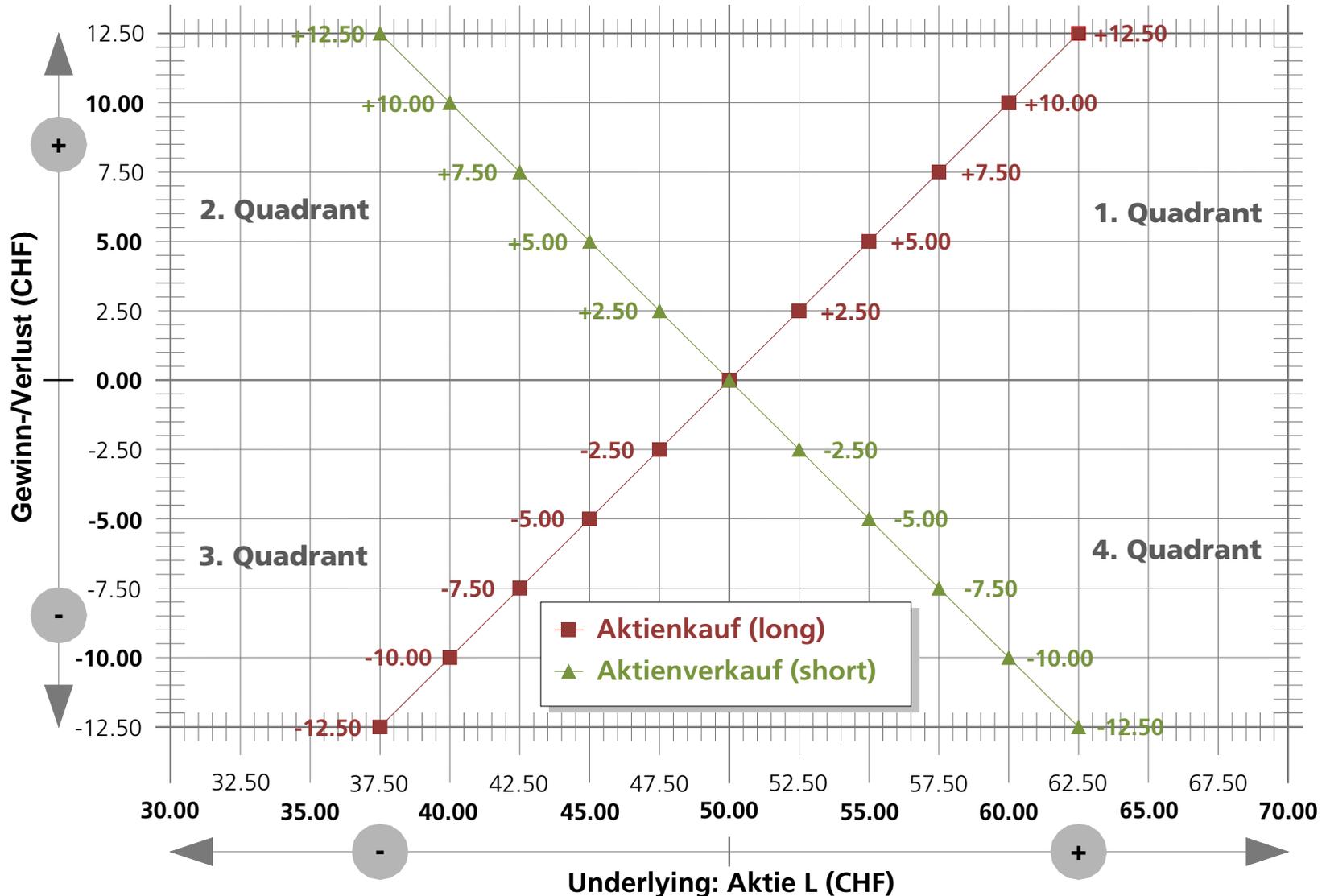


# Kartesisches Koordinatensystem

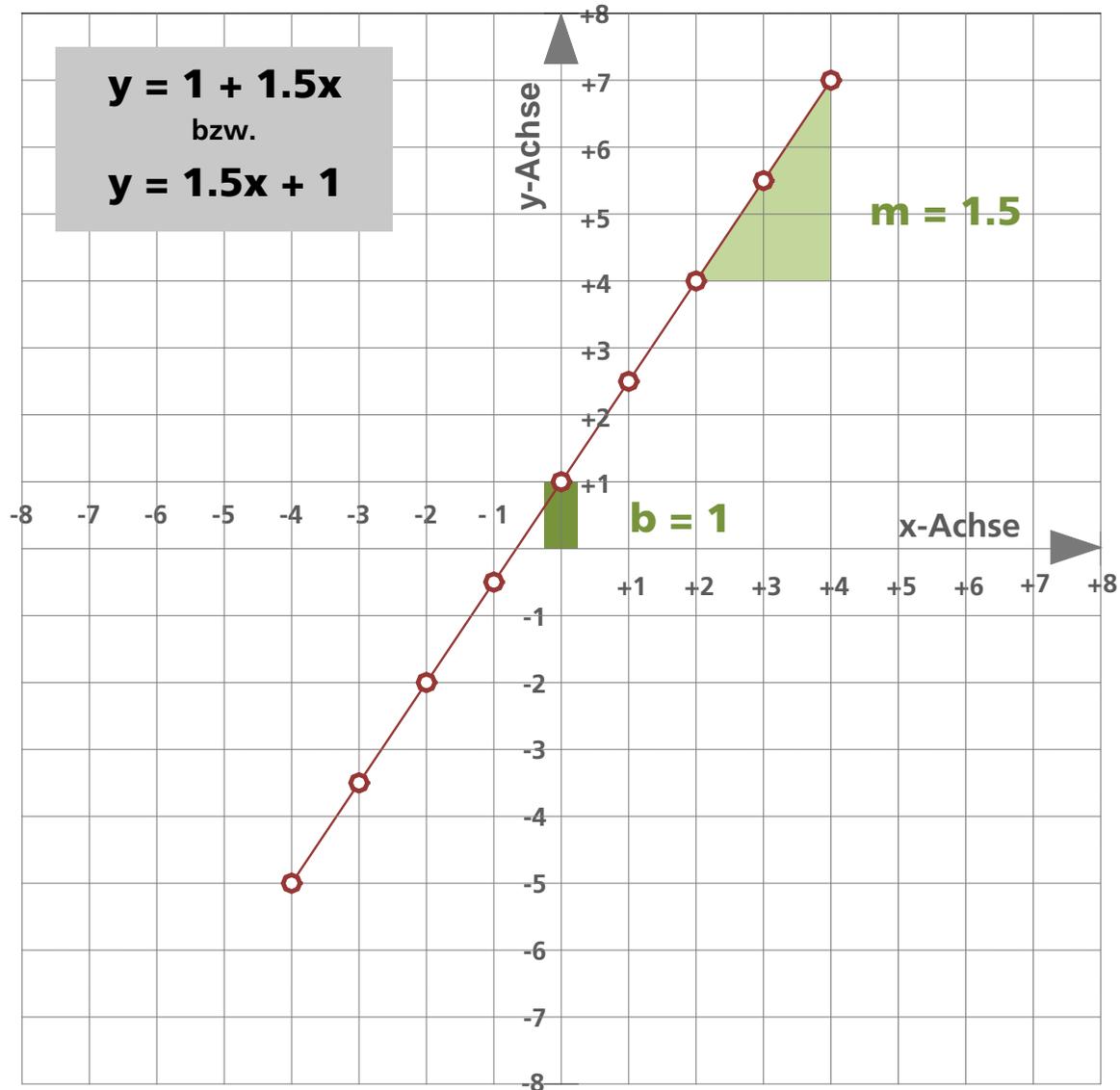


# Kauf (long) bzw. Leerverkauf (short) einer Aktie L

Referenzkurs: CHF 50.00

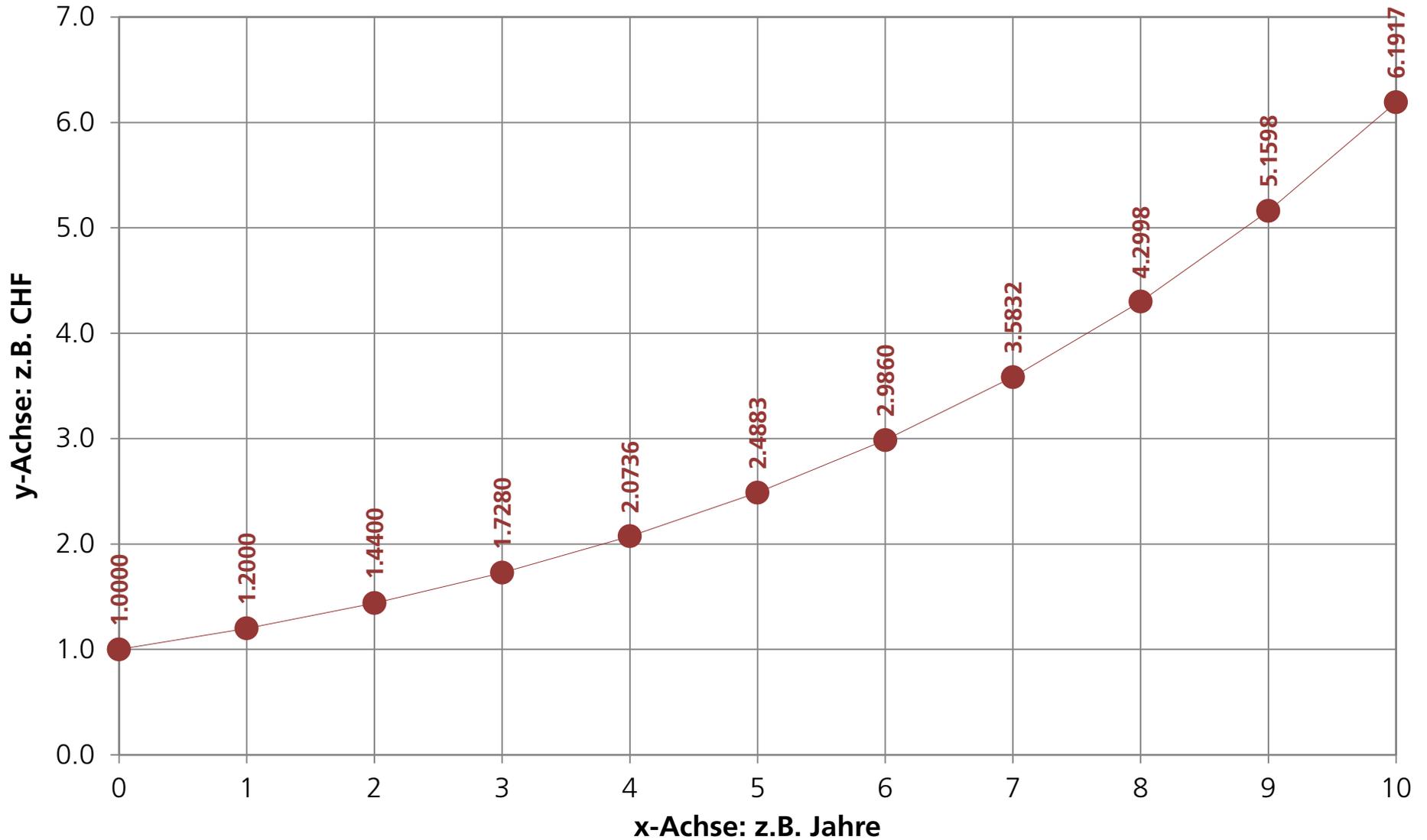


# Lineare Funktion



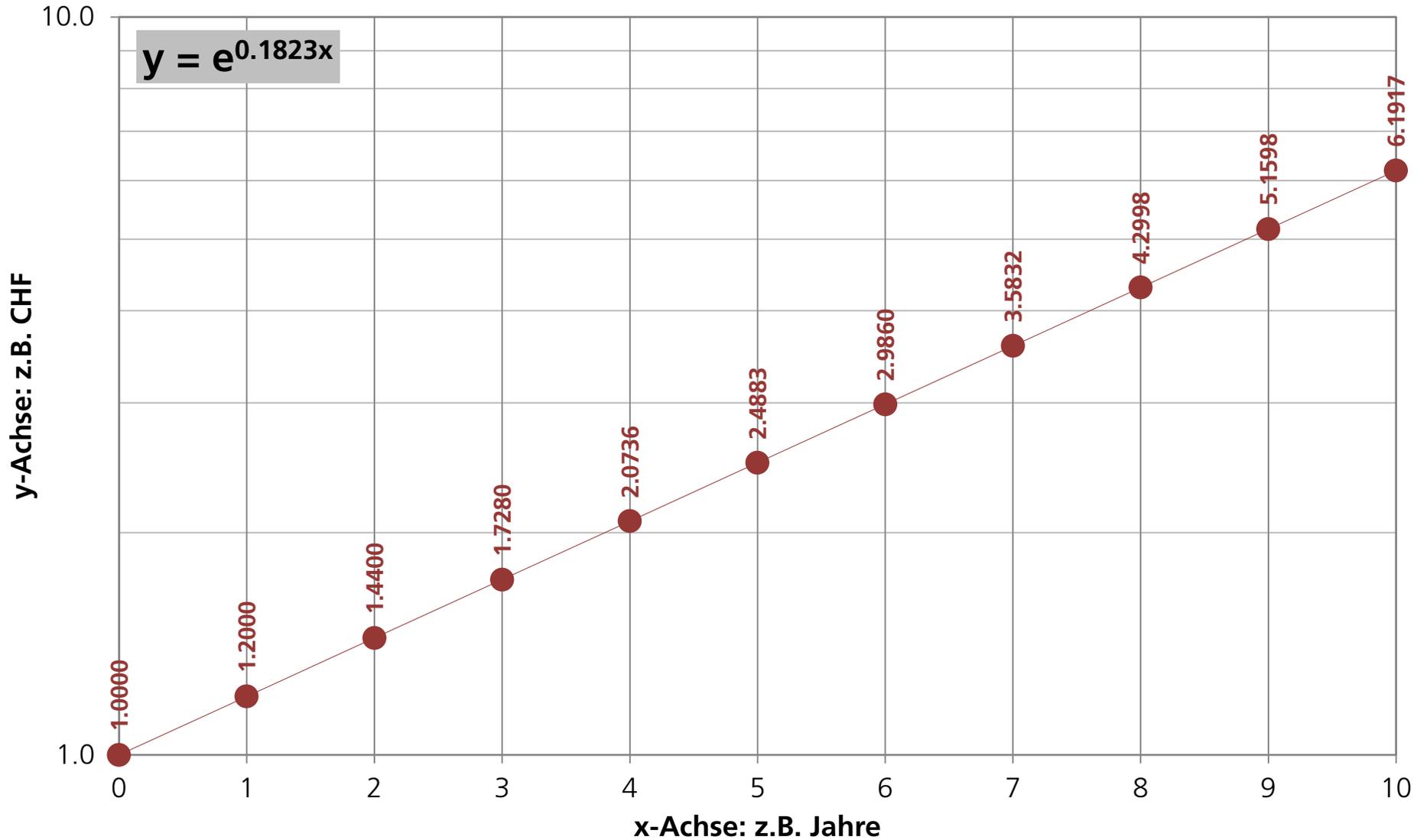
# Exponentialfunktion

Arithmetische (lineare) Skala



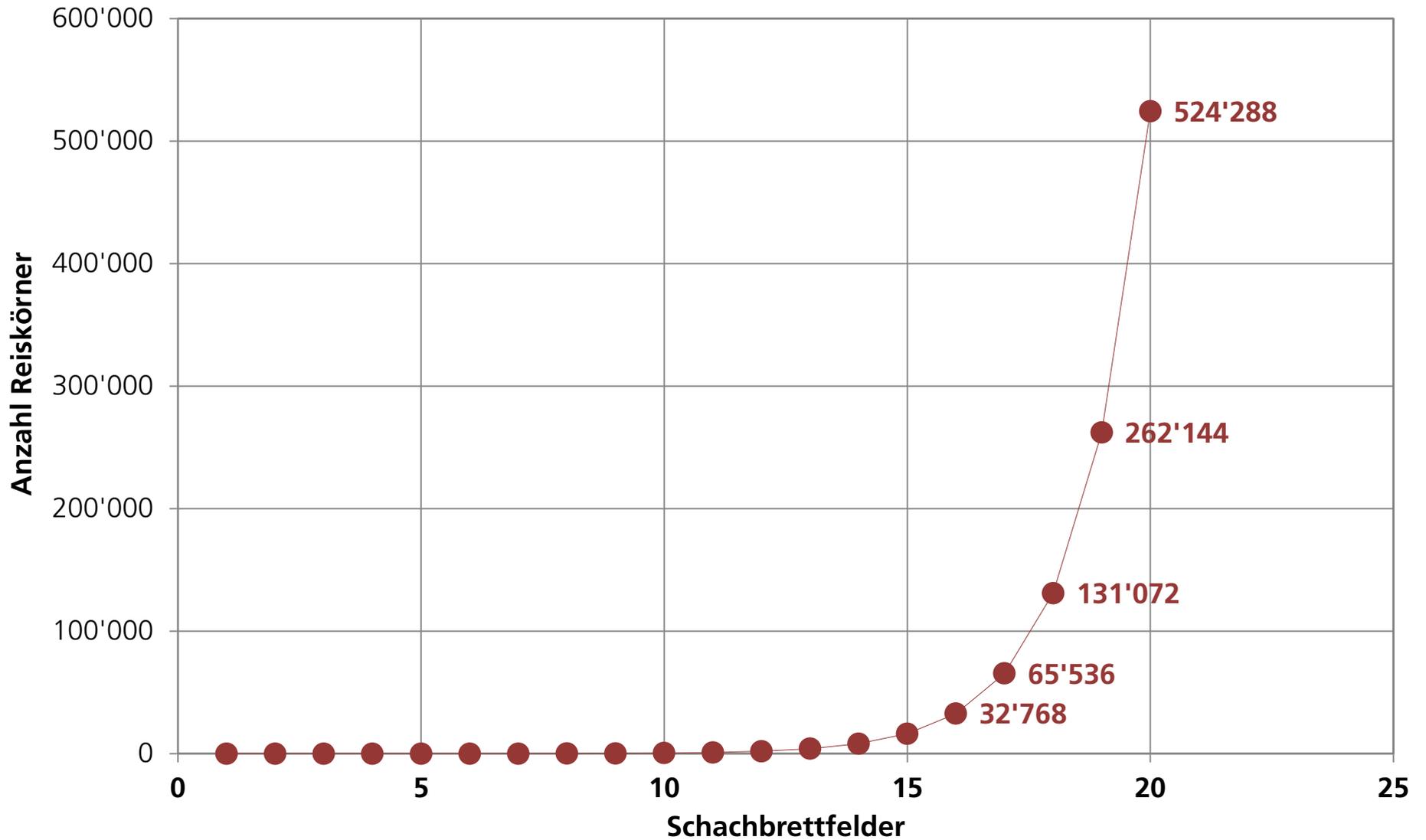
# Exponentialfunktion

## Logarithmische Skala



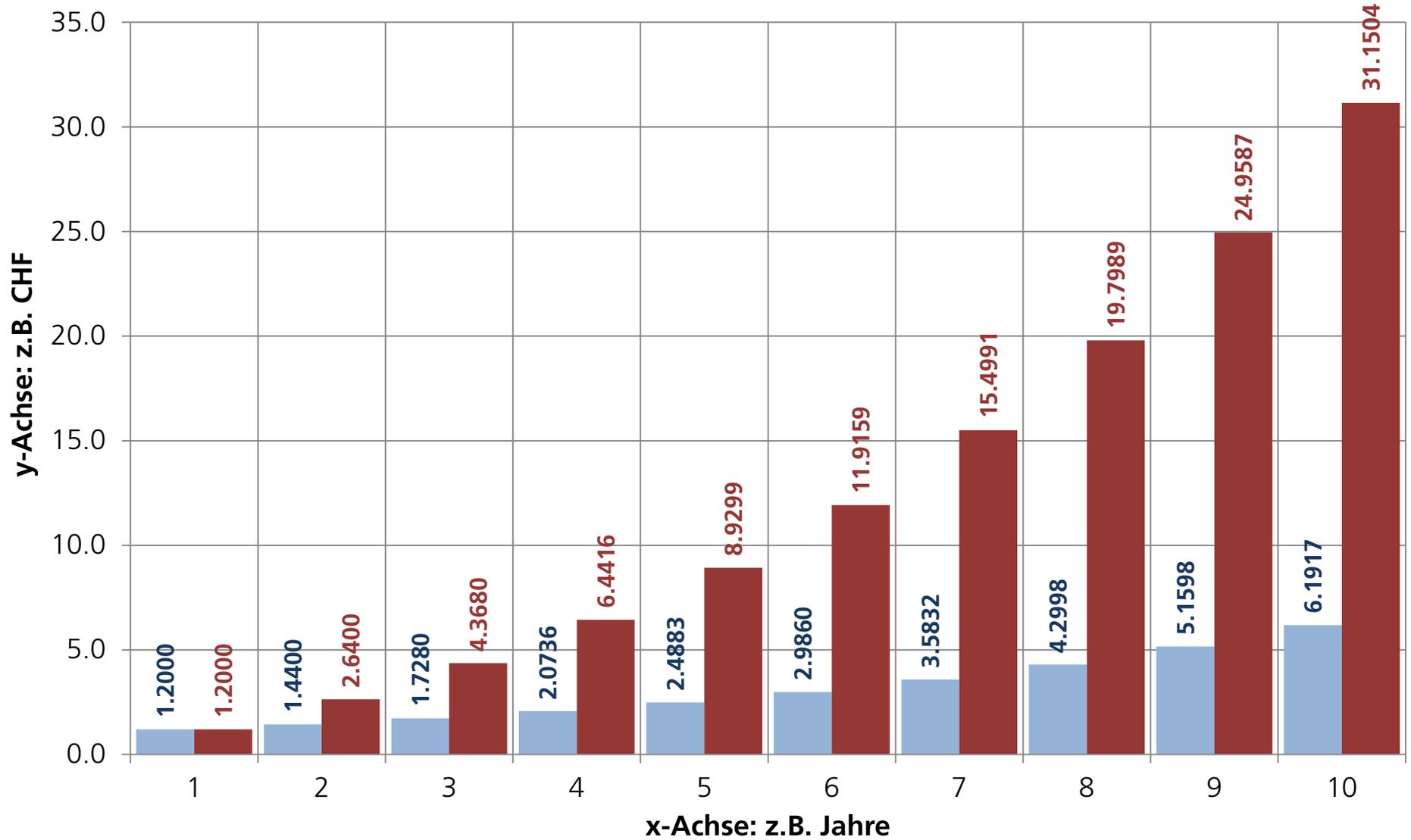
# Das Schachbrett und die Reiskörner

Arithmetische (lineare) Skala



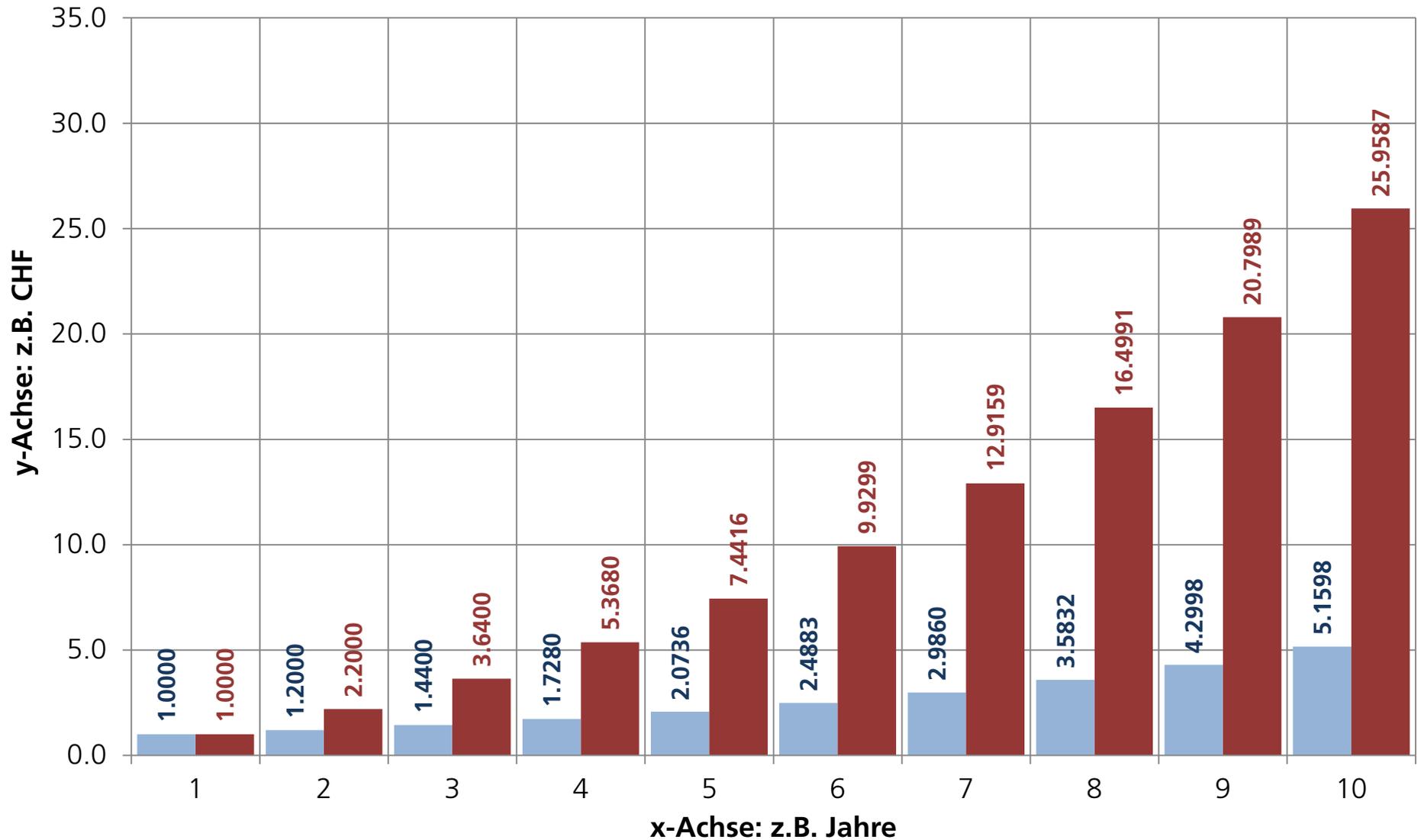
# Geometrische Folgen und Reihen

Beispiel: Vorschüssige Rente

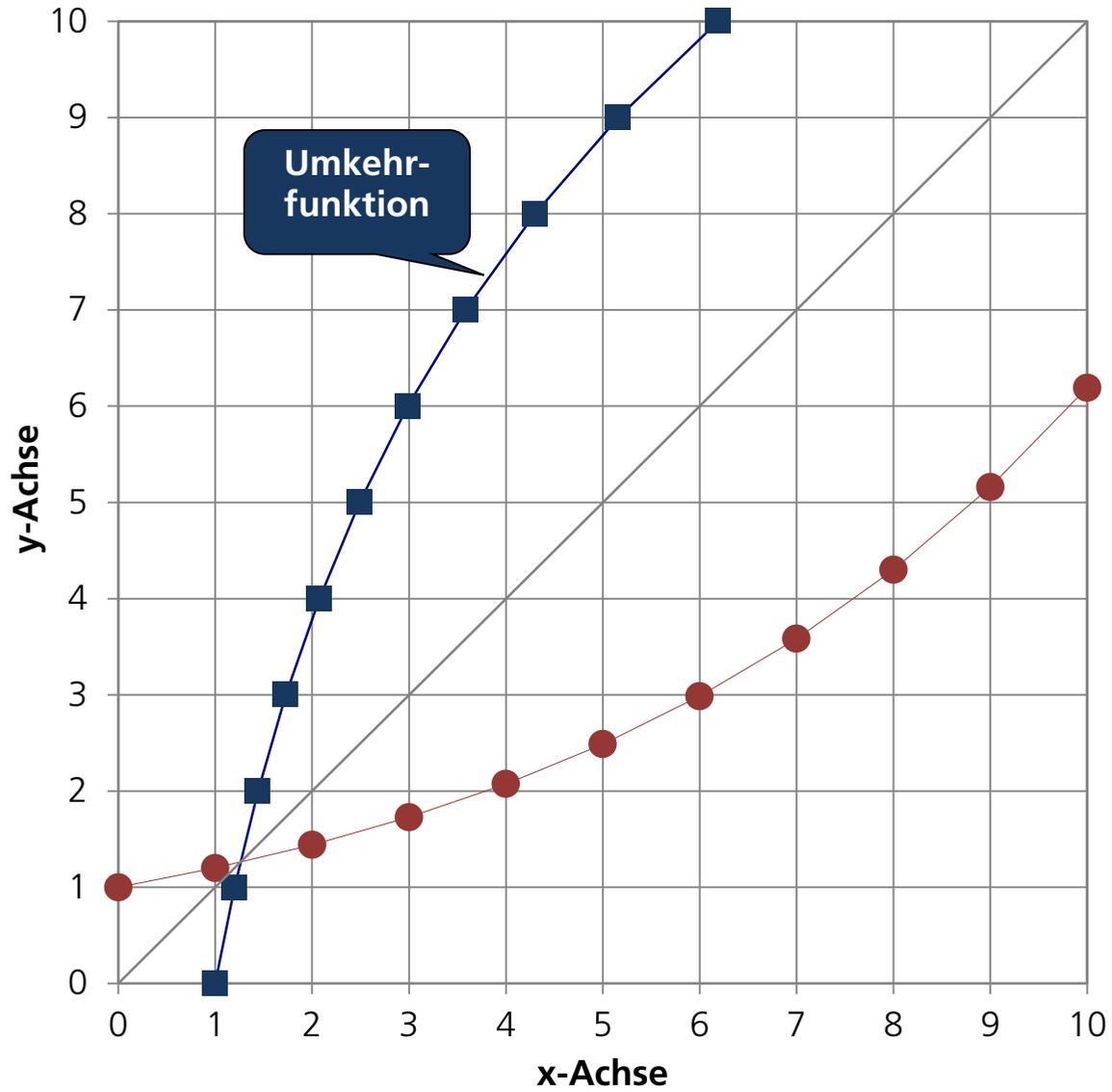


# Geometrische Folgen und Reihen

## Beispiel: Nachschüssige Rente

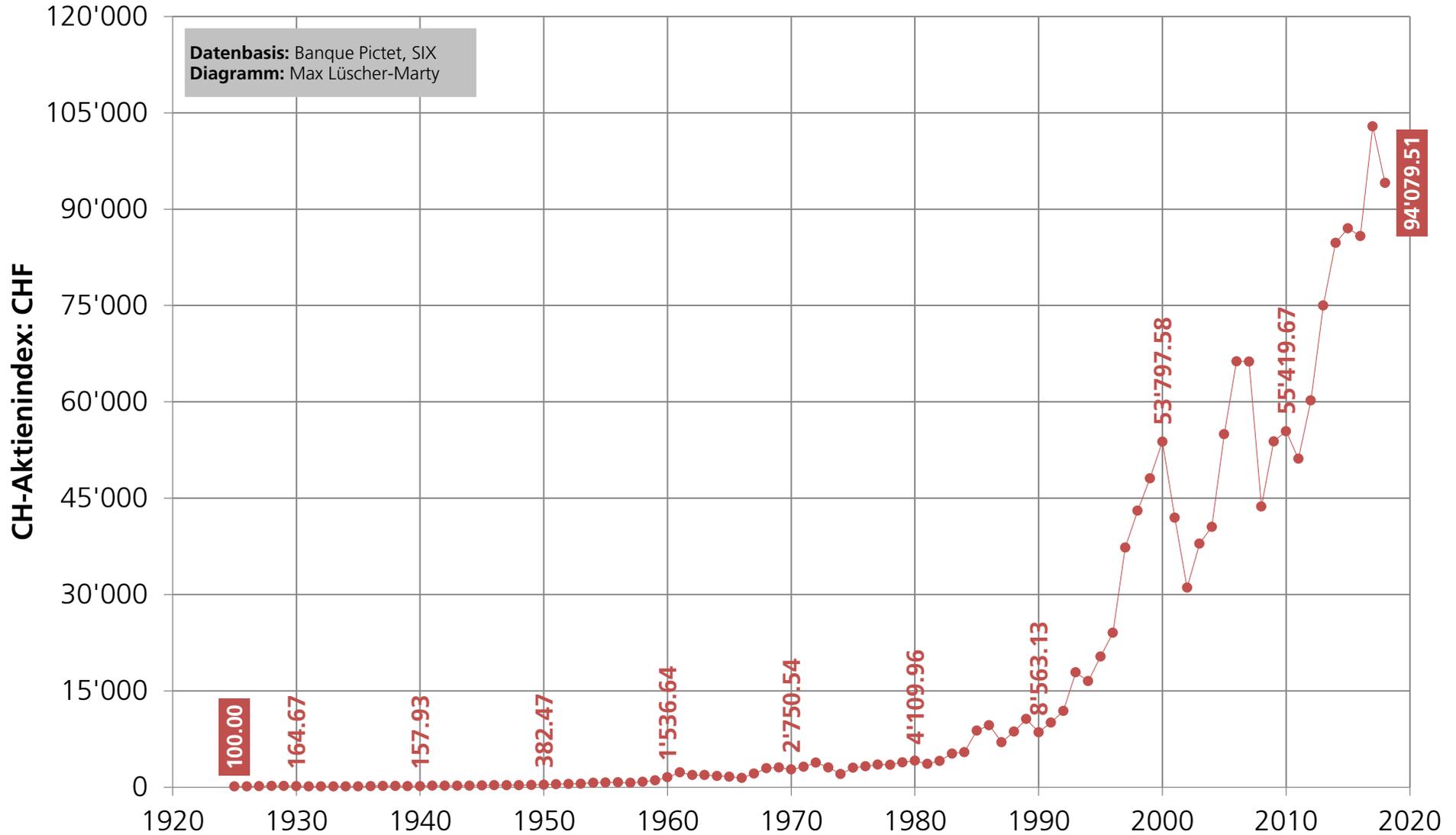


# Umkehrfunktion



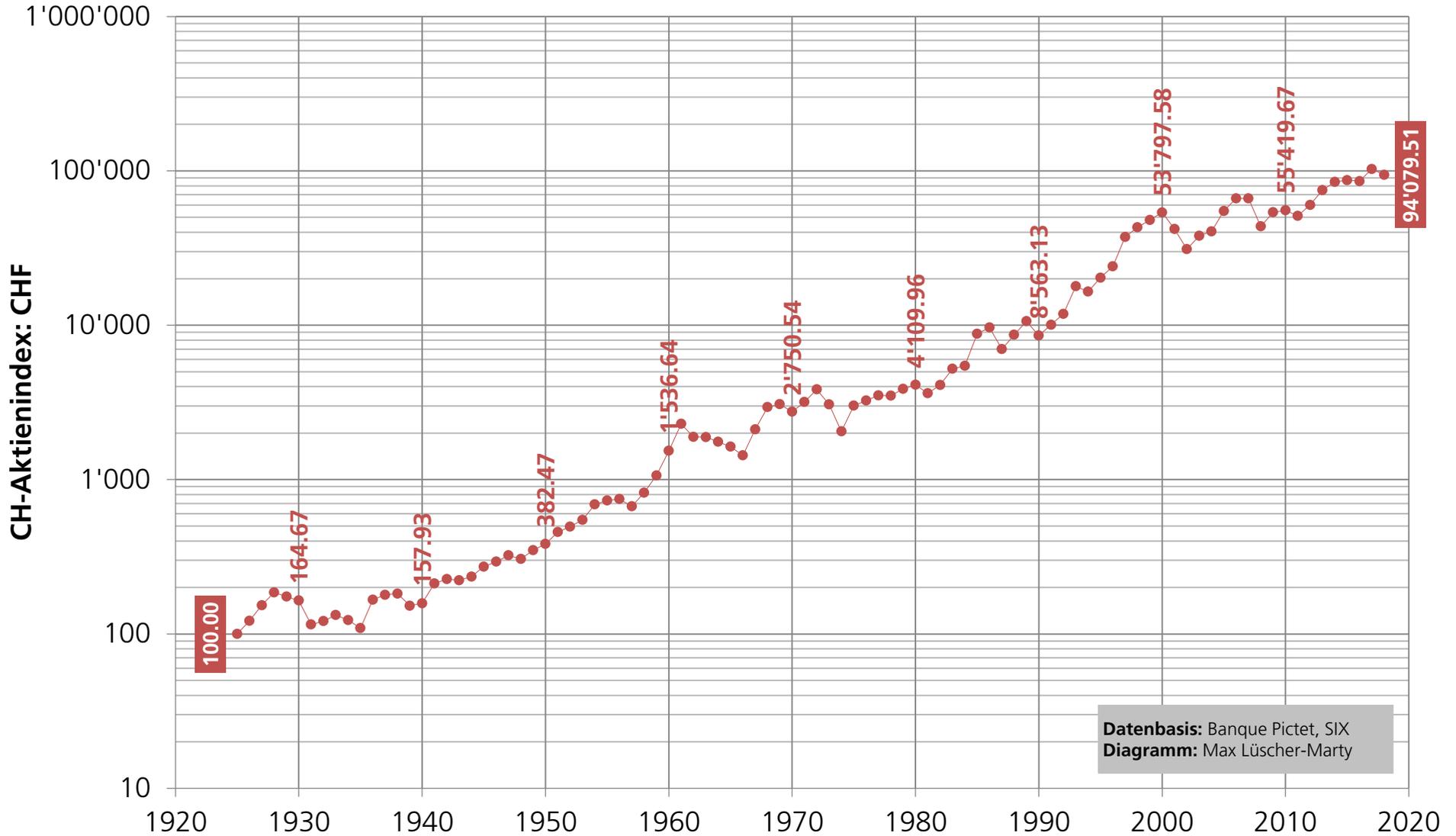
# Wertentwicklung CH-Aktien

Jahresschlusswerte: 31.12.1925-31.12.2018



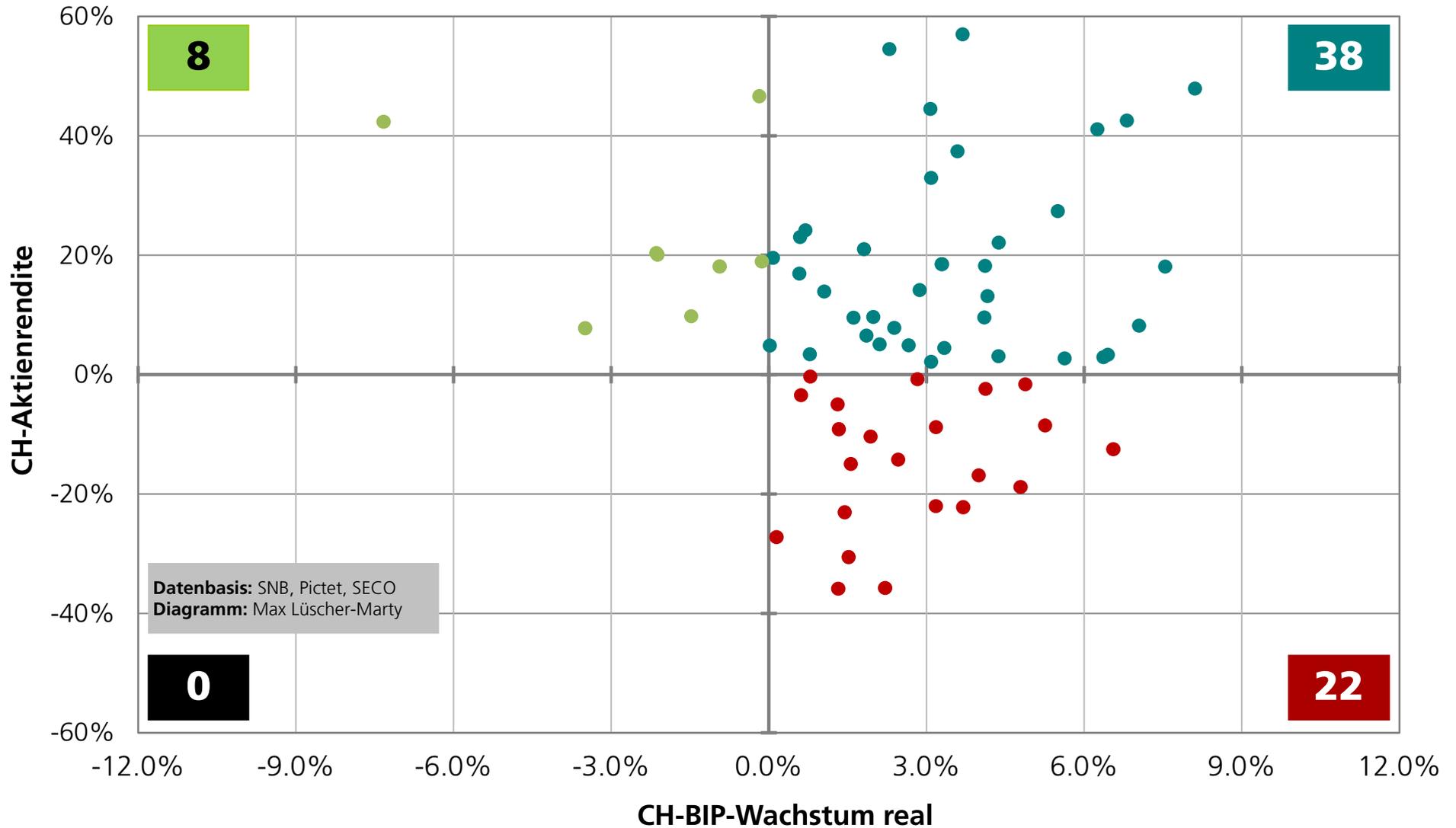
# Wertentwicklung CH-Aktien

Jahresschlusswerte: 31.12.1925-31.12.2018



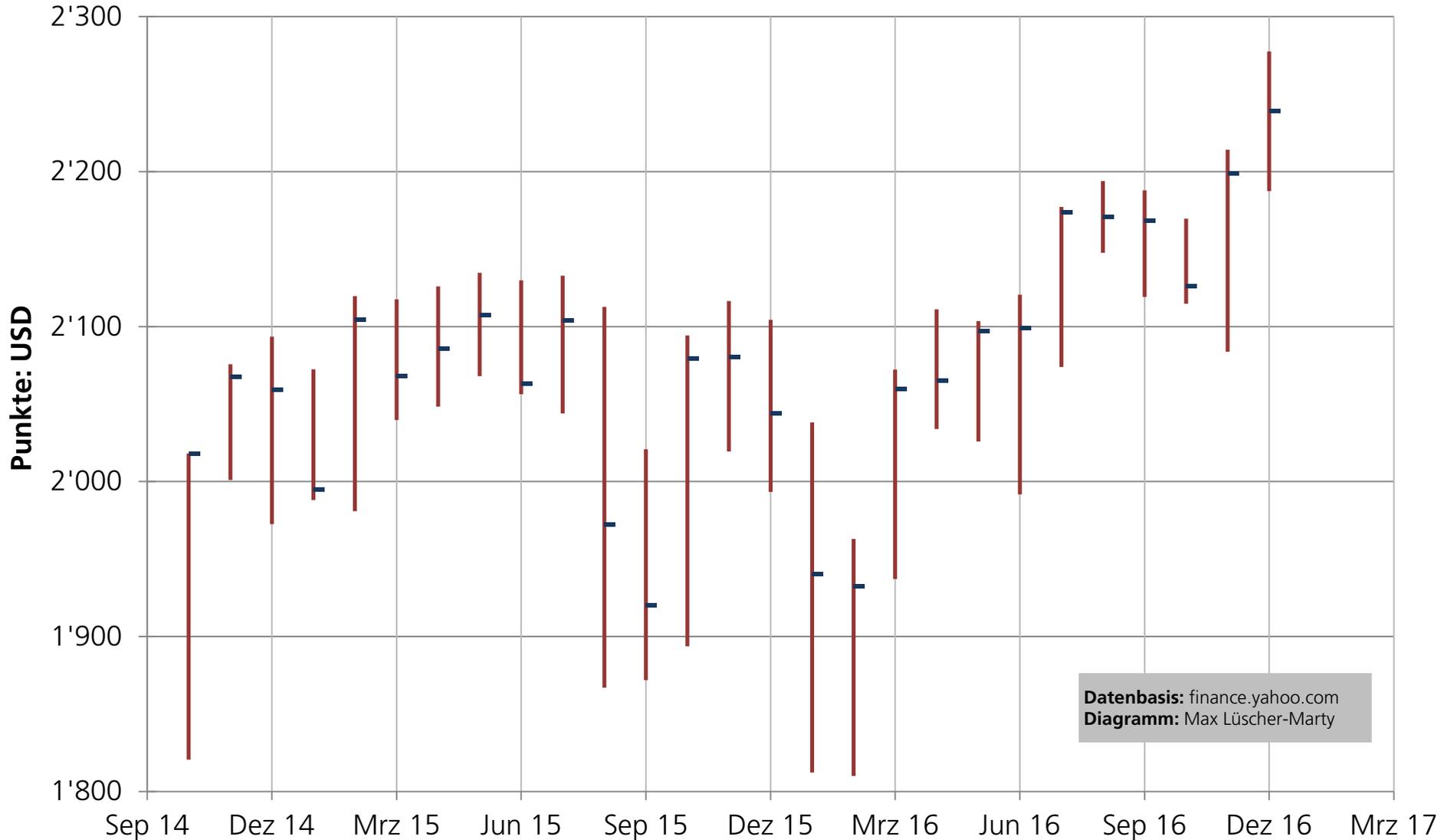
# CH-BIP-Wachstum real und CH-Aktienrenditen

Jahreswerte: 31.12.1948-31.12.2016



# Standard & Poor's 500 Price Index

01.10.2014-31.12.2016



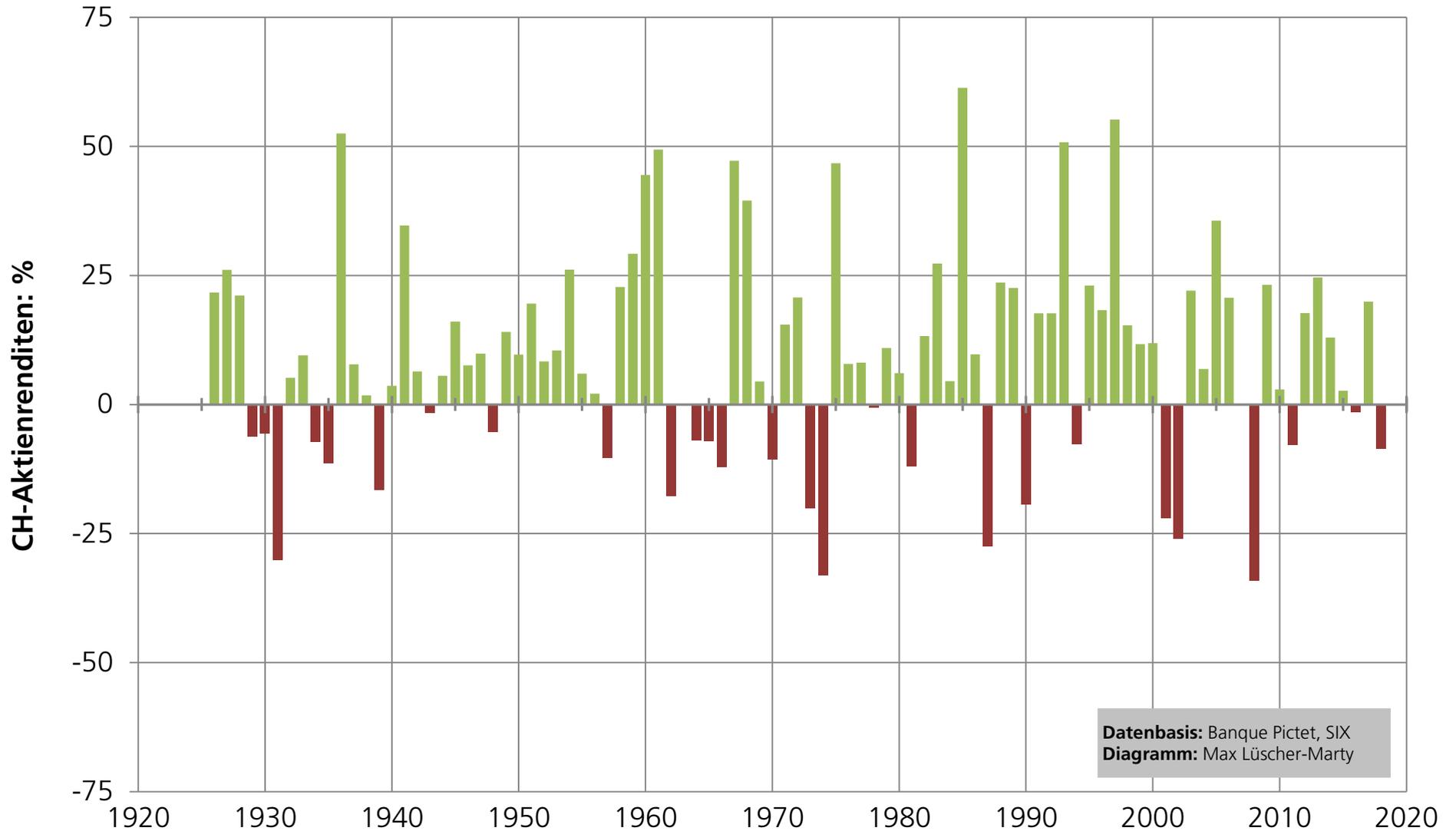
# Standard & Poor's 500 Price Index

01.10.2014-31.12.2016



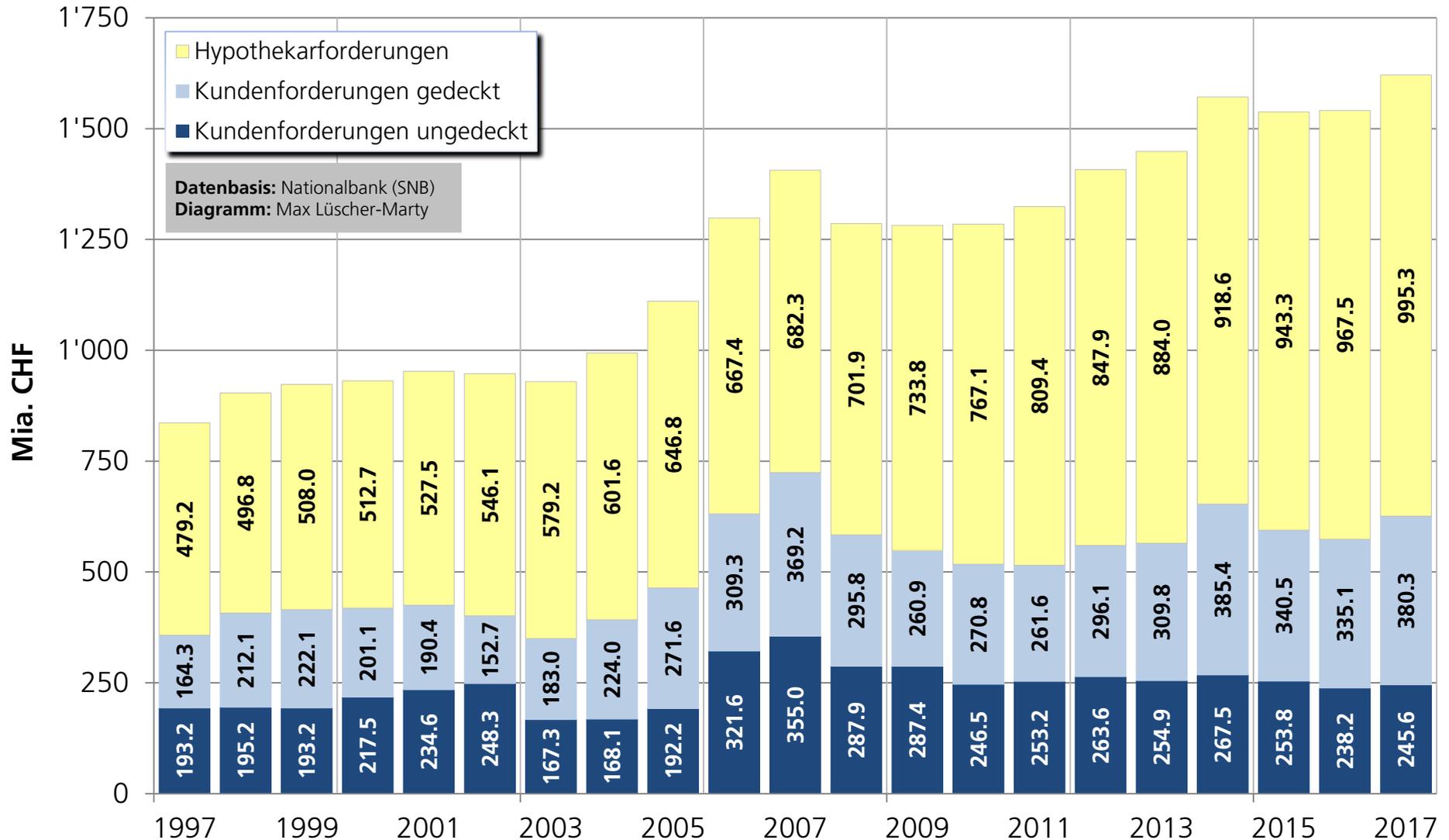
# Verteilung diskreter CH-Aktienrenditen: 1926-2018

Mittelwert = 7,64%, Standardabweichung = 18,81%



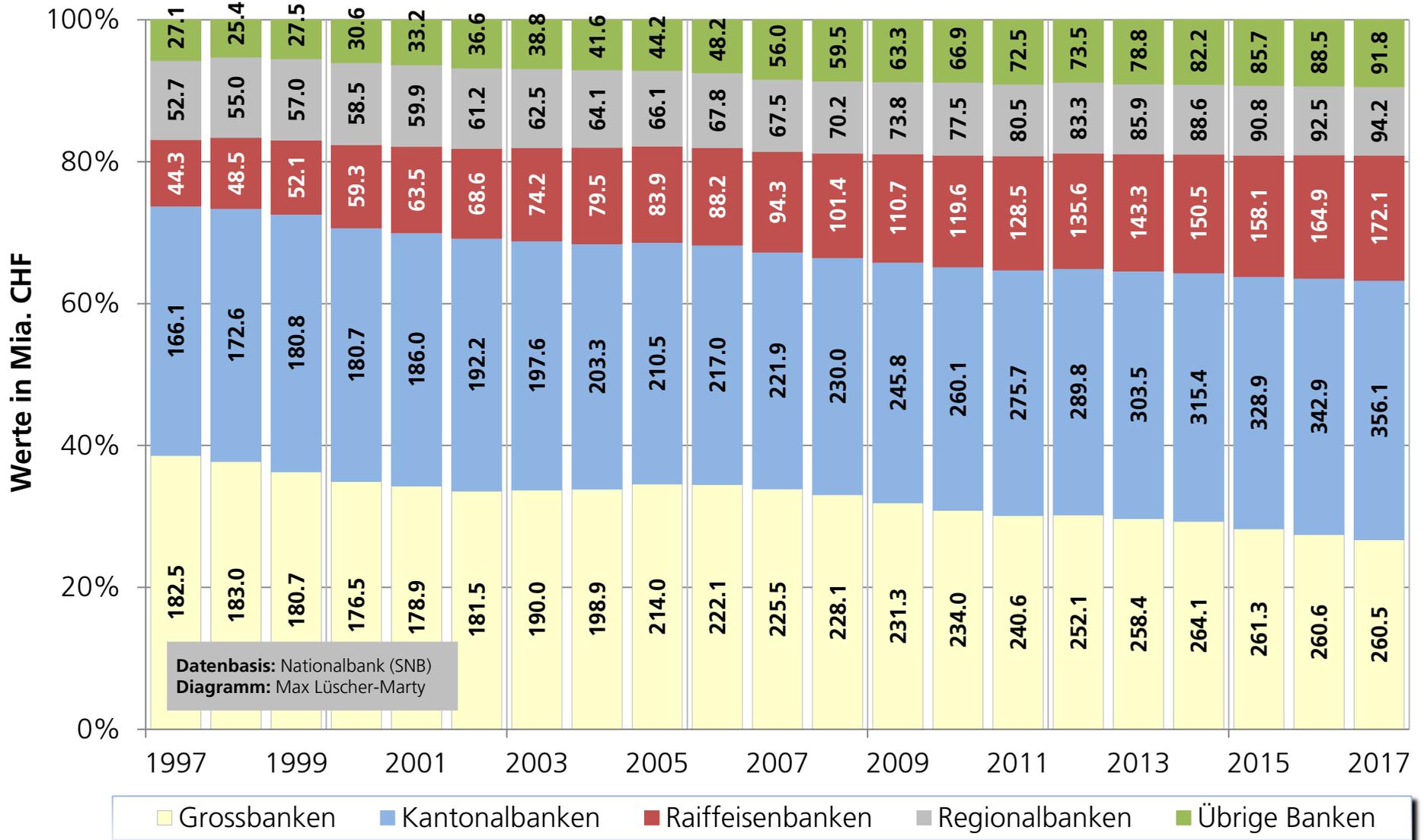
# CH-Banken: Kunden-/Hypothekarforderungen In-/Ausland

31.12.1997-31.12.2017



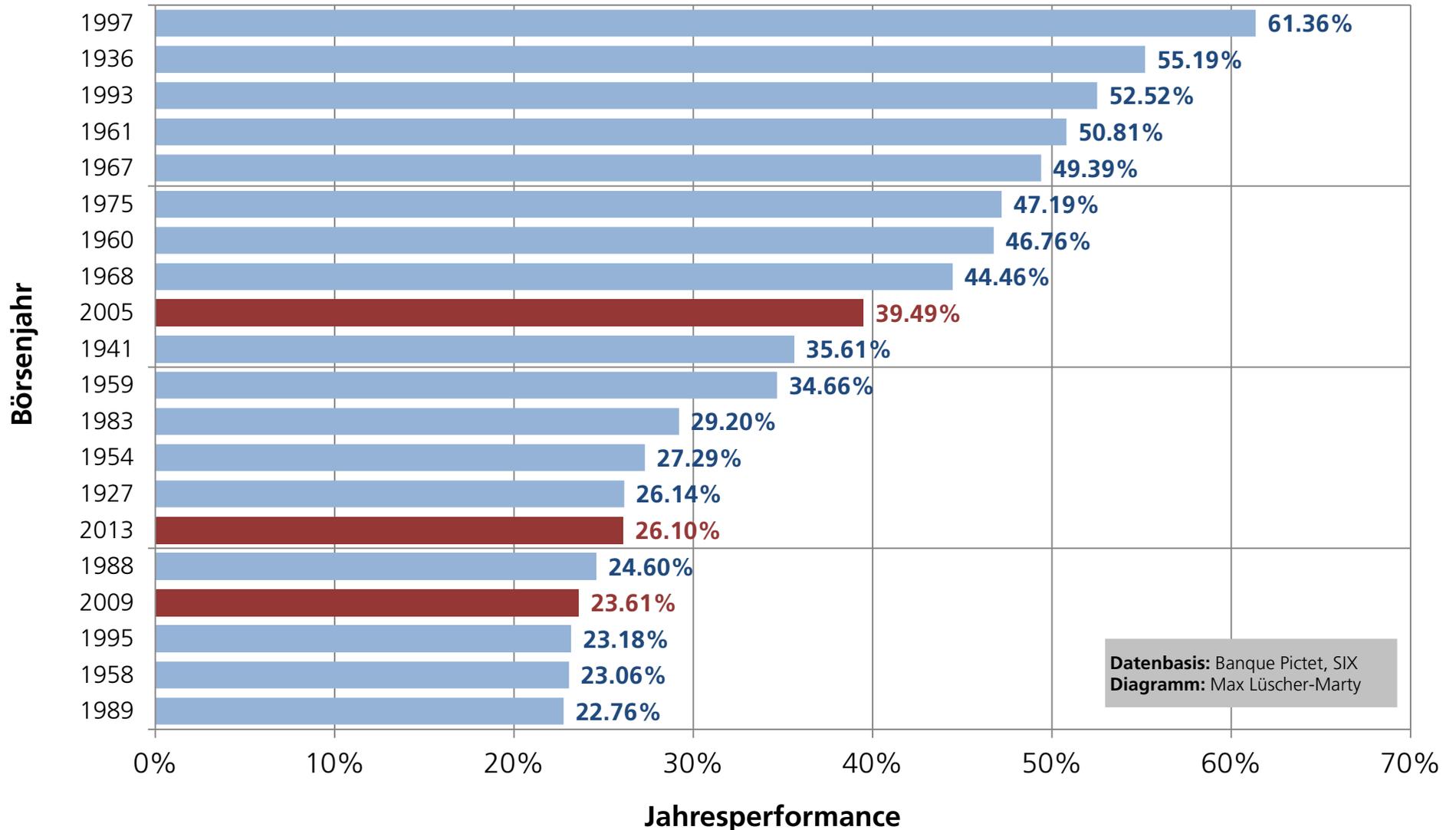
# CH-Banken: Hypothekarforderungen Inland / Marktanteile

31.12.1997-31.12.2017 / inkl. Fremdwährungskredite



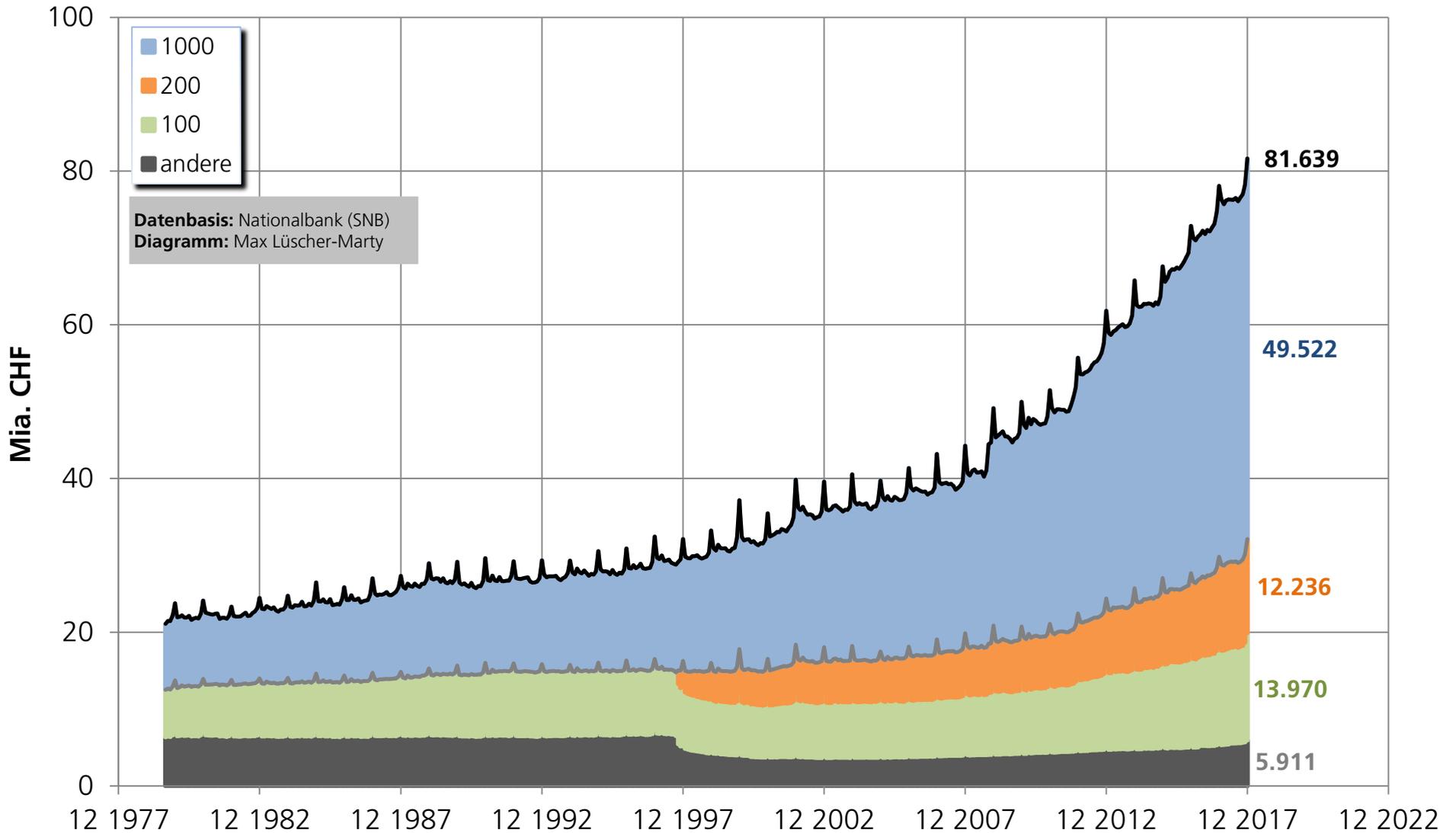
# CH-Aktienmarkt 1926-2018

## Die 20 besten Börsenjahre



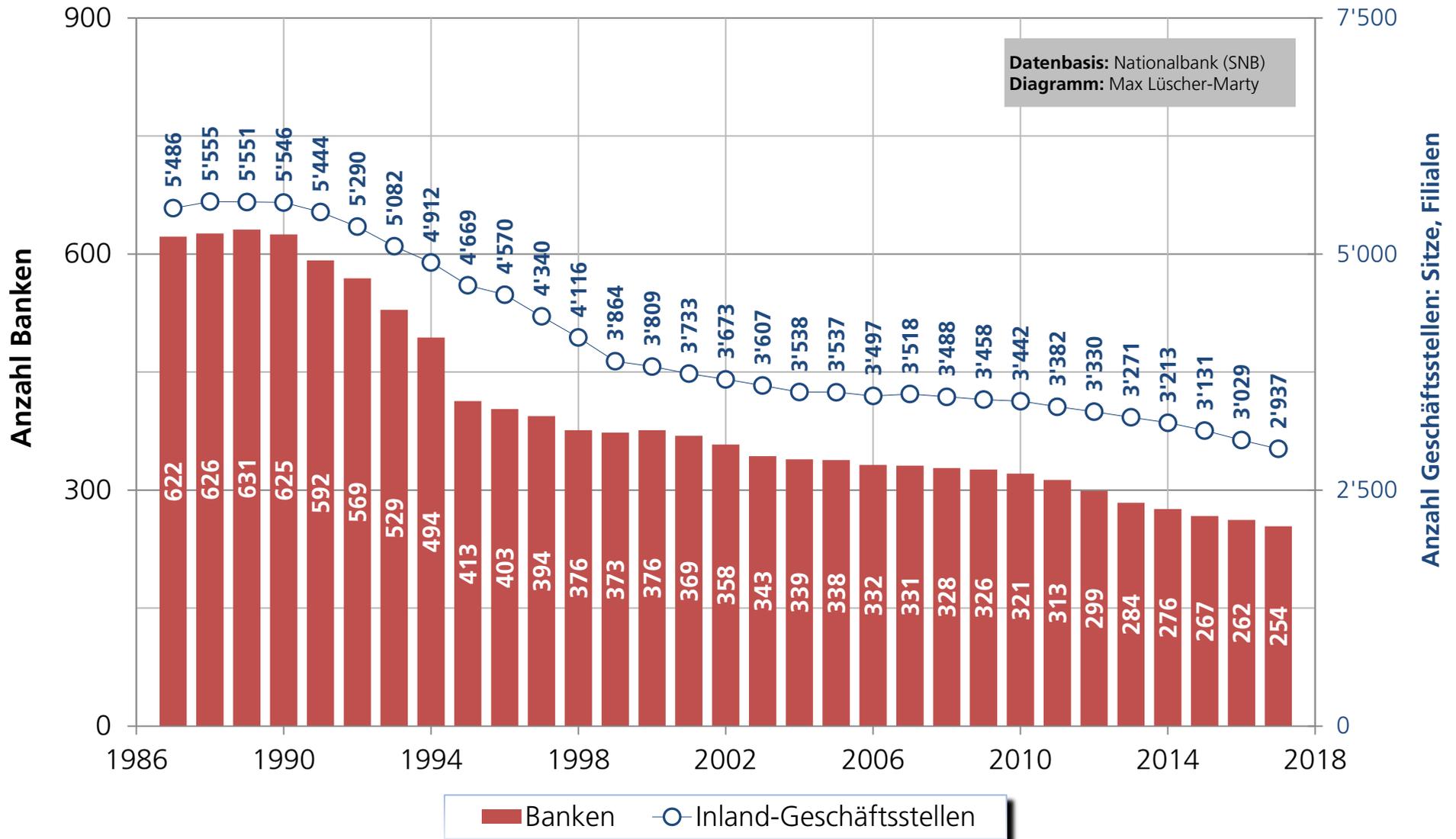
# SNB: Notenumlauf

Monatsendwerte: 31.08.1978-31.12.2017



# Banken in der Schweiz

Anzahl Banken/Geschäftsstellen: 1987-2017



**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung

Feldstrasse 41, 7205 Zizers

081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch

www.ibf-chur.ch

# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**

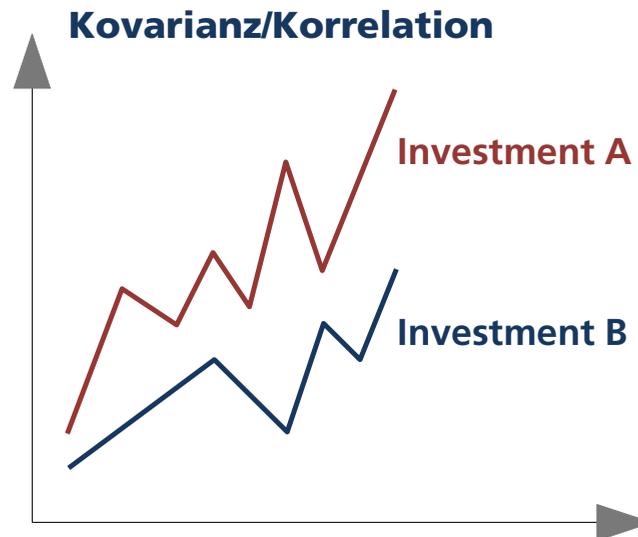
Max Lüscher-Marty

3., überarbeitete Auflage 2016

Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 6: **Statistik**

# Portfoliotheoretische Basiskennzahlen



# Statistik

```
graph TD; A[Statistik] --> B[Beschreibende Statistik (deskriptive Statistik)]; A --> C[Schliessende Statistik (analytische Statistik)]; B --- D[Daten sammeln<br/>Daten aufbereiten<br/>Daten präsentieren]; C --- E[versucht, aufgrund vergleichsweise<br/>kleiner Datenmengen, allgemein<br/>gültige Aussagen abzuleiten,<br/>Trends zu erkennen oder<br/>Vorhersagen zu machen];
```

## Beschreibende Statistik (deskriptive Statistik)

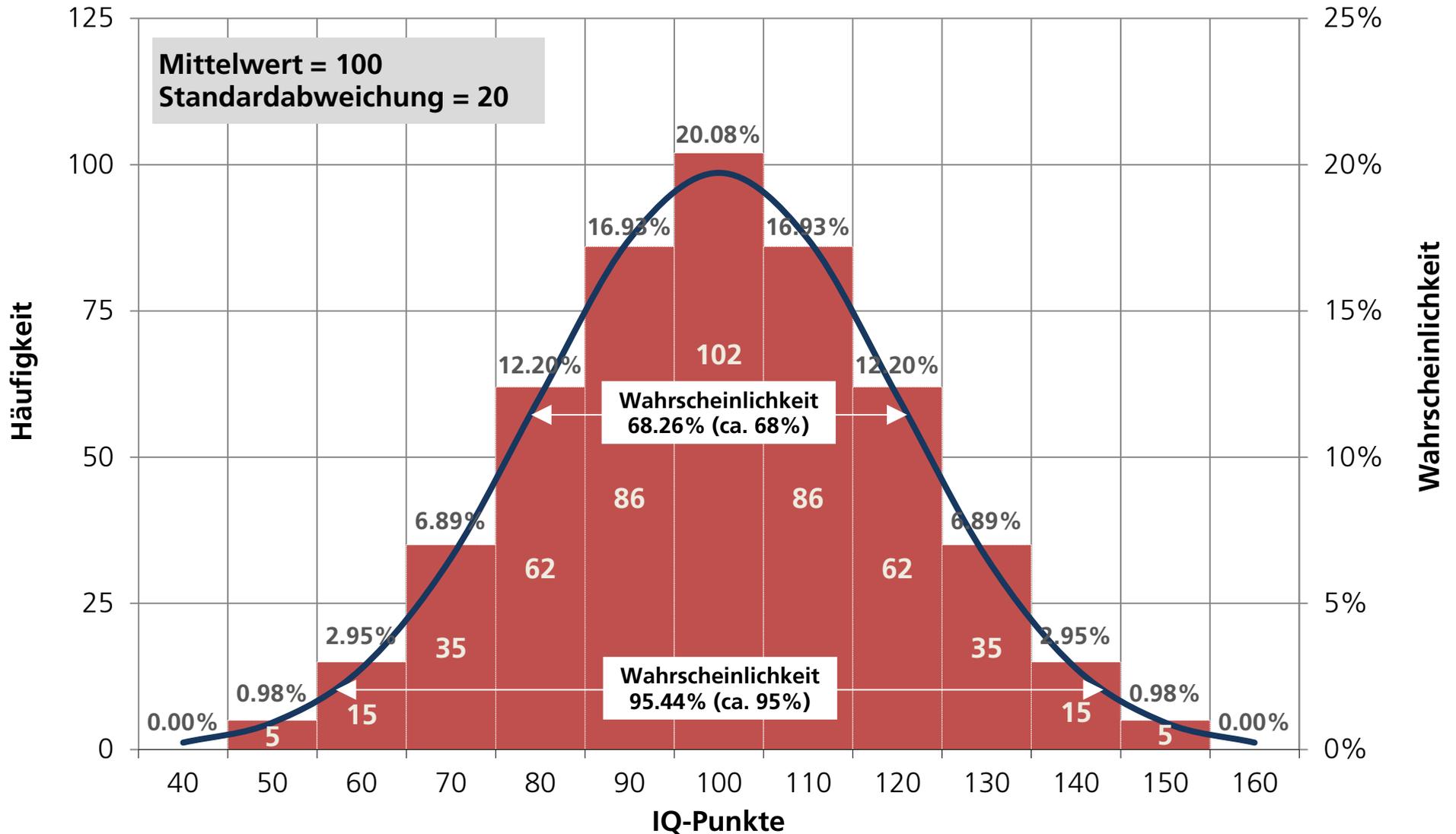
Daten sammeln  
Daten aufbereiten  
Daten präsentieren

## Schliessende Statistik (analytische Statistik)

versucht, aufgrund vergleichsweise  
kleiner Datenmengen, allgemein  
gültige Aussagen abzuleiten,  
Trends zu erkennen oder  
Vorhersagen zu machen

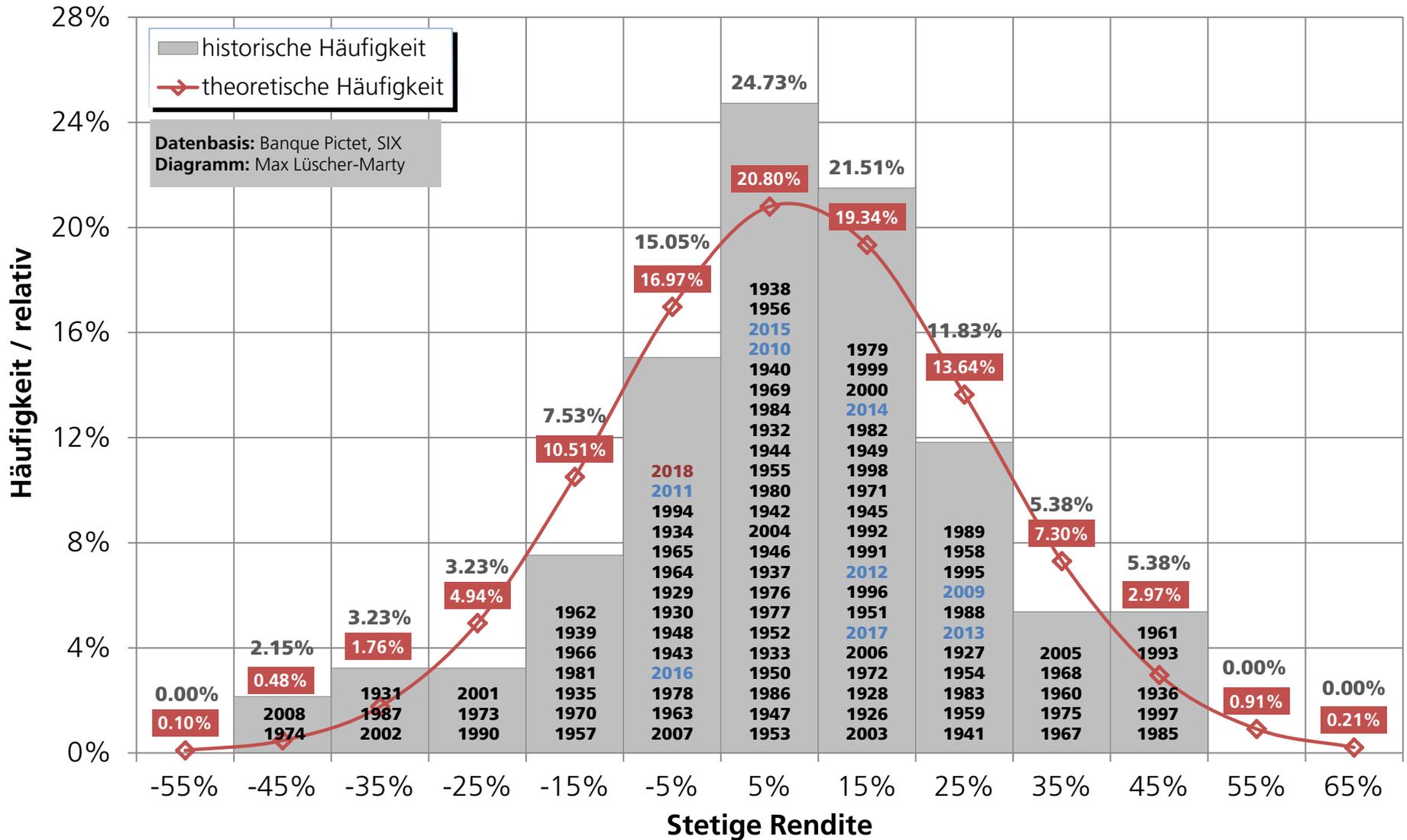
# Histogramm mit Normalverteilungskurve

Beispiel: Intelligenztest mit 508 Probanden



# Verteilung stetiger CH-Aktienrenditen: 1926-2018

Mittelwert = 7,36%, Standardabweichung = 18,81%

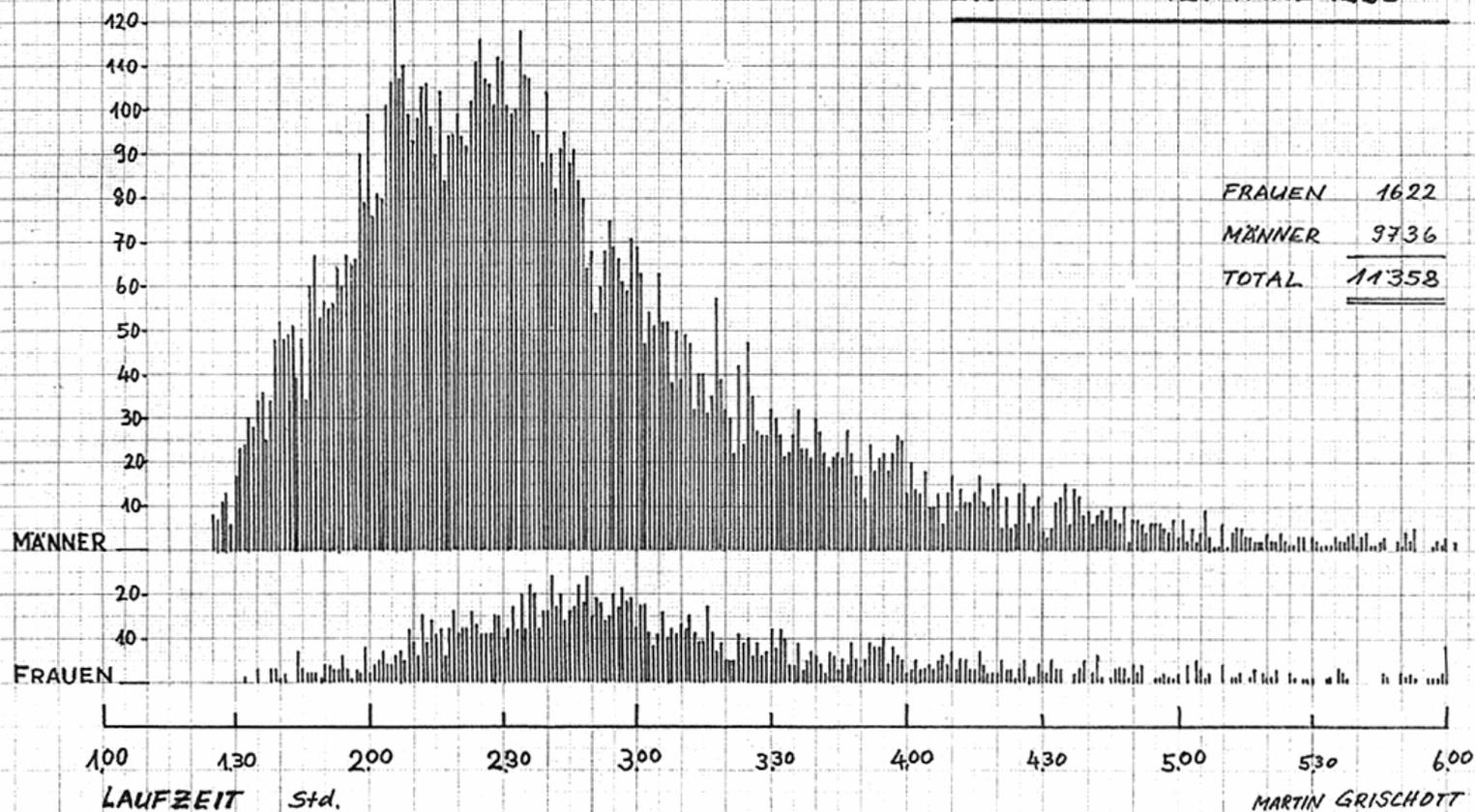


## DIE GROSSE MASSE ERREICHTE DAS ZIEL NACH 2 1/2 STUNDEN

**ANZAHL**  
LÄUFER/-INNEN  
PRO. MINUTE

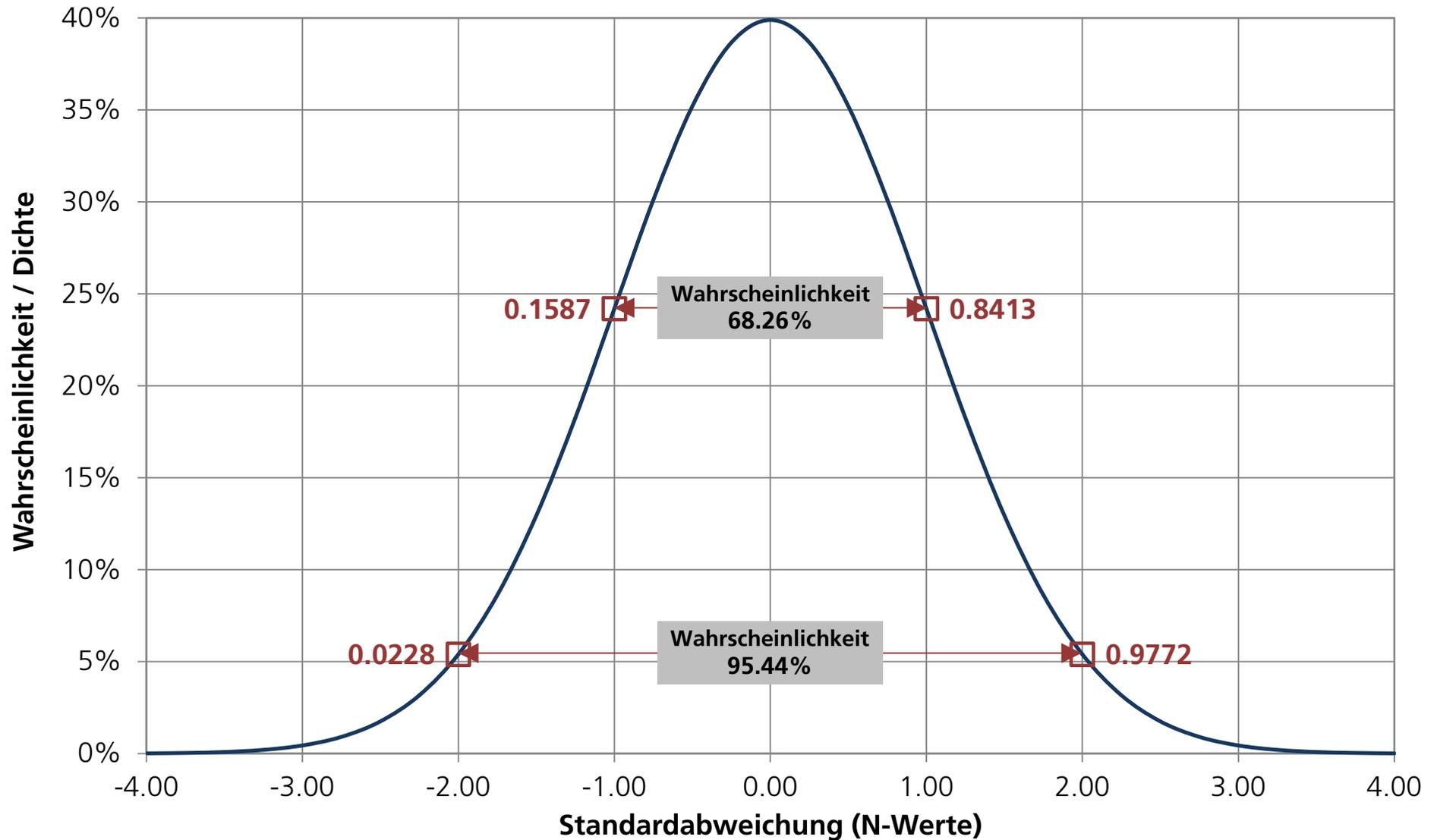
**ENGADIN-SKIMARATHON**  
**LAUFZEITEN**

**27. LAUF 12. MÄRZ 1995**



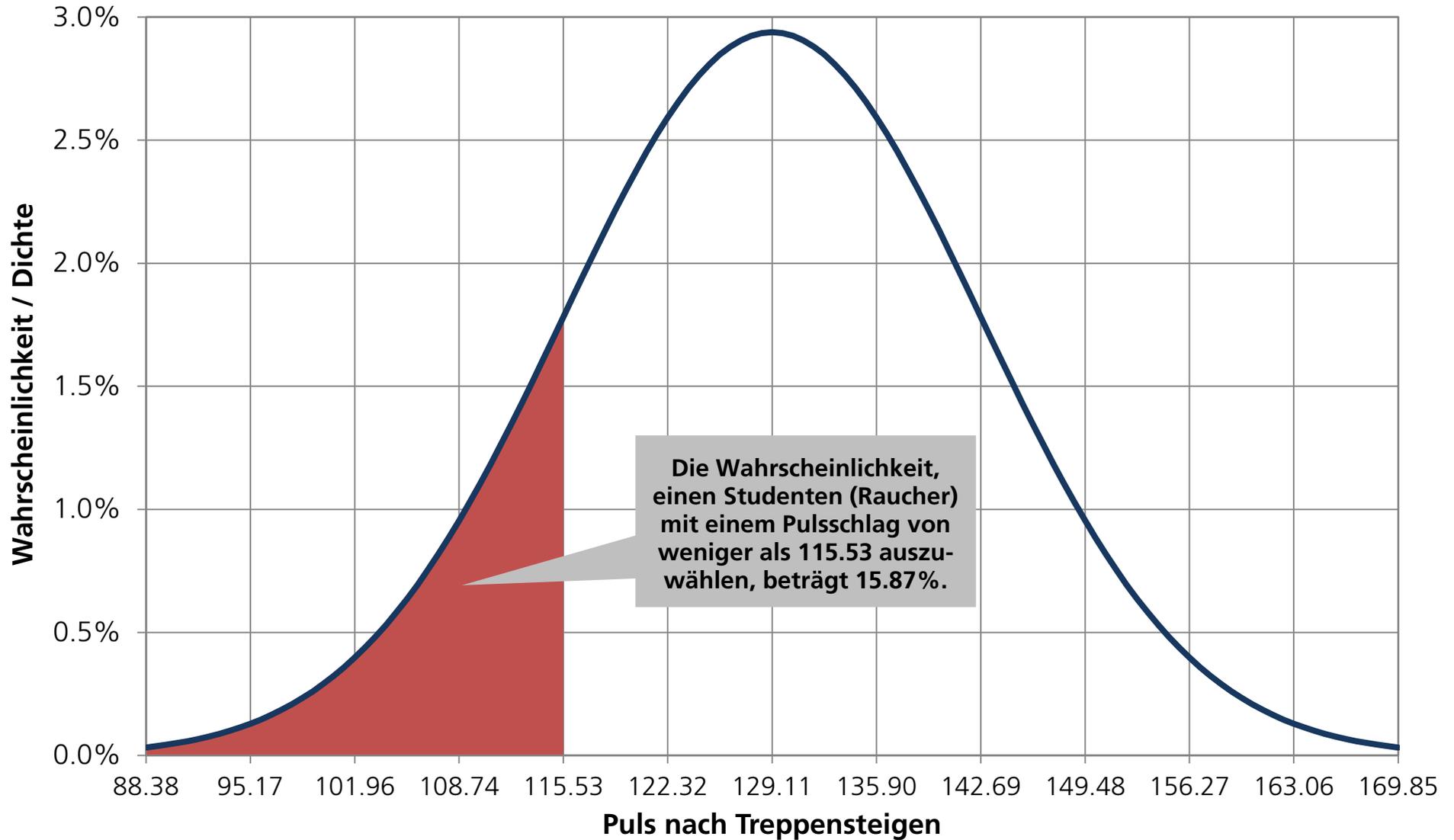
# Standardnormalverteilung

Mittelwert = 0, Standardabweichung = -4.0 bis 0.0; 0.0 bis +4.0



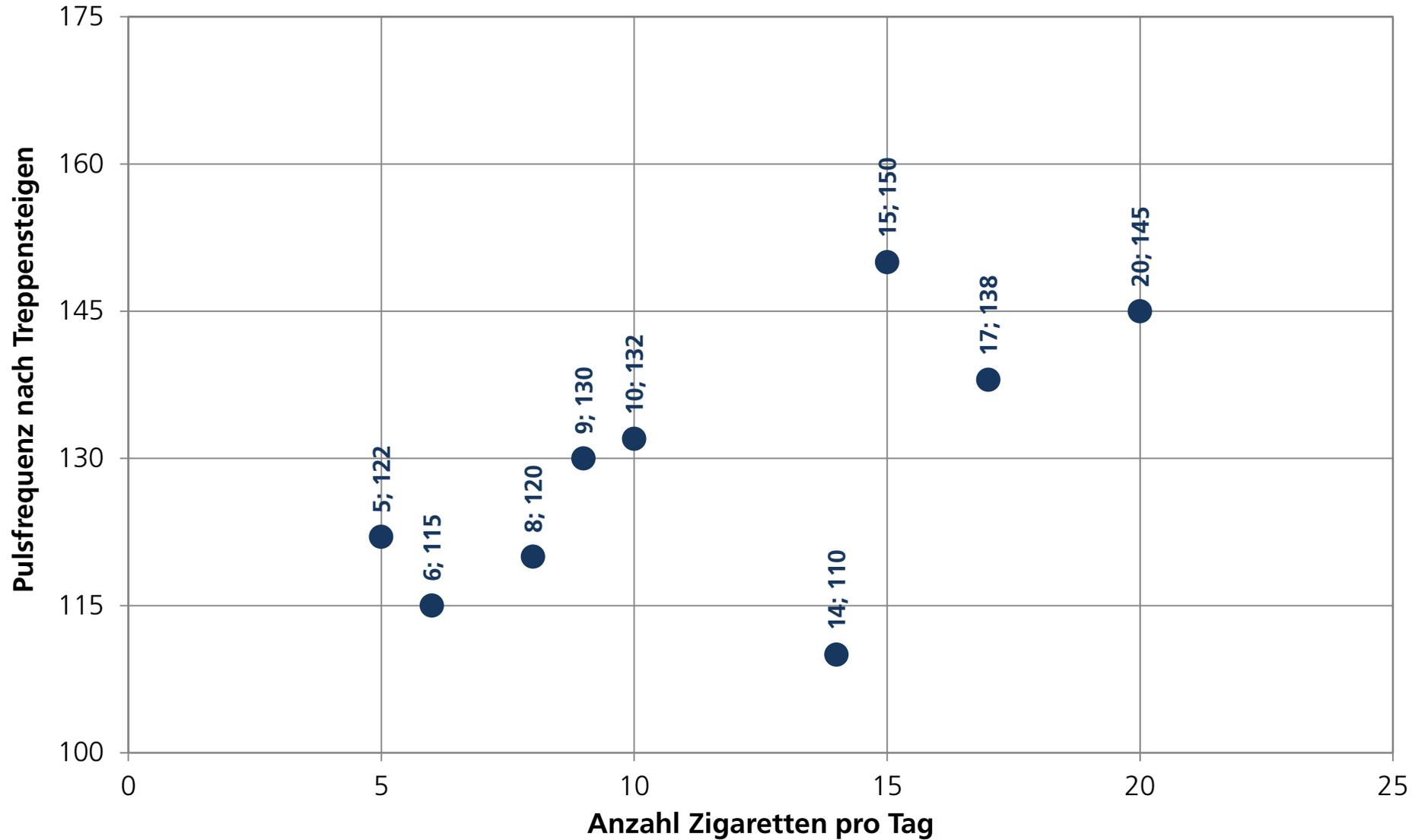
# Diagramm Normalverteilung

## Puls nach Treppensteigen

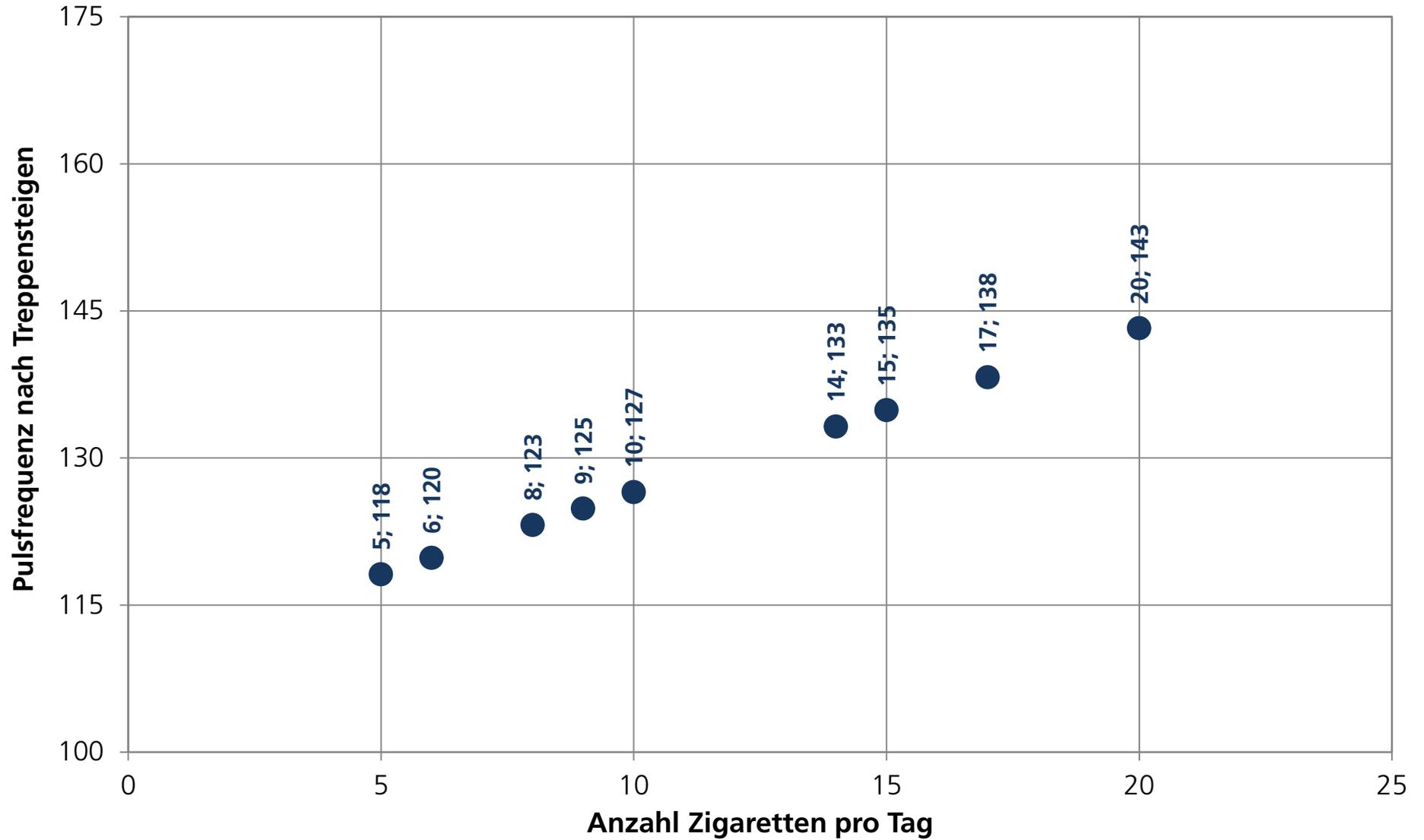


# Streudiagramm

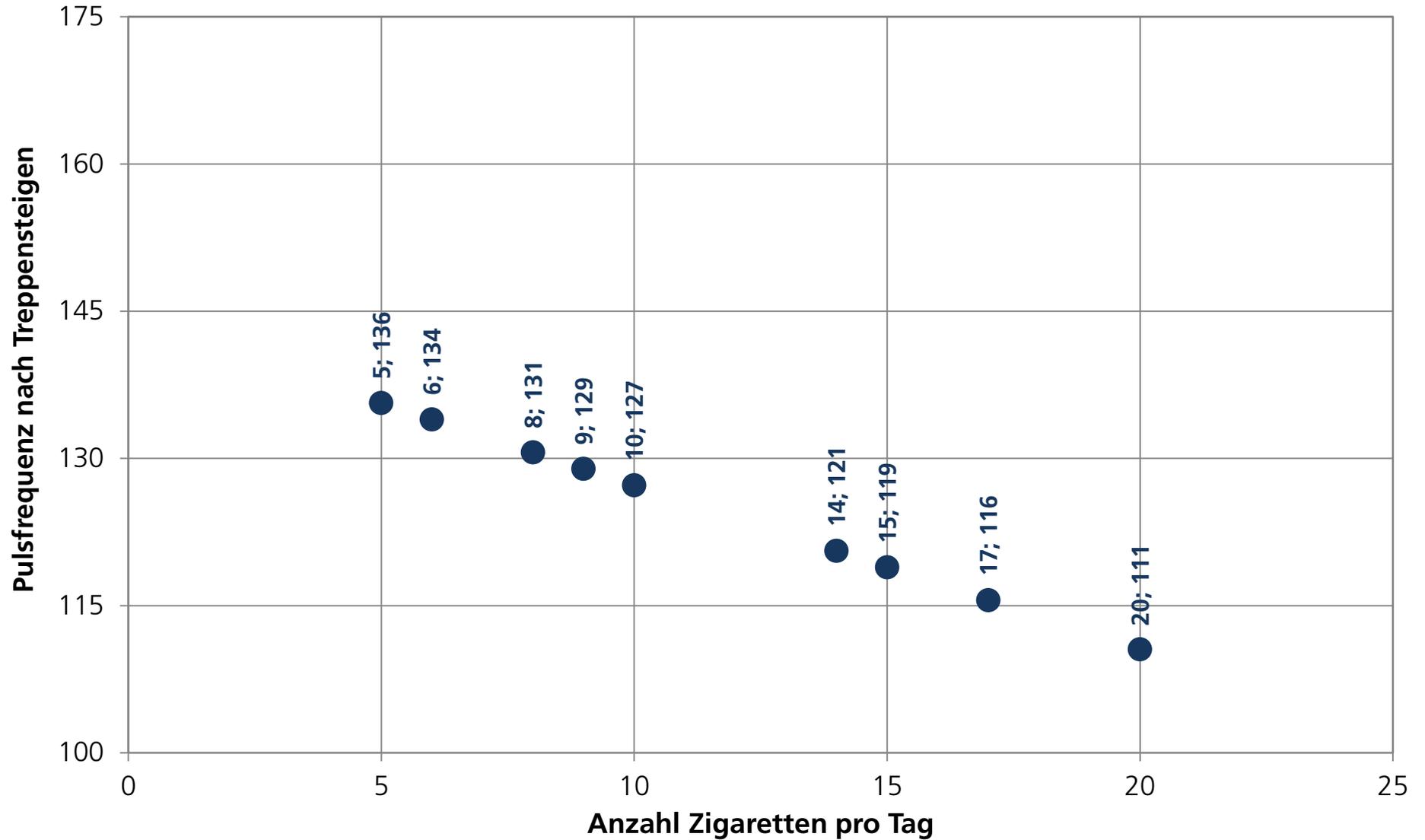
## Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



**Korrelation: +1.00**  
Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz

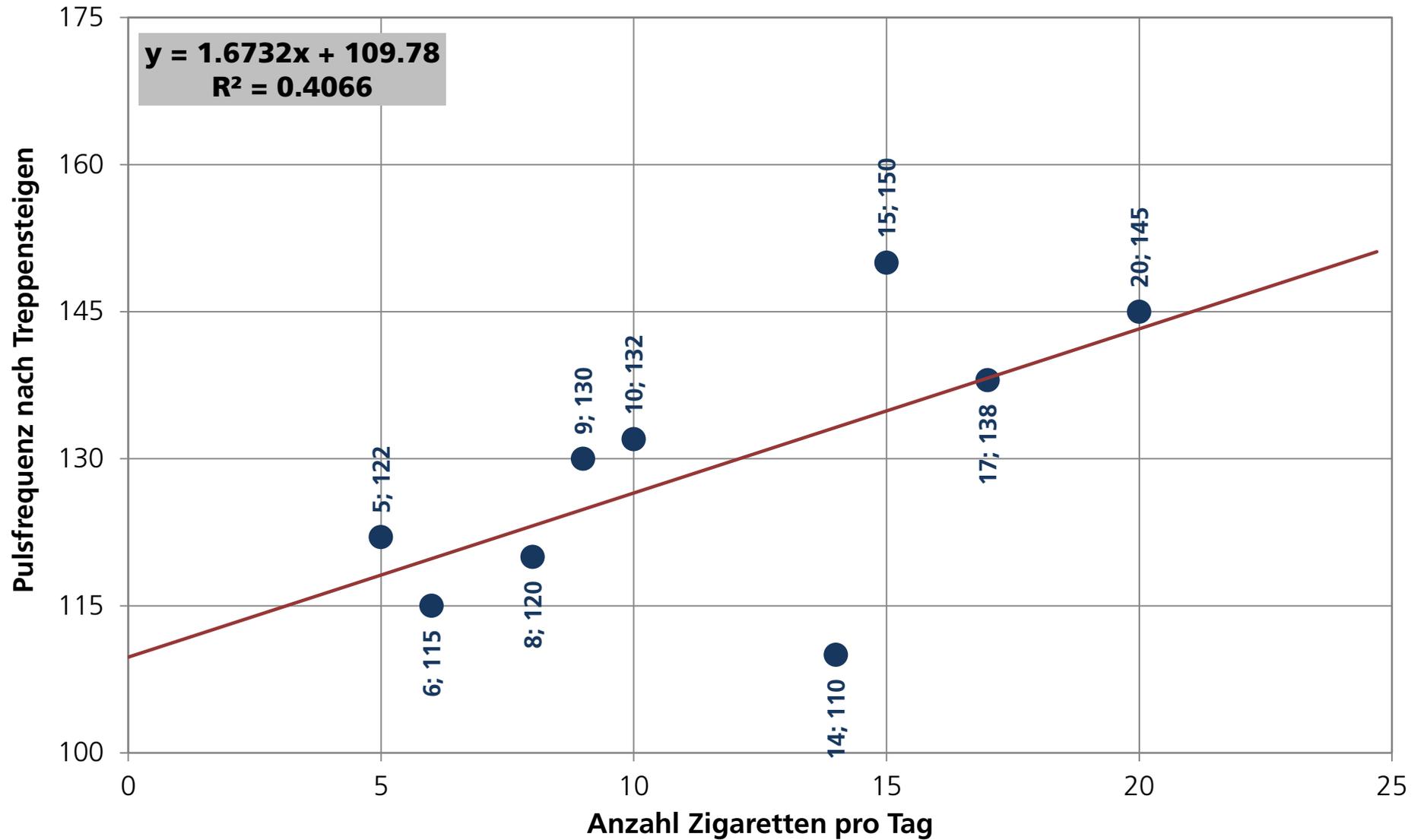


**Korrelation: -1.00**  
Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



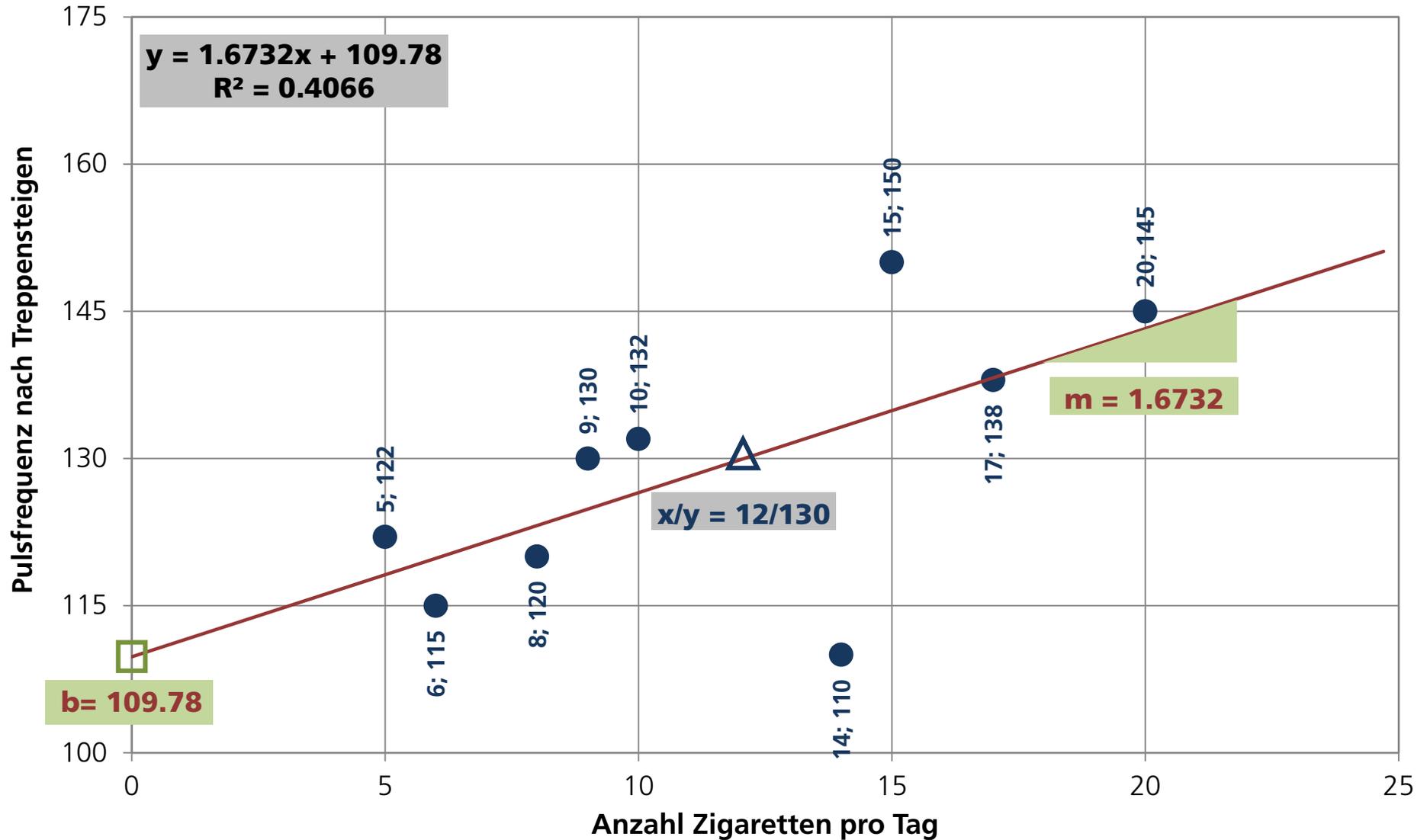
# Regressionsgerade/Trendlinie

## Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



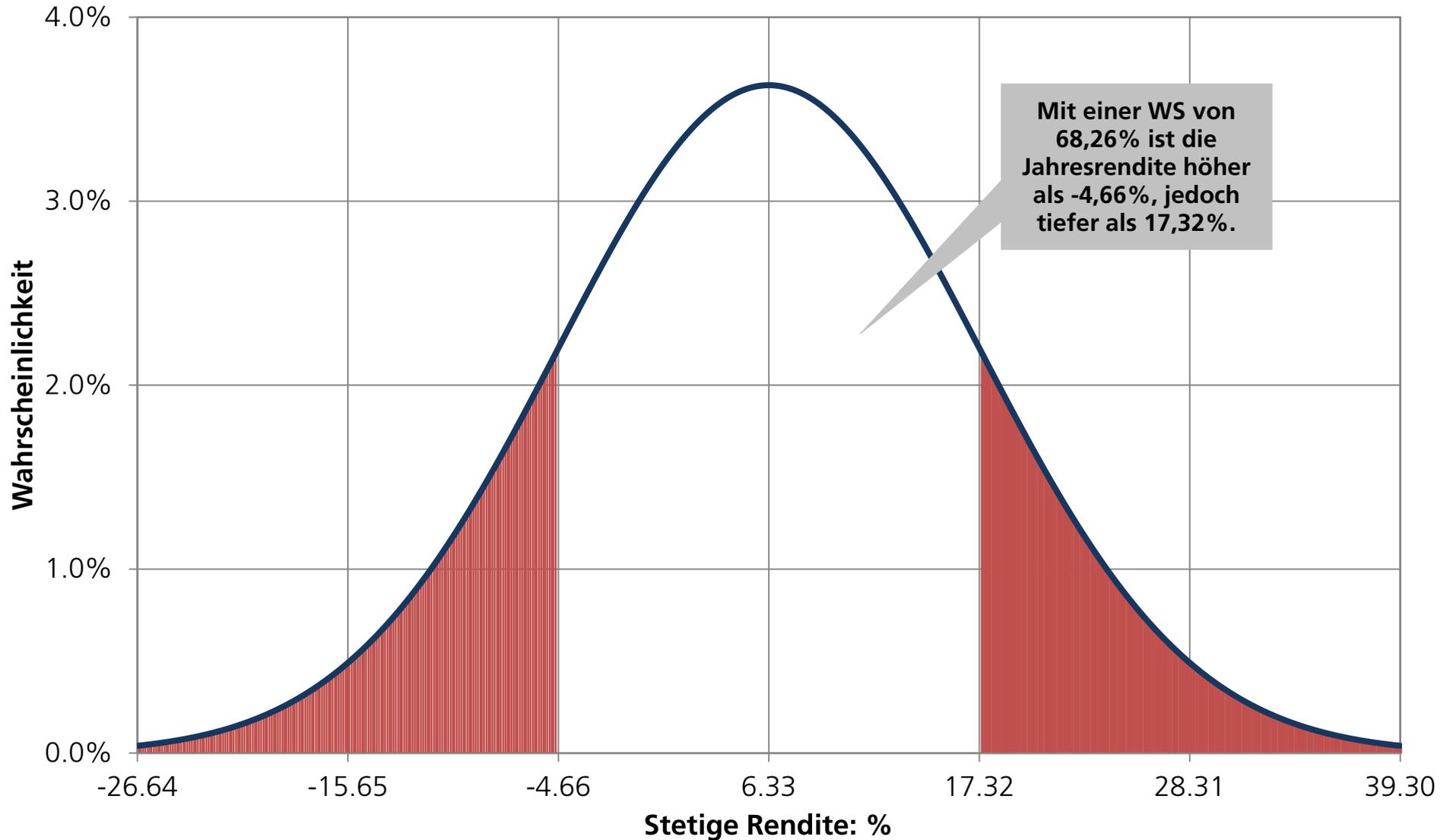
# Regressionsgerade/Trendlinie

## Zigarettenkonsum / Pulsfrequenz



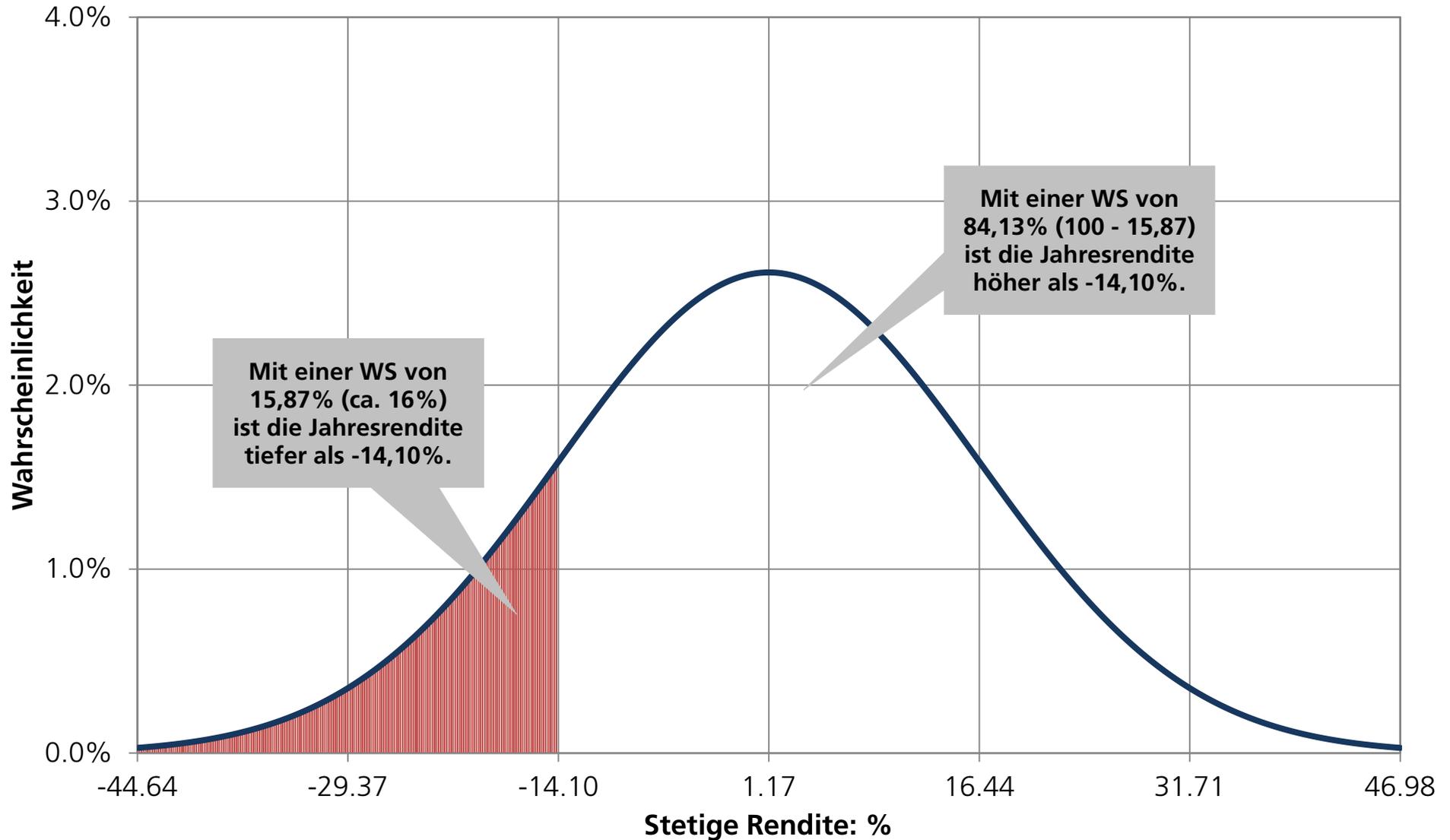
## SMI: Normalverteilungsfunktion

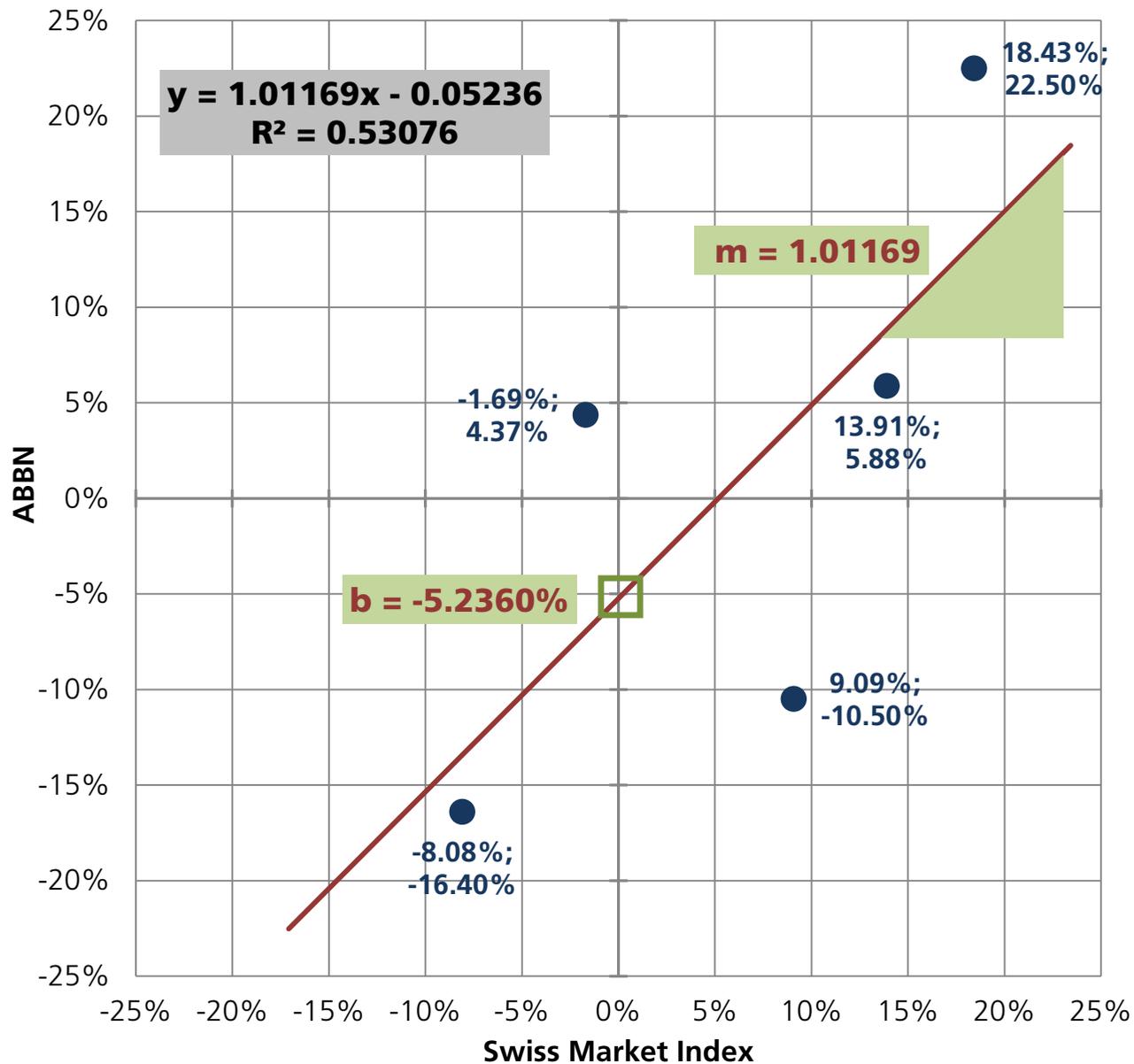
Jahresrendite (Mittelwert) = 6,33%, Standardabweichung = 10,99%



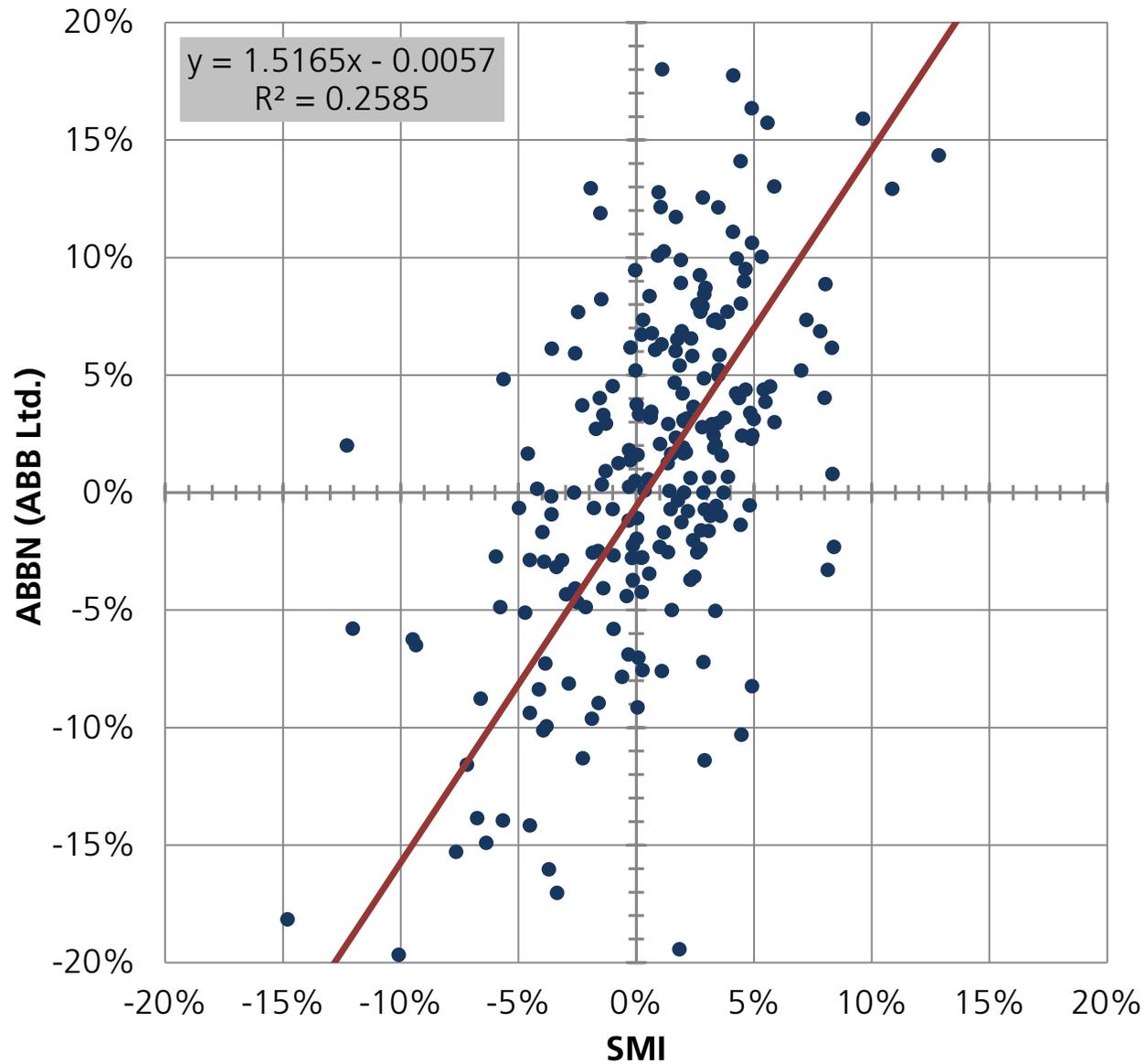
## ABN: Normalverteilungsfunktion

Jahresrendite (Mittelwert) = 1,17%, Standardabweichung = 15,27%

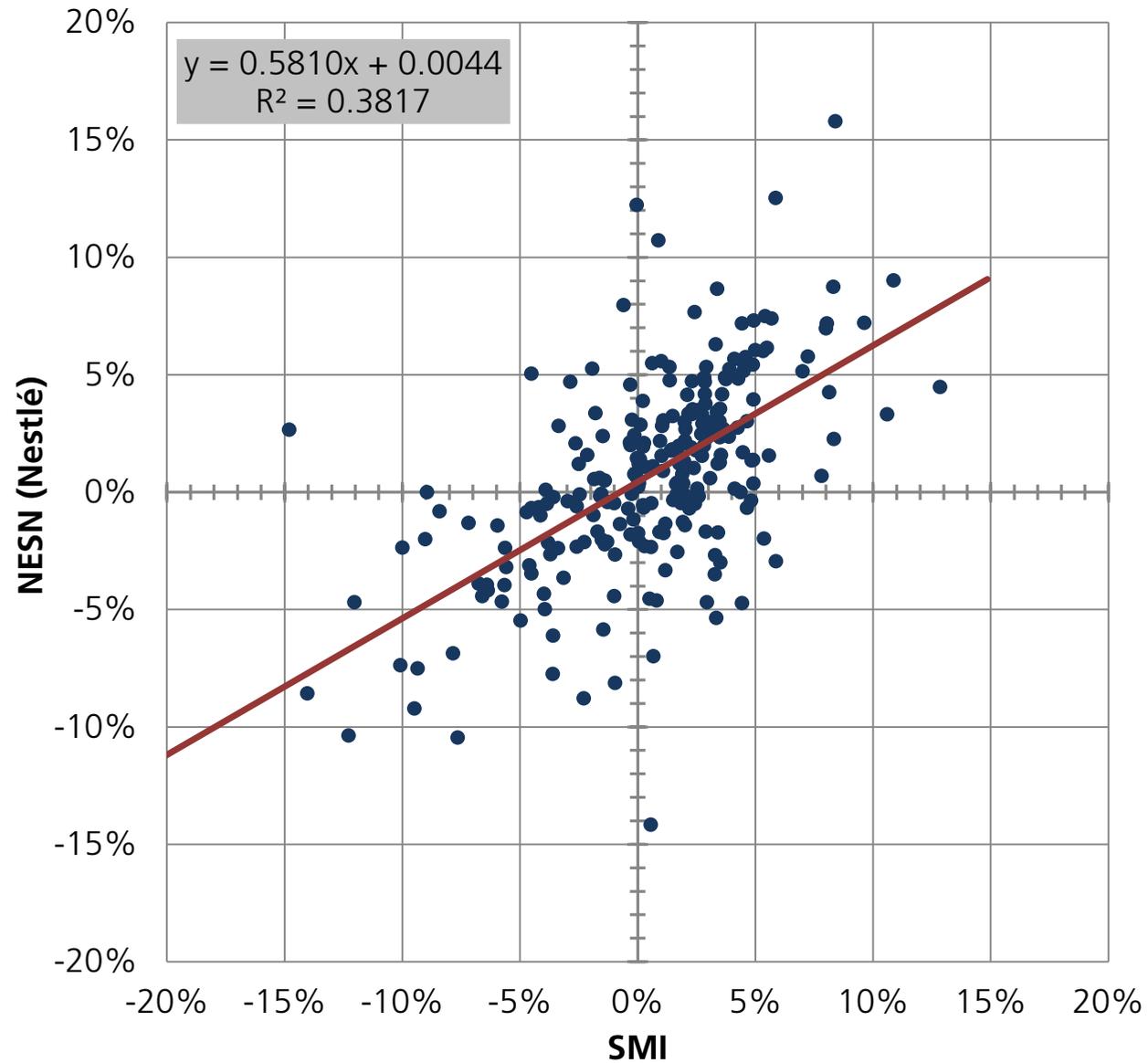




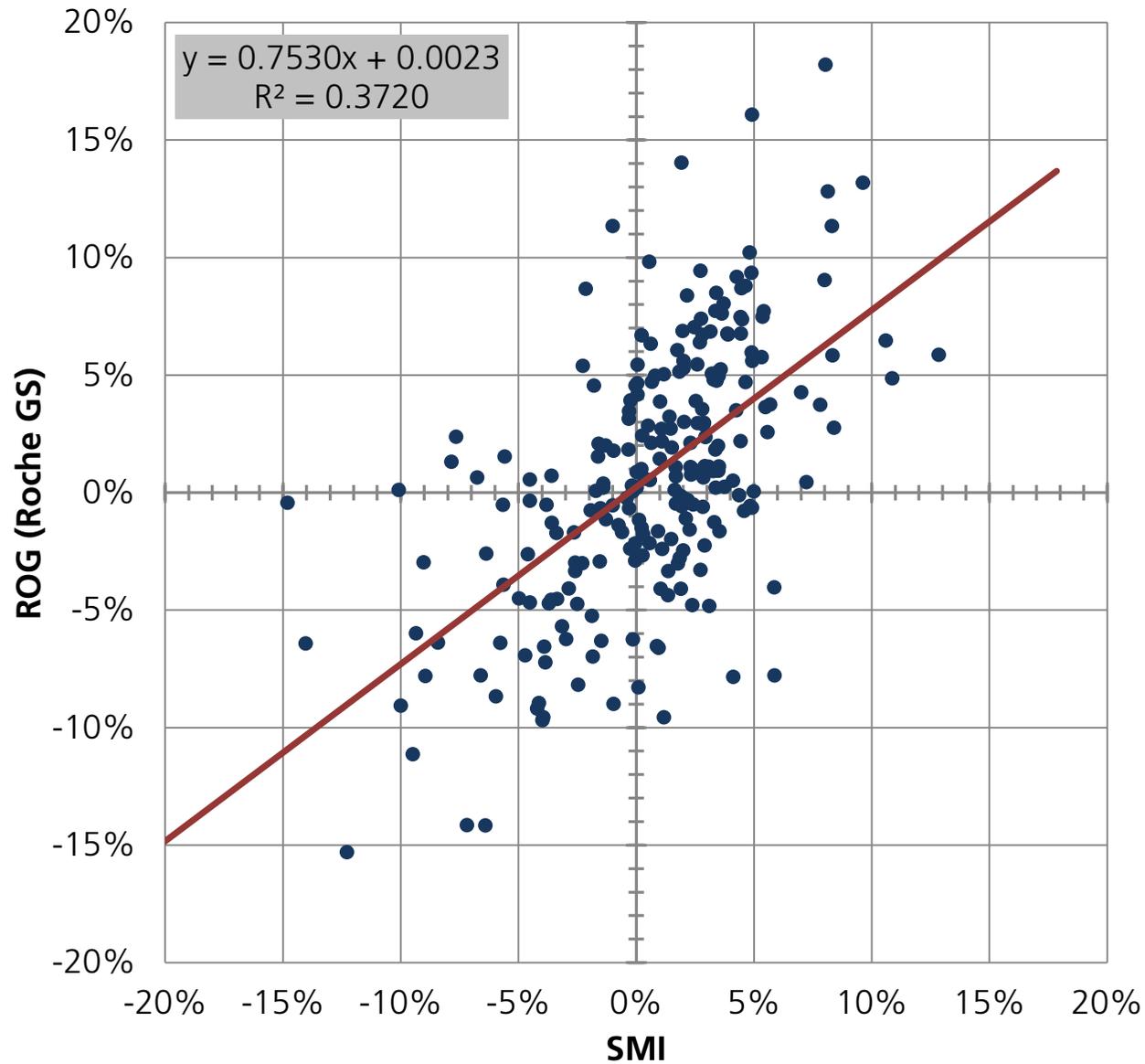
## ABBN/SMI 1994-2014: Beta, Alpha, R2



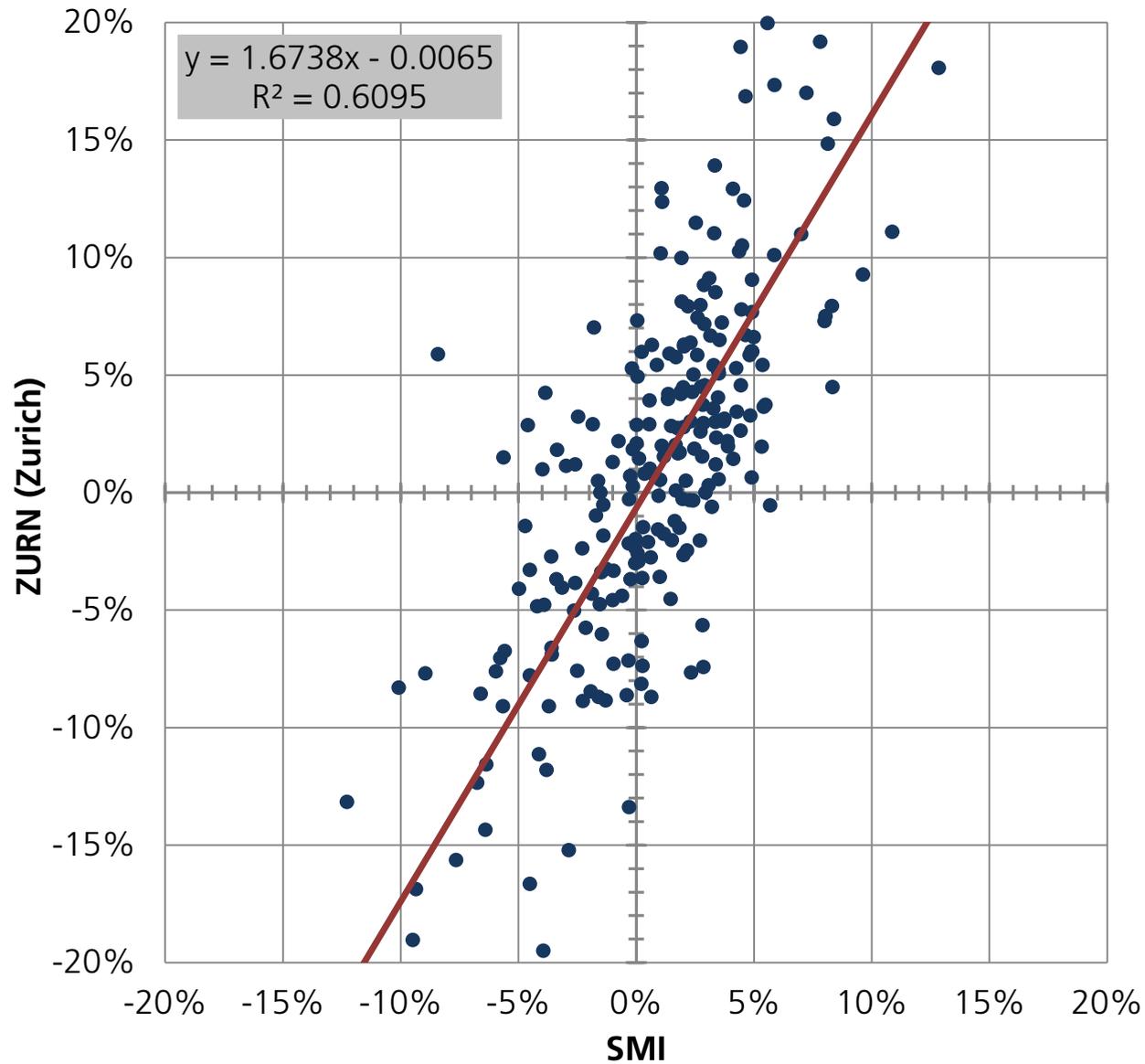
## NESN/SMI 1994-2014: Beta, Alpha, R2



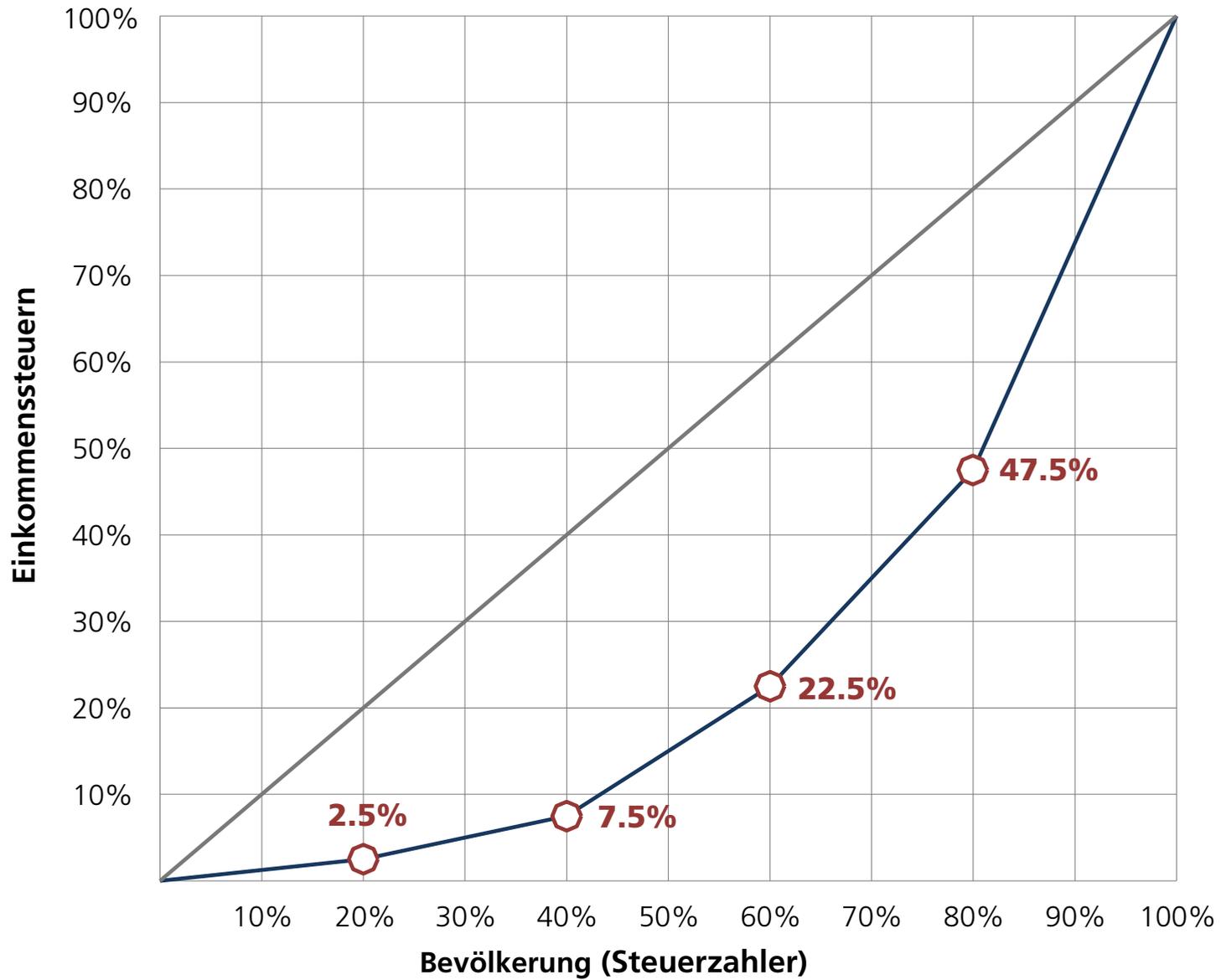
## ROG/SMI 1994-2014: Beta, Alpha, R2



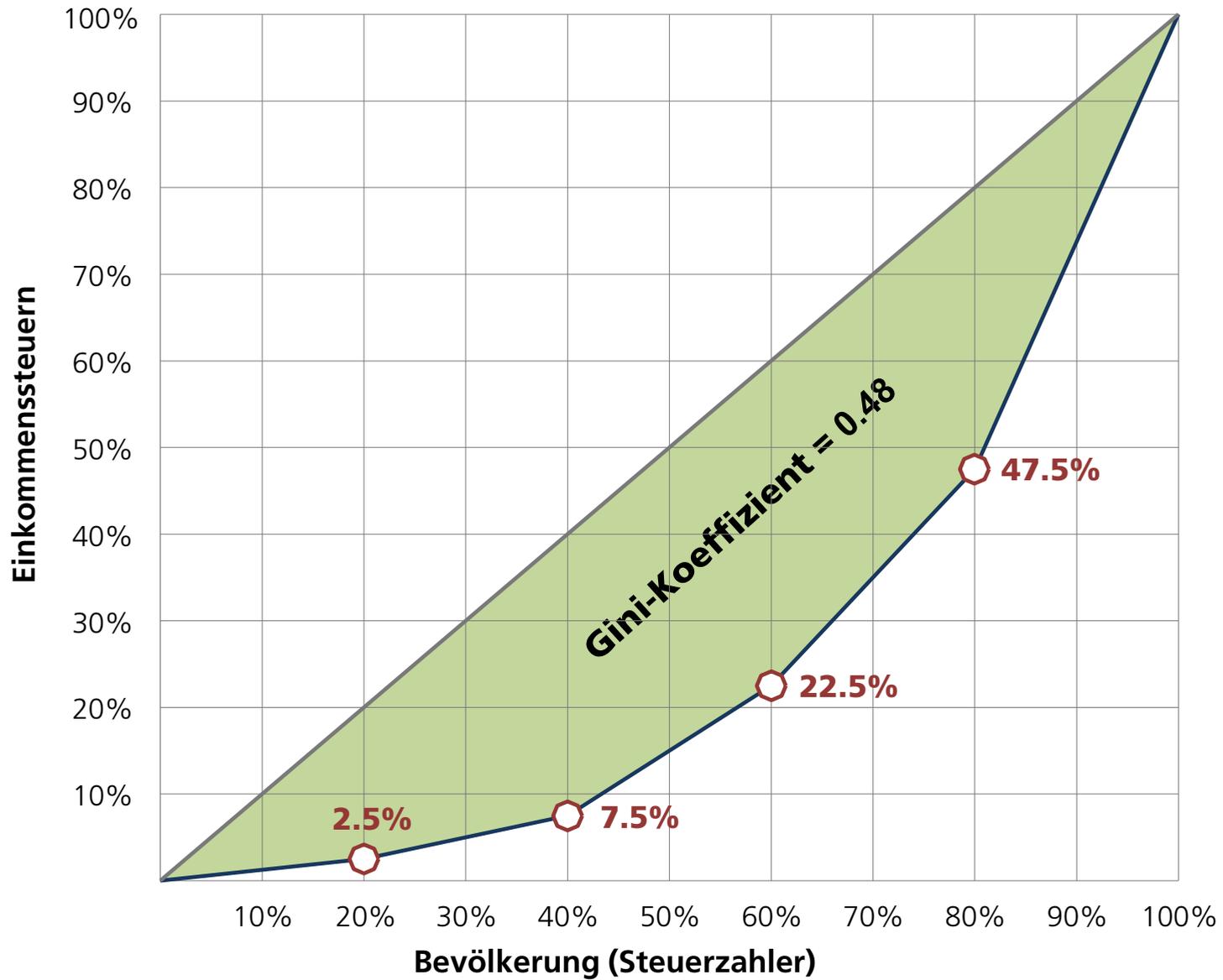
## ZURN/SMI 1994-2014: Beta, Alpha, R2



# Lorenzkurve



# Lorenzkurve



**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung

Feldstrasse 41, 7205 Zizers

081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch

www.ibf-chur.ch

# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**

Max Lüscher-Marty

3., überarbeitete Auflage 2016

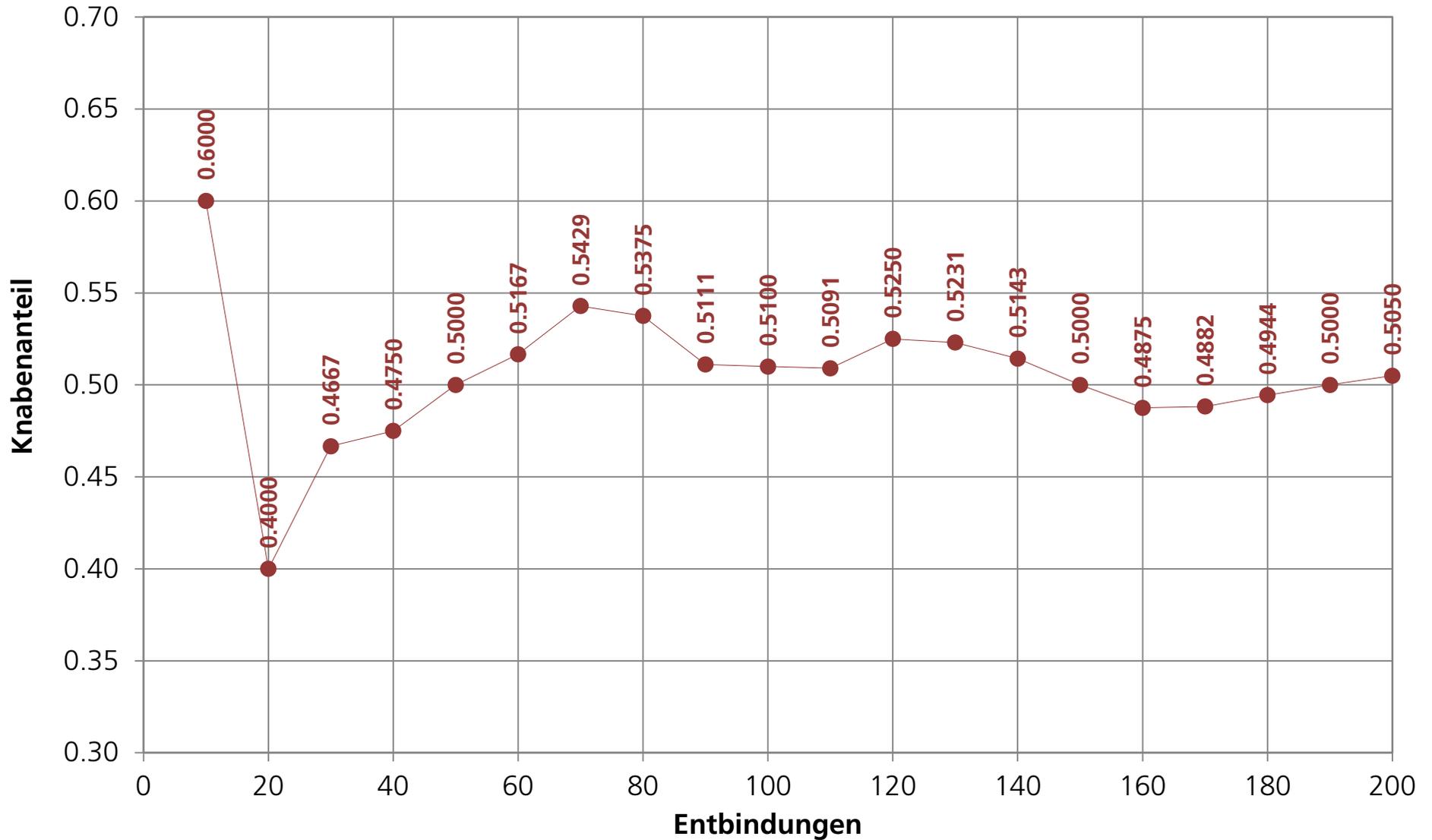
Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 7:

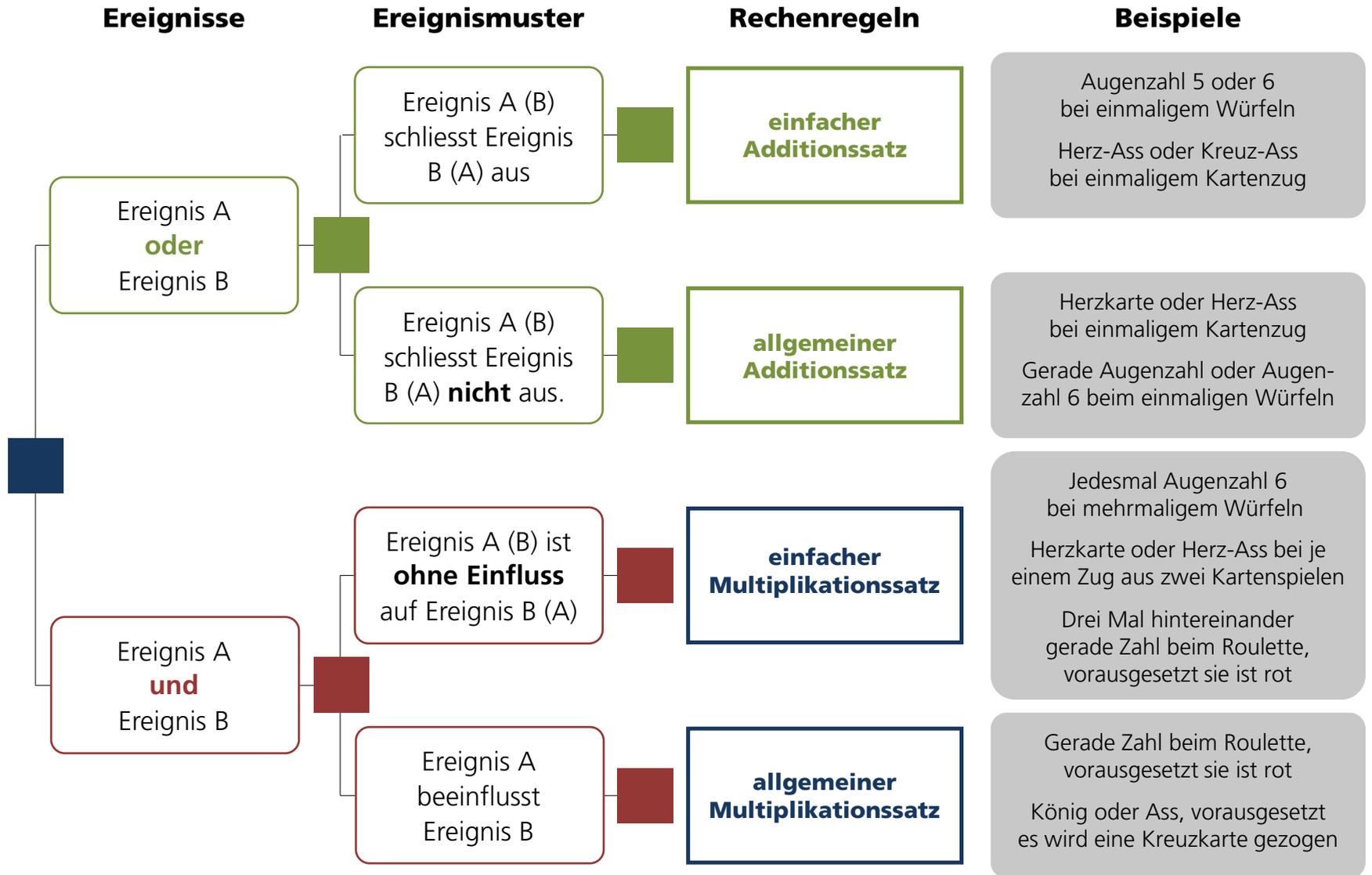
# Wahrscheinlichkeitsrechnung

# Entbindungen in einer Frauenklinik

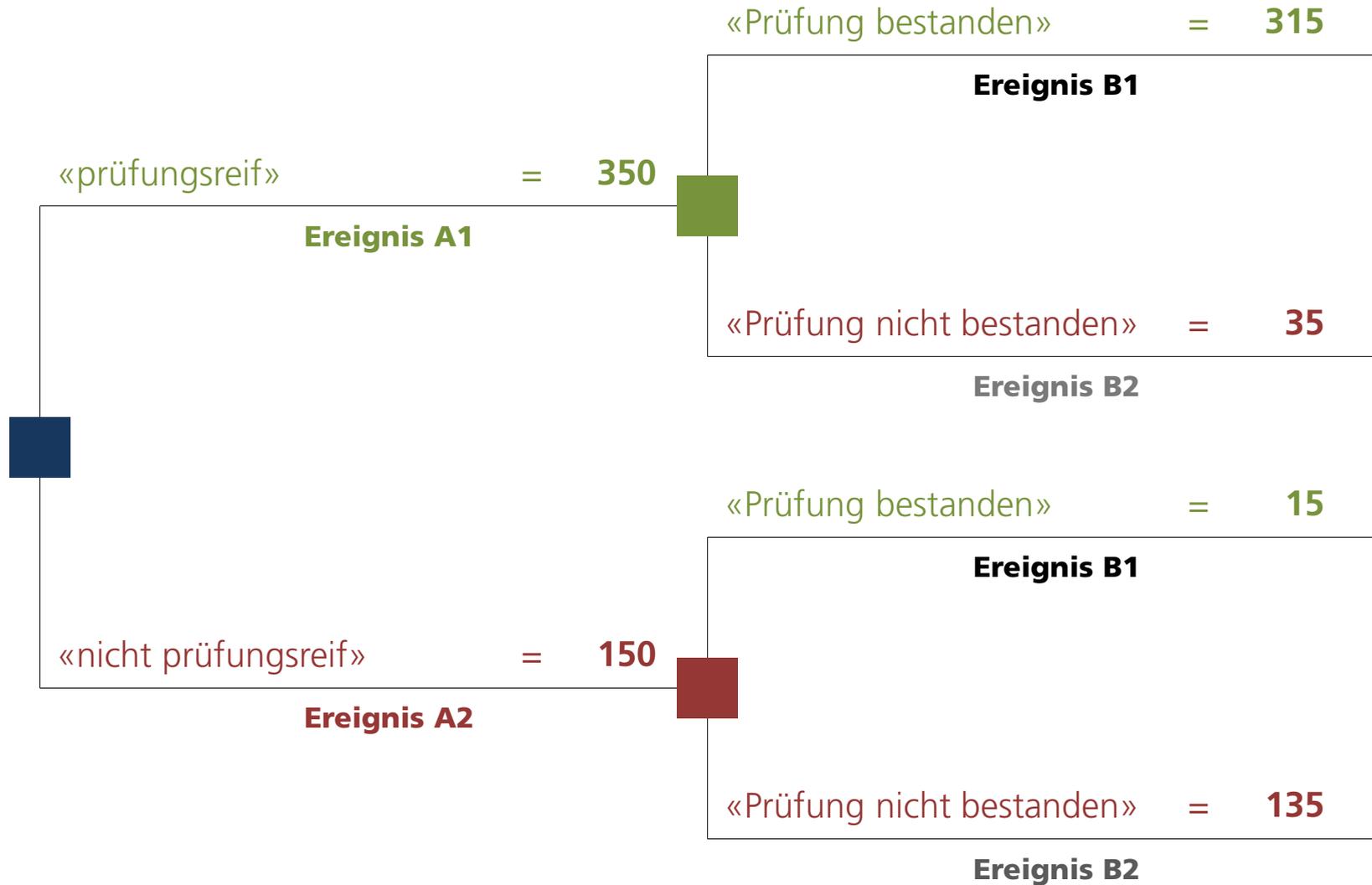
## Anteil Knabengeburt



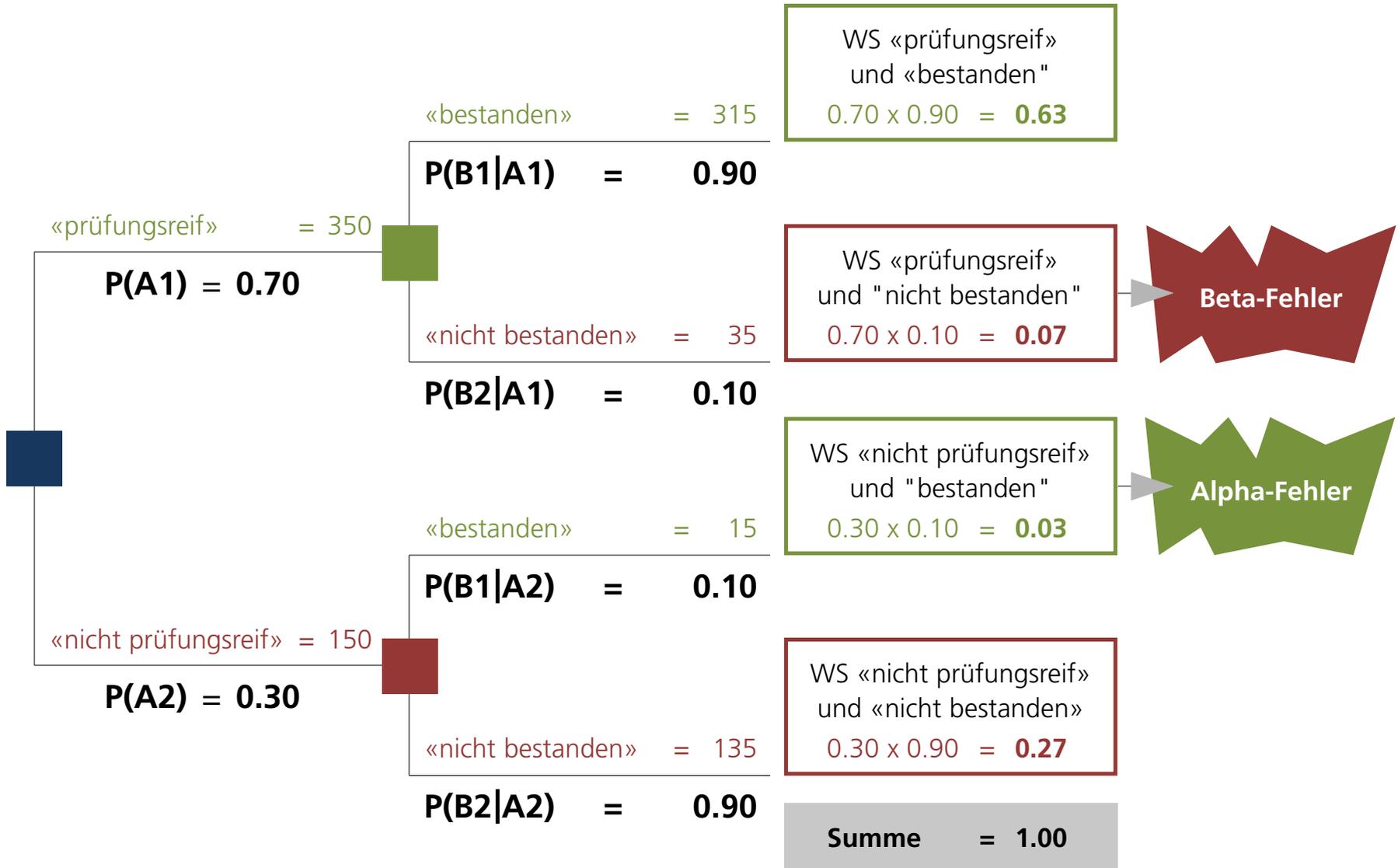
# Wahrscheinlichkeitsrechnung für zwei und mehr Ereignisse



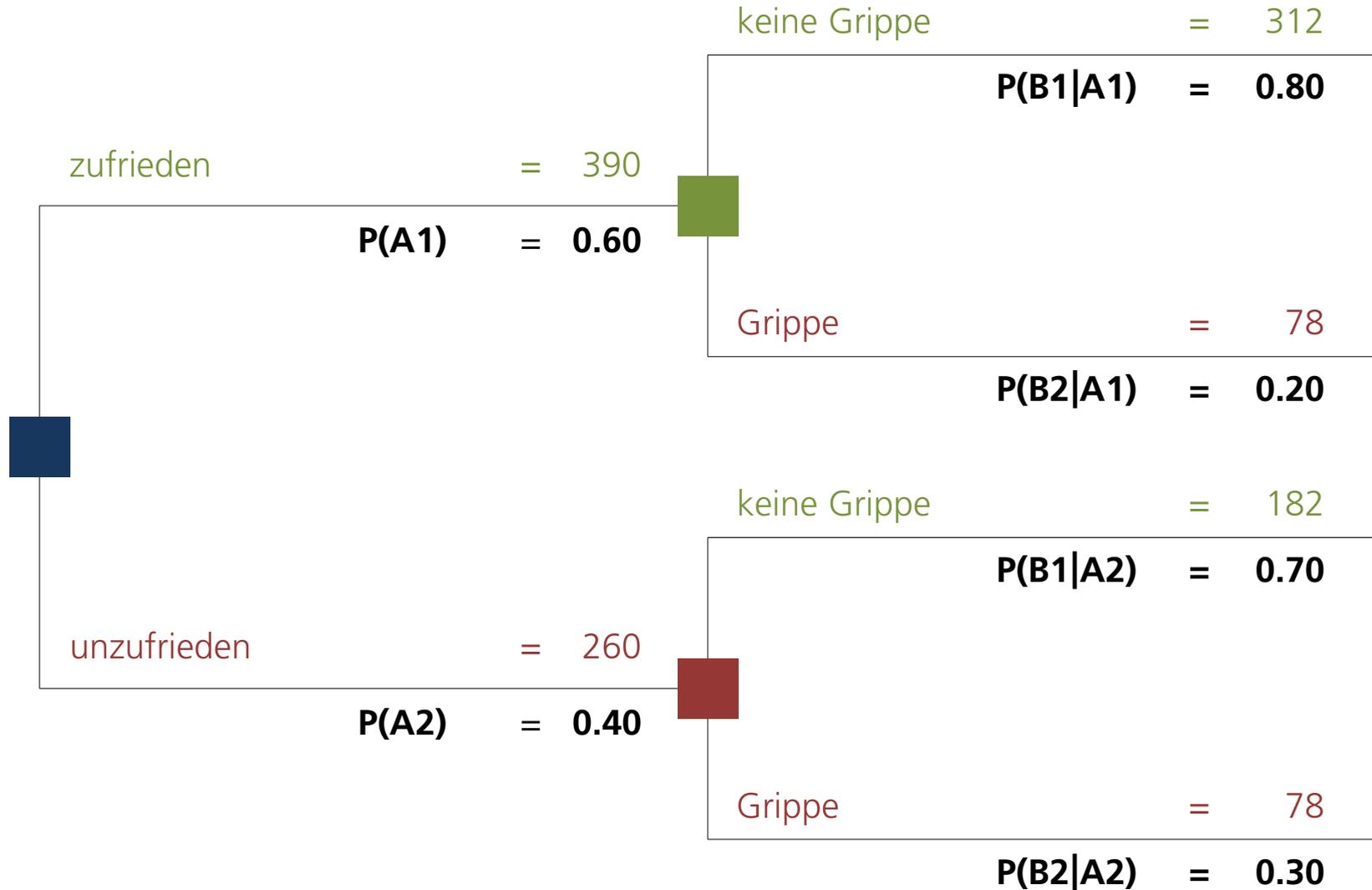
# Baumdiagramm



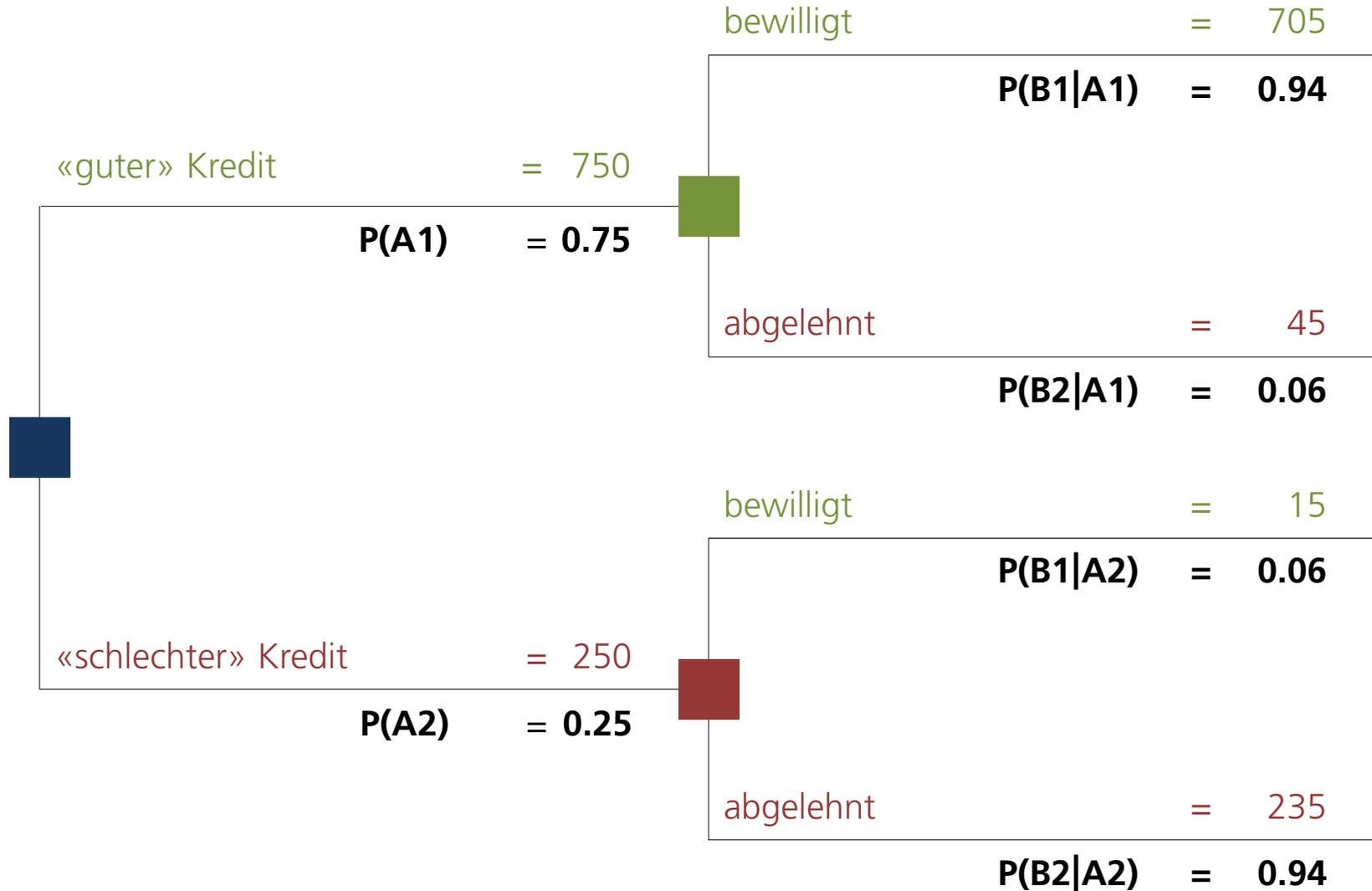
# Bedingte Wahrscheinlichkeit: Detailanalyse



# Ereignisse und Ereignis-Wahrscheinlichkeiten



# Ereignisse und Ereignis-Wahrscheinlichkeiten



# Kombinatorik

## Variationen

Gegeben sind  $k$  sich ausschliessende Ereignisse.

**Wie viele verschiedene Ereignisabfolgen sind bei  $n$  Versuchen möglich?**

### Beispiele:

Ereignisabfolgen (Kopf, Zahl) bei  $n$  Münzwürfen;

Ereignisabfolgen (1, 2, X) bei  $n$  Fussballspielen (Toto-X).

## Permutationen

Gegeben sind  $n$  verschiedene Elemente.

**Wie viele Möglichkeiten gibt es, die verschiedenen Elemente anzuordnen bzw. einzureihen?**

**Wie viele Anordnungen sind möglich, wenn aus  $n$  Elementen  $k$  Elemente gezogen werden?**

### Beispiele:

Anzahl möglicher Sitzordnungen in einer Sechser-Sesselbahn;

Podestanordnungen (1., 2., 3.) bei einem Wettkampf mit 50 Teilnehmern.

## Kombinationen

Gegeben sind  $n$  verschiedene Elemente.

**Wie viele verschiedene Kombinationen\* sind möglich, wenn zufällig  $k$  Elemente gezogen werden?**

\* Bei Kombinationen spielt die Reihenfolge der Elemente keine Rolle?

### Beispiele:

Zahlenkombinationen beim Lotto 6 aus 40 (oder z.B. 6 aus 50);

Beliebiges Podest (1., 2., 3.) bei einem Wettkampf mit 30 Teilnehmern.

**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung  
Feldstrasse 41, 7205 Zizers  
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch  
www.ibf-chur.ch

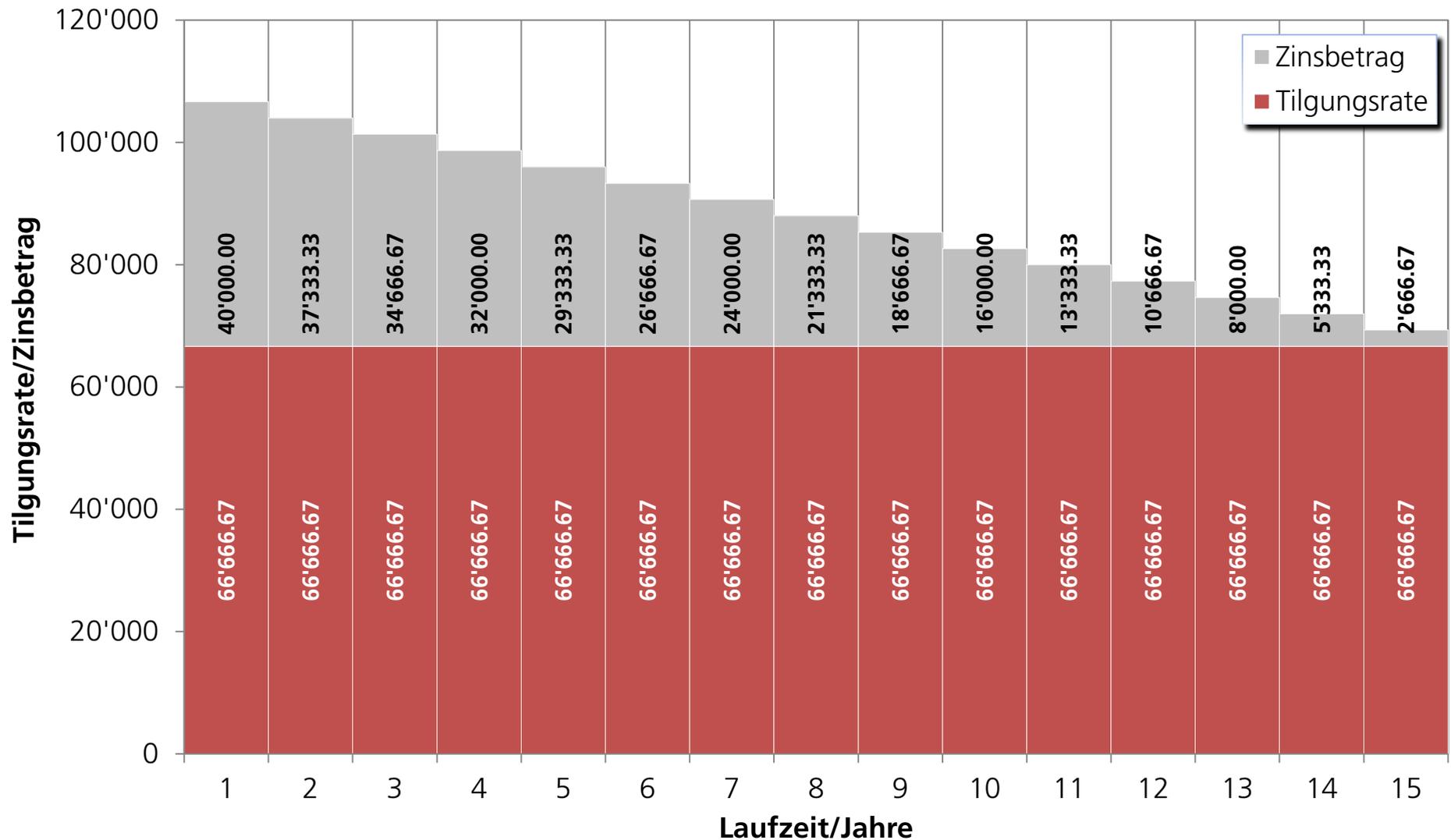
# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**  
Max Lüscher-Marty  
3., überarbeitete Auflage 2016  
Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 8: **Tilgungsrechnung**

# Festtilgung

Kapital: 1'000'000, Laufzeit: 15 Jahre, Zinssatz: 4.00%, Tilgung: 66'666.67

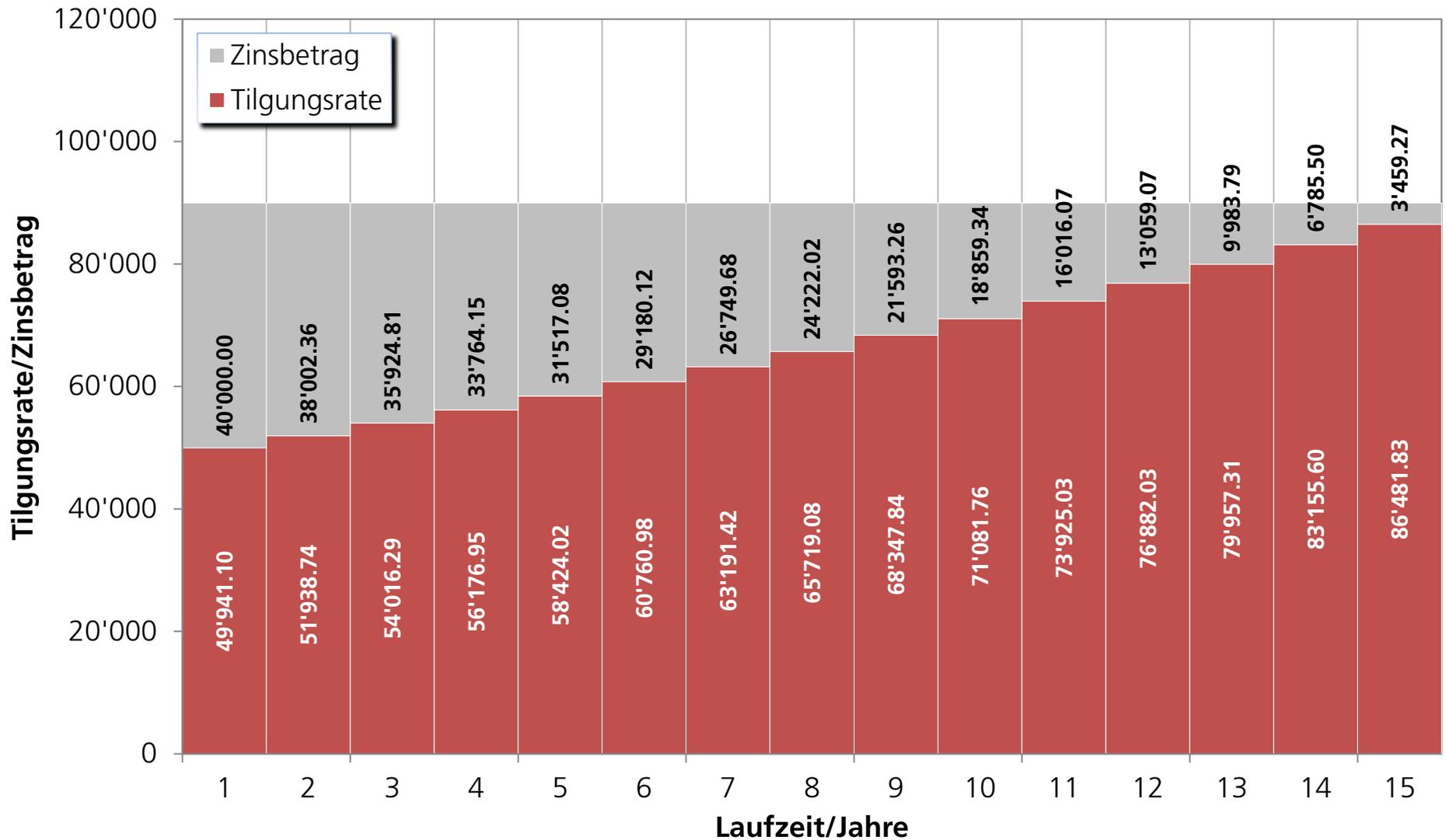


# Festtilgung

Rückzahlung (t)	Ratenzahlung (A)	Tilgung (T)	Zins (Z)	Restkredit (K)
1	106'666.67	66'666.67	40'000.00	933'333.33
2	104'000.00	66'666.67	37'333.33	866'666.67
3	101'333.33	66'666.67	34'666.67	800'000.00
4	98'666.67	66'666.67	32'000.00	733'333.33
5	96'000.00	66'666.67	29'333.33	666'666.67
6	93'333.33	66'666.67	26'666.67	600'000.00
7	90'666.67	66'666.67	24'000.00	533'333.33
8	88'000.00	66'666.67	21'333.33	466'666.67
9	85'333.33	66'666.67	18'666.67	400'000.00
10	82'666.67	66'666.67	16'000.00	333'333.33
11	80'000.00	66'666.67	13'333.33	266'666.67
12	77'333.33	66.666.67	10'666.67	200'000.00
13	74'666.67	66.666.67	8'000.00	133'333.33
14	72'000.00	66'666.67	5'333.33	66'666.67
15	69'333.33	66'666.67	2'666.67	0.00

# Annuitätentilgung

Kapital: 1'000'000, Laufzeit: 15 Jahre, Zinssatz: 4,00%, Annuität: 89'941.10



# Annuitätentilgung

Rückzahlung (t)	Annuität (A)	Tilgung (T)	Zins (Z)	Restkredit (K)
1	89'941.10	49'941.10	40'000.00	950'058.90
2	89'941.10	51'938.74	38'002.36	898'120.16
3	89'941.10	54'016.29	35'924.81	844'103.86
4	89'941.10	56'176.95	33'764.15	787'926.92
5	89'941.10	58'424.02	31'517.08	729'502.89
6	89'941.10	60'760.98	29'180.12	668'741.91
7	89'941.10	63'191.42	26'749.68	605'550.48
8	89'941.10	65'719.08	24'222.02	539'831.40
9	89'941.10	68'347.84	21'593.26	471'483.56
10	89'941.10	71'081.76	18'859.34	400'401.80
11	89'941.10	73'925.03	16'016.07	326'476.77
12	89'941.10	76'882.03	13'059.07	249'594.74
13	89'941.10	79'957.31	9'983.79	169'637.43
14	89'941.10	83'155.60	6'785.50	86'481.83
15	89'941.10	86'481.83	3'459.27	0.00

# EU-Annuitätenmethode



<b>Kredit</b>	(K0)	CHF 5'000.00
<b>Rate/Annuität</b>	(A)	CHF 880.12
<b>Anzahl Raten</b>	(m)	6 (zweimonatlich)
<b>Laufzeit</b>	(n)	1 Jahr
<b>Zinssatz (normal)</b>	(i)	9,50%
<b>Zinssatz (EU-Norm)</b>	(i)	9,88%

**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung  
Feldstrasse 41, 7205 Zizers  
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch  
www.ibf-chur.ch

# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**  
Max Lüscher-Marty  
3., überarbeitete Auflage 2016  
Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 9: **Investitionsrechnung**

# Methoden der Investitionsrechnung

## Dynamische (mathematische) Verfahren

**Kapitalwertmethode**

**Annuitätenmethode**

**Methode des internen Zinssatzes**

**Dynamische Amortisationsrechnung**  
(dynamische Payback-Methode)

## Statische (buchhalterische) Verfahren

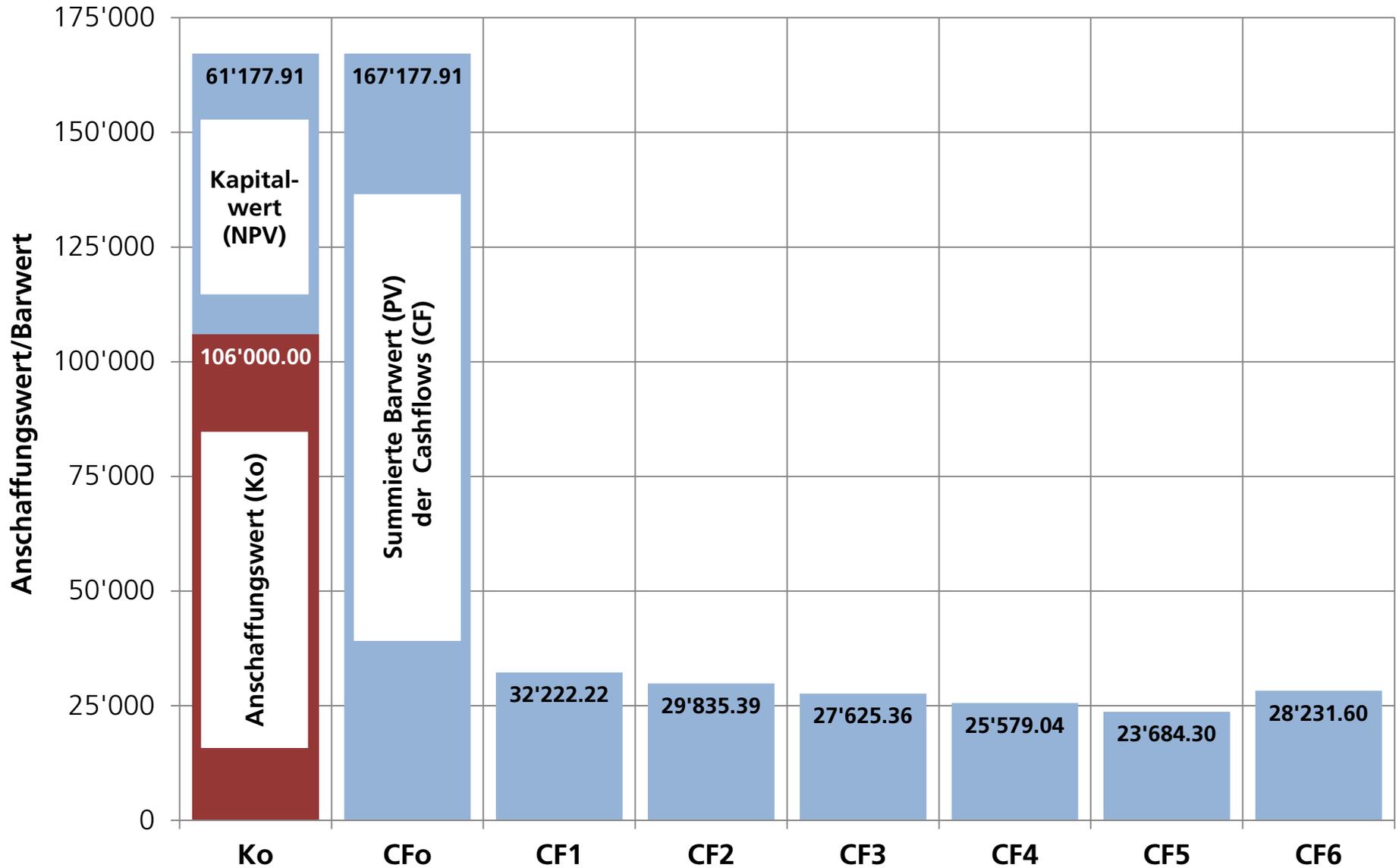
**Kostenvergleichsrechnung**

**Gewinnvergleichsrechnung**

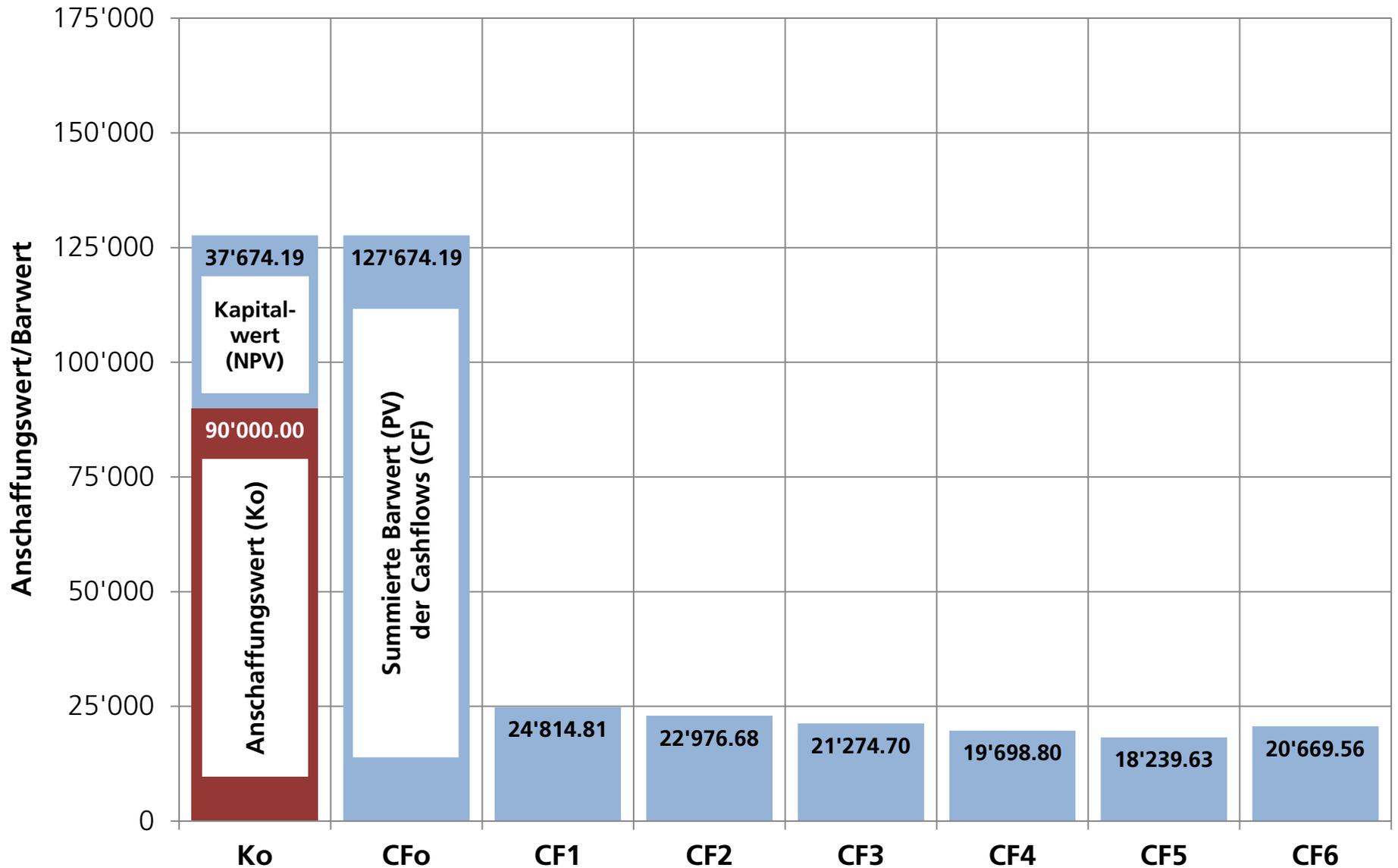
**Renditerechnung**

**Amortisationsrechnung**  
(Payback-Methode)

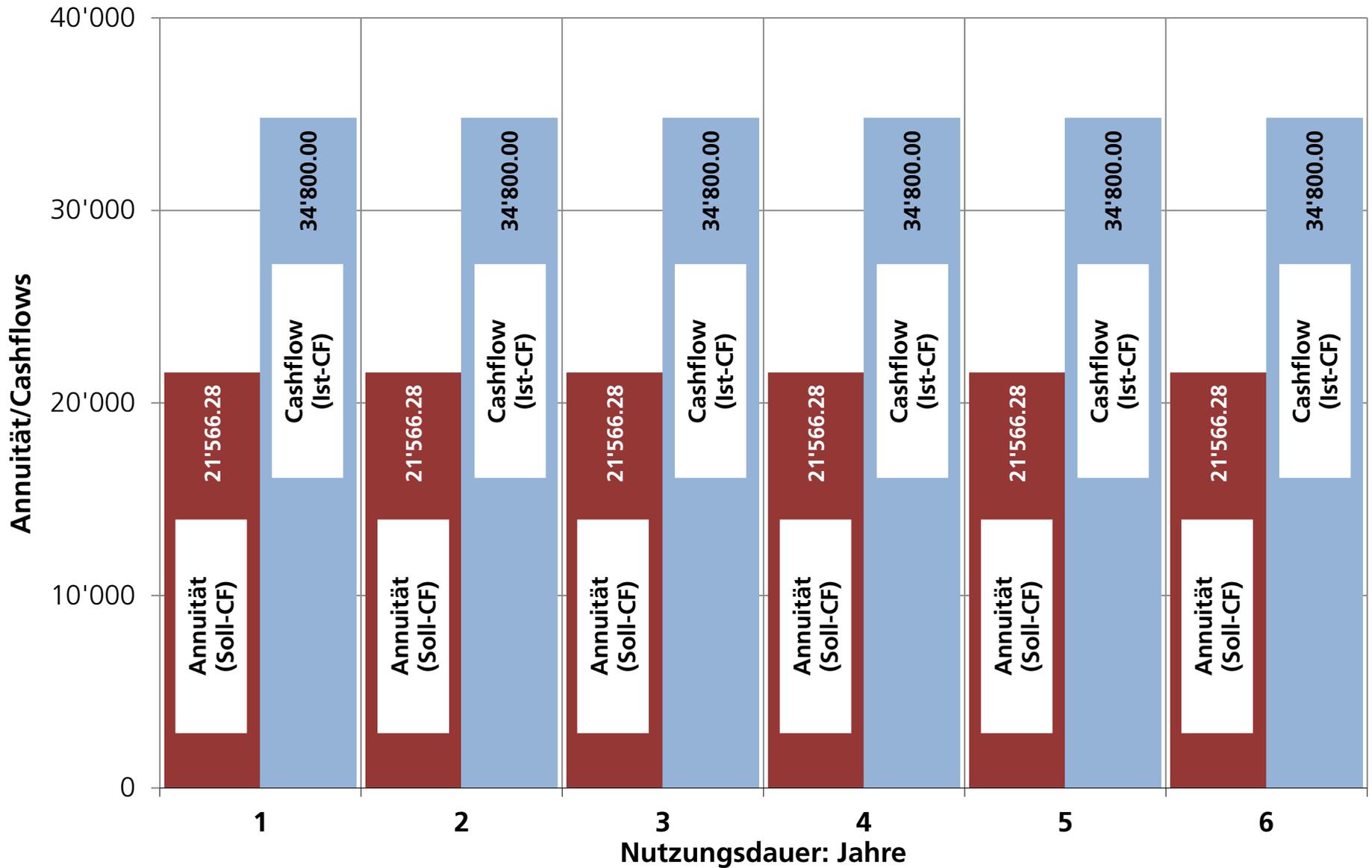
# Kapitalwertverfahren: Maschine A



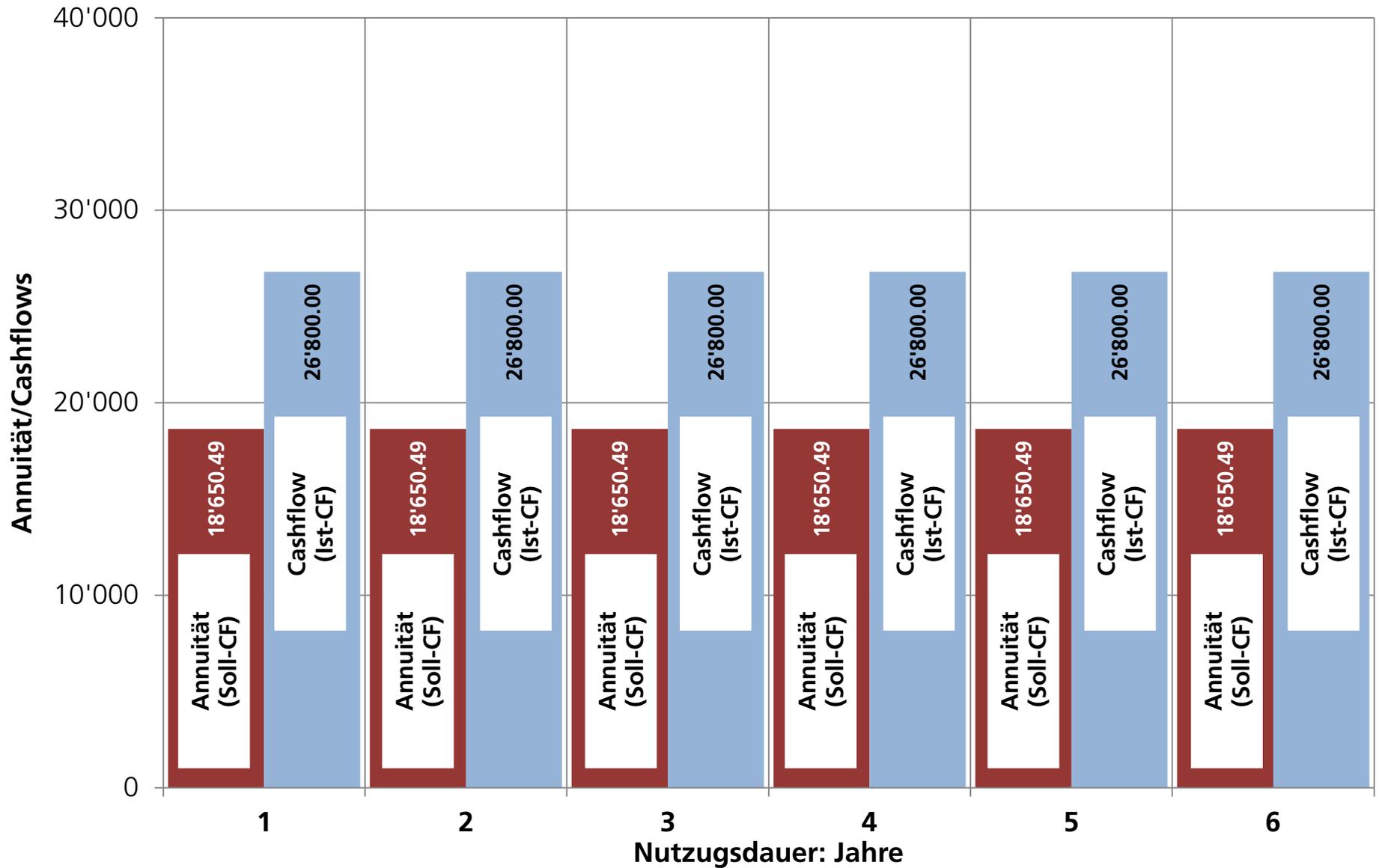
# Kapitalwertverfahren: Maschine B



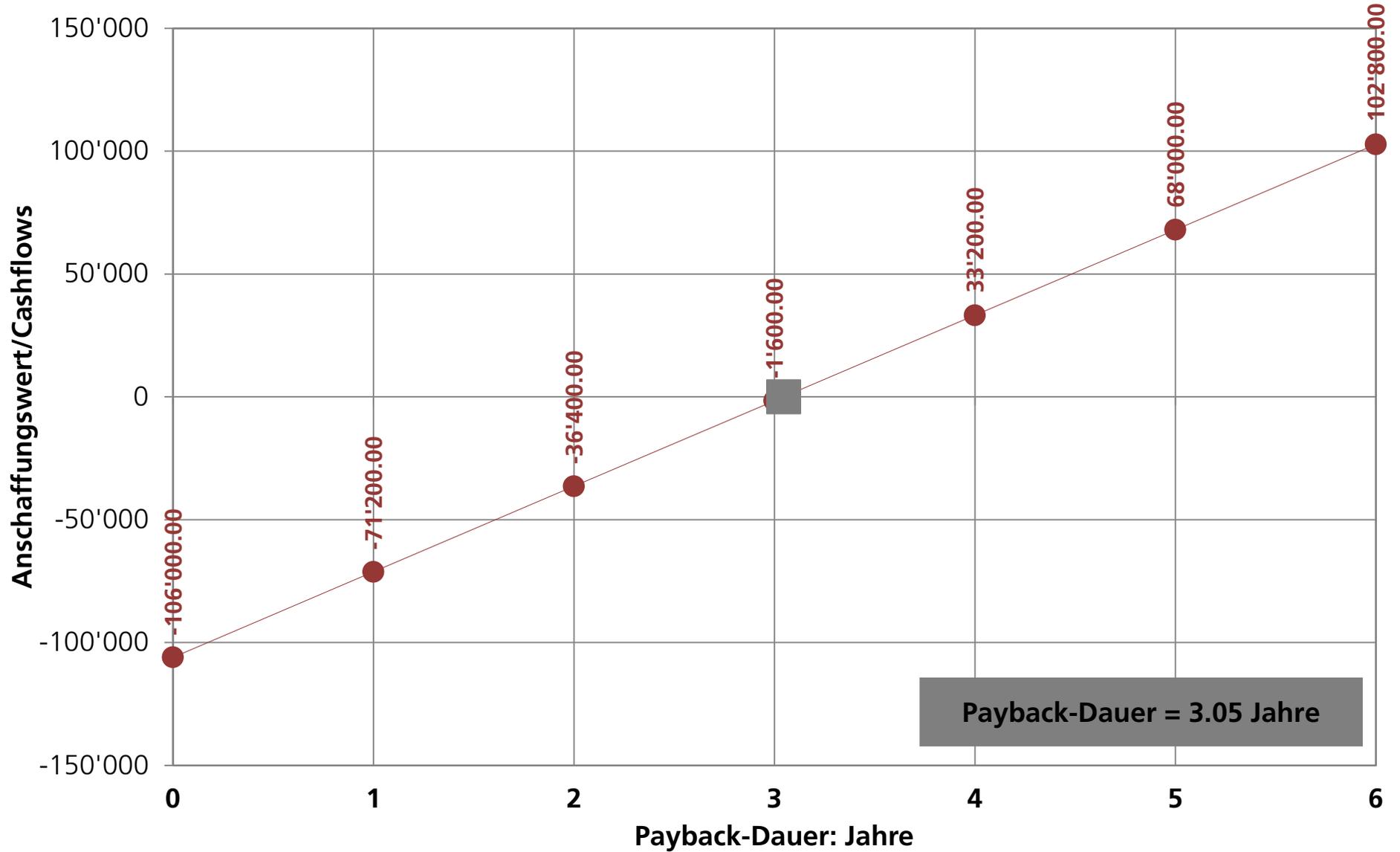
## Annuitätenmethode: Maschine A



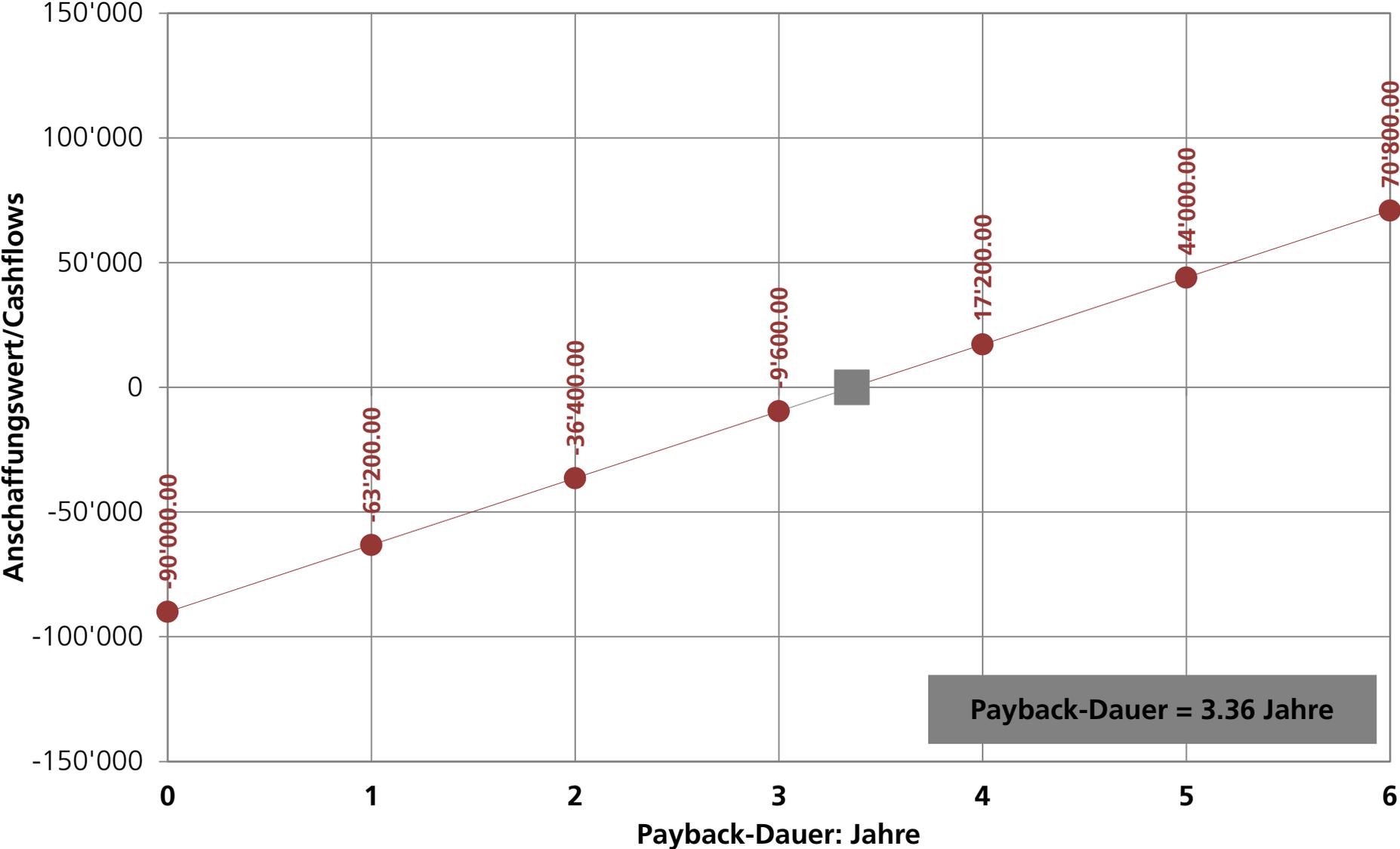
## Annuitätenmethode: Maschine B



## Payback-Methode: Maschine A



# Payback-Methode: Maschine B



**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung  
Feldstrasse 41, 7205 Zizers  
081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch  
www.ibf-chur.ch

# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**  
Max Lüscher-Marty  
3., überarbeitete Auflage 2016  
Compendio Bildungsmedien AG

## Kapitel 10: **Abschreibungsrechnung**

## Abschreibungs- methoden

### Lineare Abschreibung

Der Abschreibungs-  
betrag ist von Jahr zu Jahr  
**gleich gross**

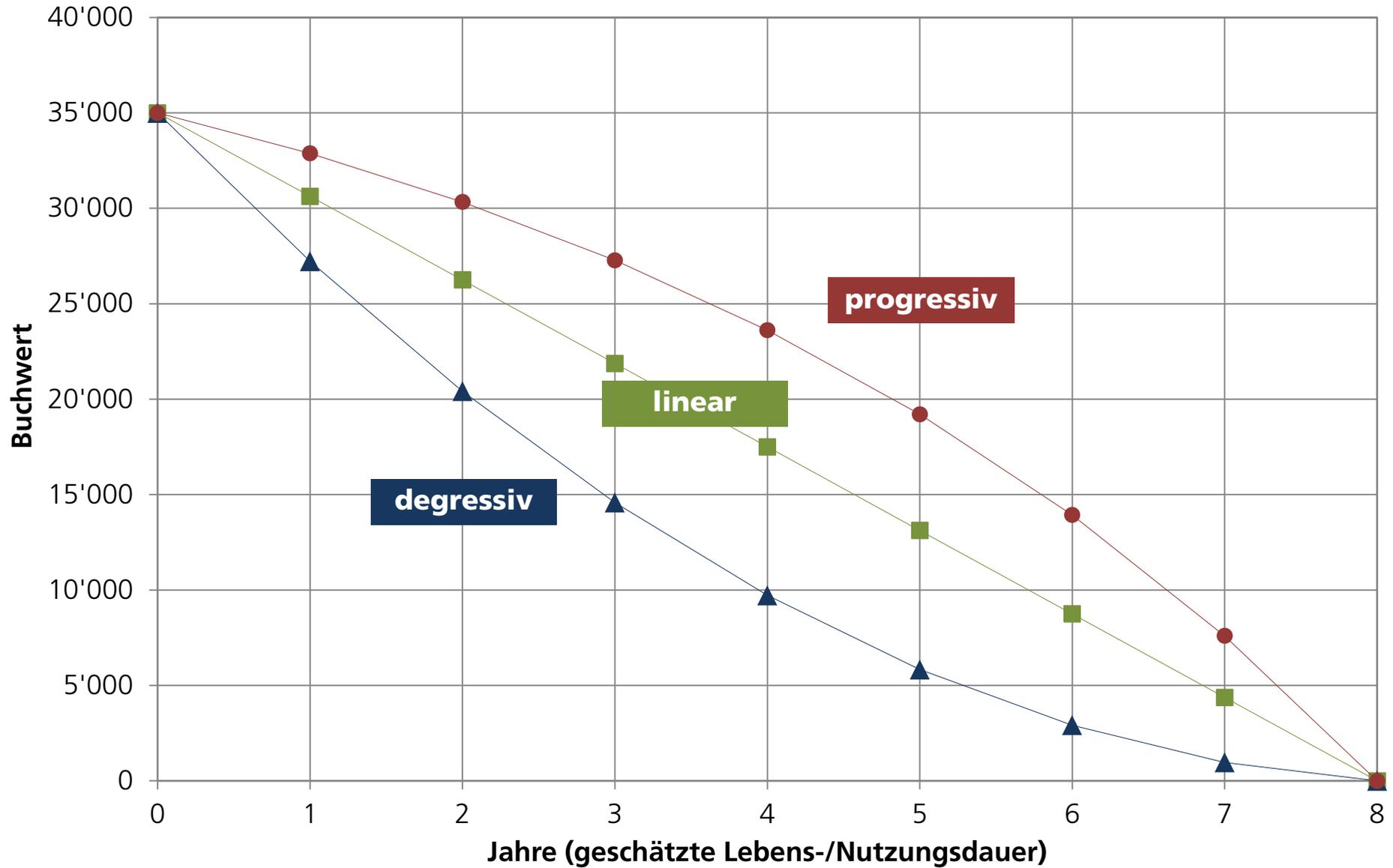
### Degressive Abschreibung

Der Abschreibungs-  
betrag **verringert** sich  
von Jahr zu Jahr.

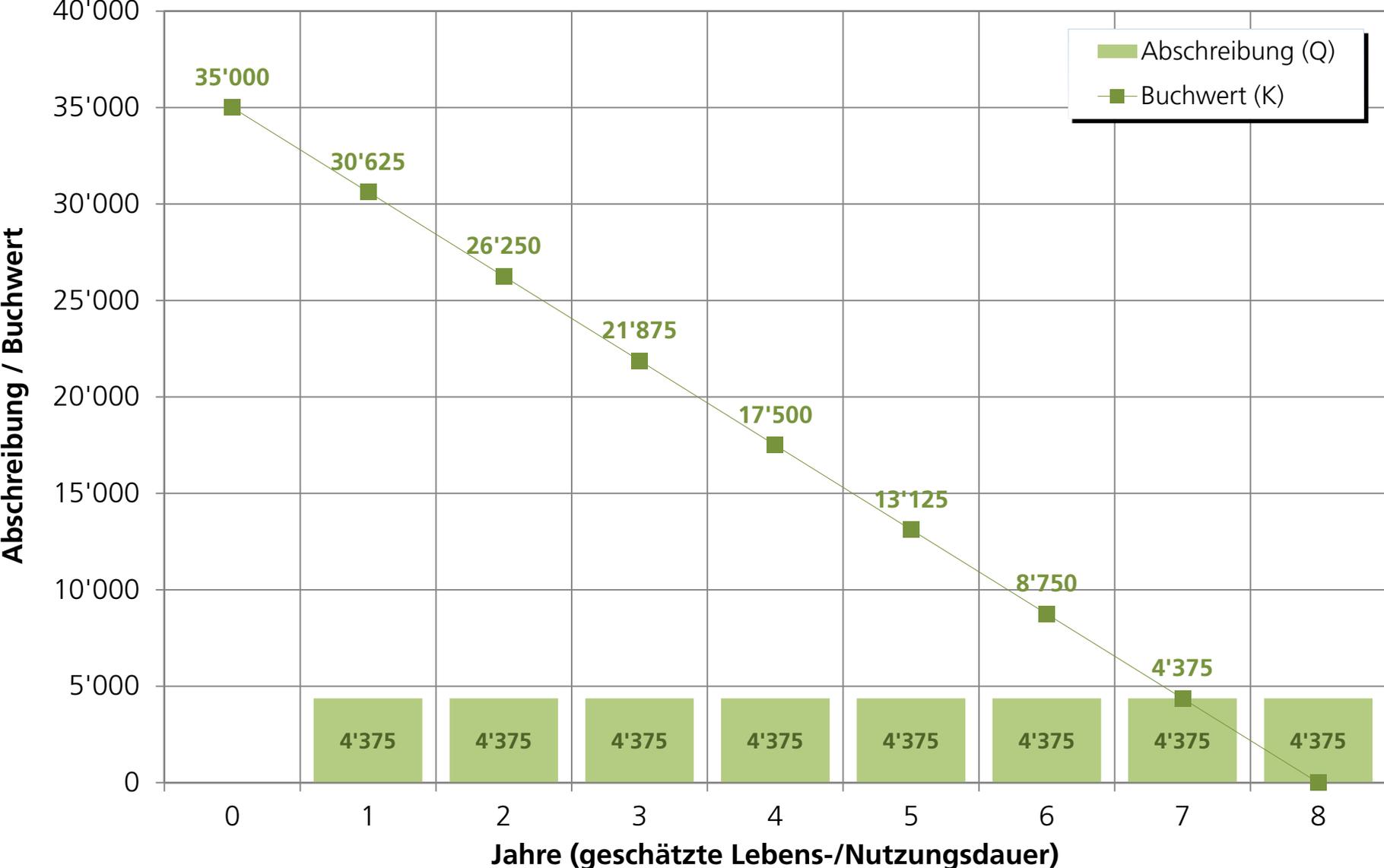
### Progressive Abschreibung

Der Abschreibungs-  
betrag **vergrössert** sich  
von Jahr zu Jahr.

# Abschreibungsmethoden



# Lineare Abschreibung



## Degressive Abschreibung

### Arithmetisch-degressive Abschreibung

Der Abschreibungsbetrag vermindert sich Jahr für Jahr um einen fixen Betrag ( $d$ )

#### Grundform

Ausgangspunkt ist die Abschreibung für das erste Jahr.

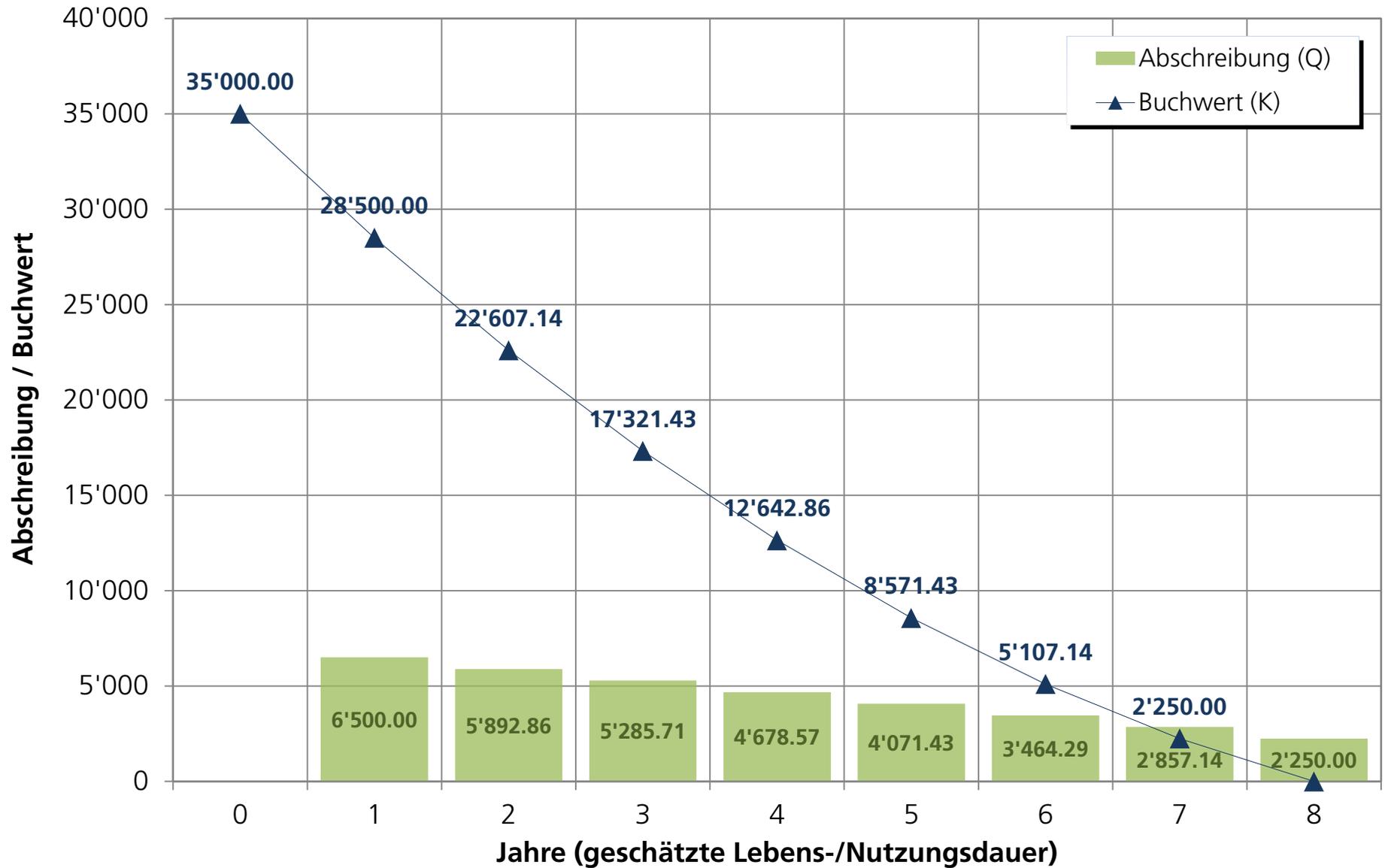
#### Sonderform

Ausgangspunkt ist die Abschreibung für das letzte Jahr.

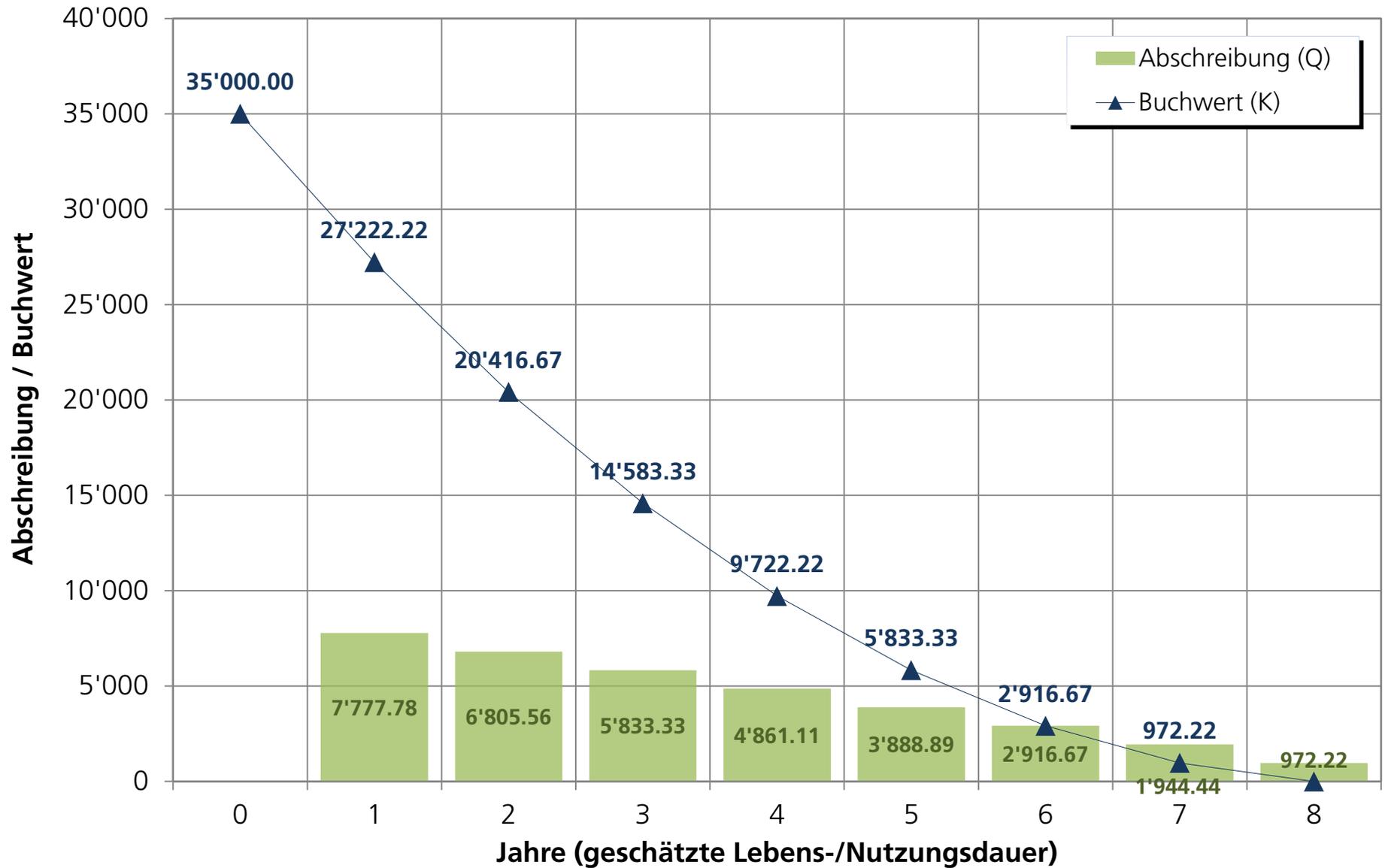
### Geometrisch-degressive Abschreibung

Der Abschreibungsbetrag verringert sich Jahr für Jahr um einen fixen Prozentsatz ( $i$ )

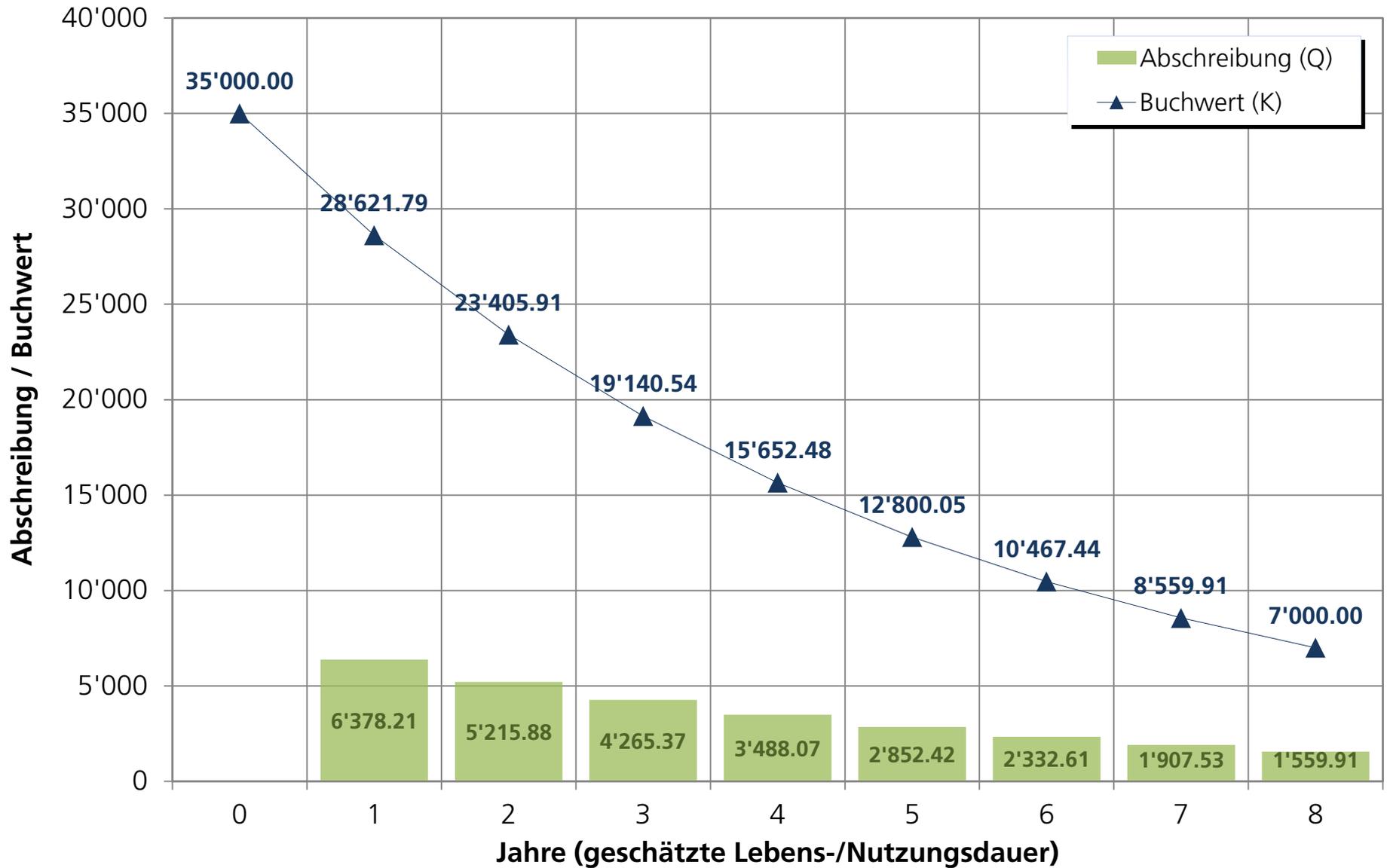
# Arithmetisch-degressive Abschreibung



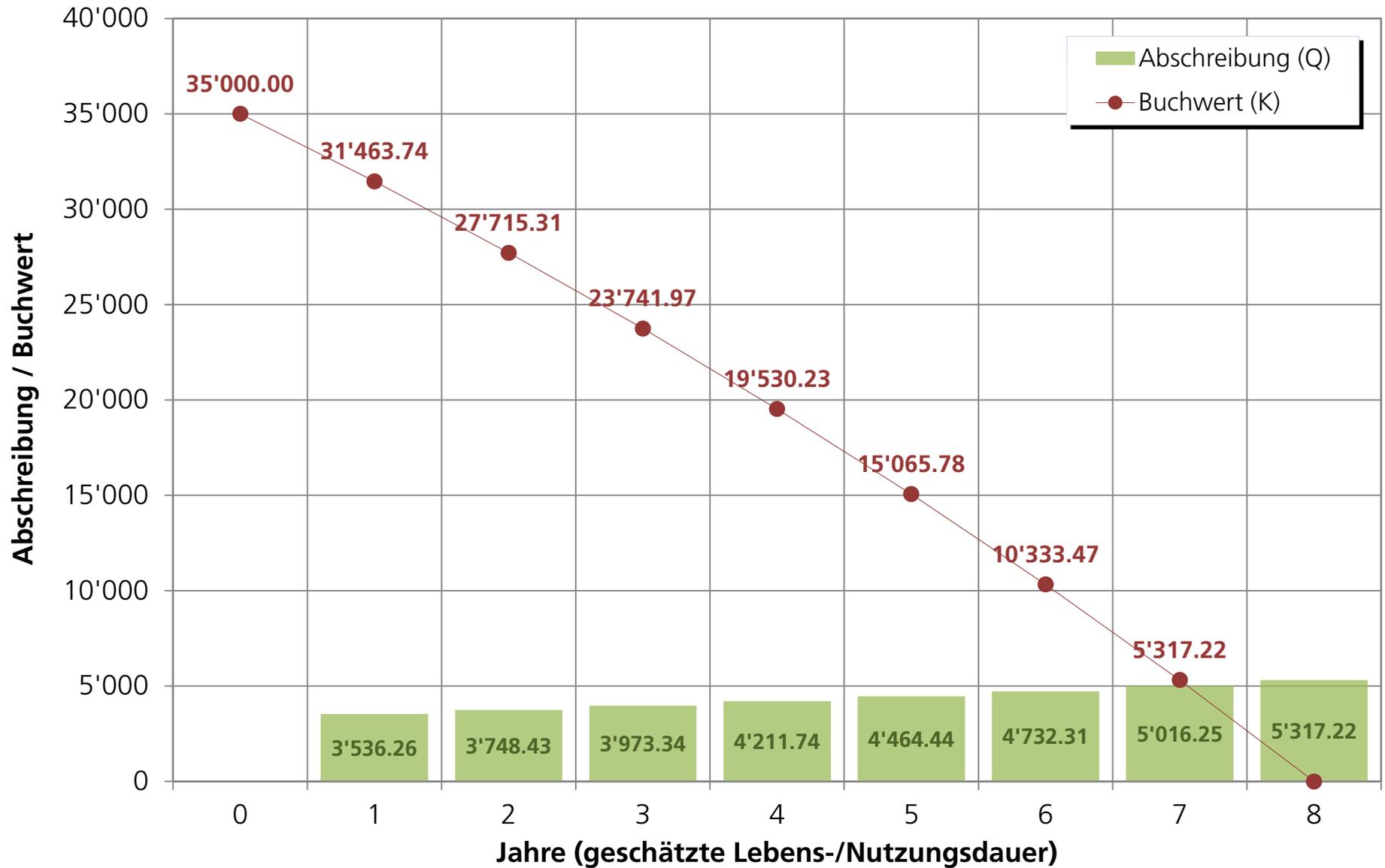
# Digitale Abschreibung



# Geometrisch-degressive Abschreibung



## Progressive Abschreibung (Annuitätensystem)



**i**nstitut für **b**anken und **f**inanzplanung

Feldstrasse 41, 7205 Zizers

081 330 82 40, max.luescher@ibf-chur.ch

www.ibf-chur.ch

# Diagramme

**Grundlagen der Finanzmathematik/-statistik**  
**Kompakte Einführung für Praxis und Studium**

Max Lüscher-Marty

3., überarbeitete Auflage 2016

Compendio Bildungsmedien AG

Anhang:  
**Algebra**

# Regeln zum Auflösen von Gleichungen

Die Grundregeln lauten wie folgt:

**Regel 1:** Tauscht man die rechte Seite einer Gleichung mit der linken Seite, ändert sich die Aussage nicht.

**Regel 2:** Eine Gleichung bleibt richtig, wenn auf beiden Seiten dieselbe Grösse addiert oder subtrahiert wird.

**Regel 3:** Eine Gleichung bleibt richtig, wenn beide Seiten mit derselben Grösse multipliziert oder durch dieselbe Grösse dividiert werden. Es darf jedoch nicht durch Null dividiert werden.

**Regel 4:** Die Auflösung einer Gleichung beginnt mit der höheren Rechenart: Potenzrechnung geht vor Multiplikation. Punktrechnung (Multiplikation und Division) geht vor Strichrechnung (Addition und Subtraktion). Klammern können eine andere Reihenfolge verlangen.

**Regel 5:** Die gesuchte Grösse gehört auf die linke Seite der Gleichung.